This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

A propos de ce livre

Ceci est une copie numérique d'un ouvrage conservé depuis des générations dans les rayonnages d'une bibliothèque avant d'être numérisé avec précaution par Google dans le cadre d'un projet visant à permettre aux internautes de découvrir l'ensemble du patrimoine littéraire mondial en ligne.

Ce livre étant relativement ancien, il n'est plus protégé par la loi sur les droits d'auteur et appartient à présent au domaine public. L'expression "appartenir au domaine public" signifie que le livre en question n'a jamais été soumis aux droits d'auteur ou que ses droits légaux sont arrivés à expiration. Les conditions requises pour qu'un livre tombe dans le domaine public peuvent varier d'un pays à l'autre. Les livres libres de droit sont autant de liens avec le passé. Ils sont les témoins de la richesse de notre histoire, de notre patrimoine culturel et de la connaissance humaine et sont trop souvent difficilement accessibles au public.

Les notes de bas de page et autres annotations en marge du texte présentes dans le volume original sont reprises dans ce fichier, comme un souvenir du long chemin parcouru par l'ouvrage depuis la maison d'édition en passant par la bibliothèque pour finalement se retrouver entre vos mains.

Consignes d'utilisation

Google est fier de travailler en partenariat avec des bibliothèques à la numérisation des ouvrages appartenant au domaine public et de les rendre ainsi accessibles à tous. Ces livres sont en effet la propriété de tous et de toutes et nous sommes tout simplement les gardiens de ce patrimoine. Il s'agit toutefois d'un projet coûteux. Par conséquent et en vue de poursuivre la diffusion de ces ressources inépuisables, nous avons pris les dispositions nécessaires afin de prévenir les éventuels abus auxquels pourraient se livrer des sites marchands tiers, notamment en instaurant des contraintes techniques relatives aux requêtes automatisées.

Nous vous demandons également de:

+ *Ne pas utiliser les fichiers à des fins commerciales* Nous avons conçu le programme Google Recherche de Livres à l'usage des particuliers. Nous vous demandons donc d'utiliser uniquement ces fichiers à des fins personnelles. Ils ne sauraient en effet être employés dans un quelconque but commercial.

+ *Ne pas procéder à des requêtes automatisées* N'envoyez aucune requête automatisée quelle qu'elle soit au système Google. Si vous effectuez des recherches concernant les logiciels de traduction, la reconnaissance optique de caractères ou tout autre domaine nécessitant de disposer d'importantes quantités de texte, n'hésitez pas à nous contacter. Nous encourageons pour la réalisation de ce type de travaux l'utilisation des ouvrages et documents appartenant au domaine public et serions heureux de vous être utile.

+ *Ne pas supprimer l'attribution* Le filigrane Google contenu dans chaque fichier est indispensable pour informer les internautes de notre projet et leur permettre d'accéder à davantage de documents par l'intermédiaire du Programme Google Recherche de Livres. Ne le supprimez en aucun cas.

+ *Rester dans la légalité* Quelle que soit l'utilisation que vous comptez faire des fichiers, n'oubliez pas qu'il est de votre responsabilité de veiller à respecter la loi. Si un ouvrage appartient au domaine public américain, n'en déduisez pas pour autant qu'il en va de même dans les autres pays. La durée légale des droits d'auteur d'un livre varie d'un pays à l'autre. Nous ne sommes donc pas en mesure de répertorier les ouvrages dont l'utilisation est autorisée et ceux dont elle ne l'est pas. Ne croyez pas que le simple fait d'afficher un livre sur Google Recherche de Livres signifie que celui-ci peut être utilisé de quelque façon que ce soit dans le monde entier. La condamnation à laquelle vous vous exposeriez en cas de violation des droits d'auteur peut être sévère.

À propos du service Google Recherche de Livres

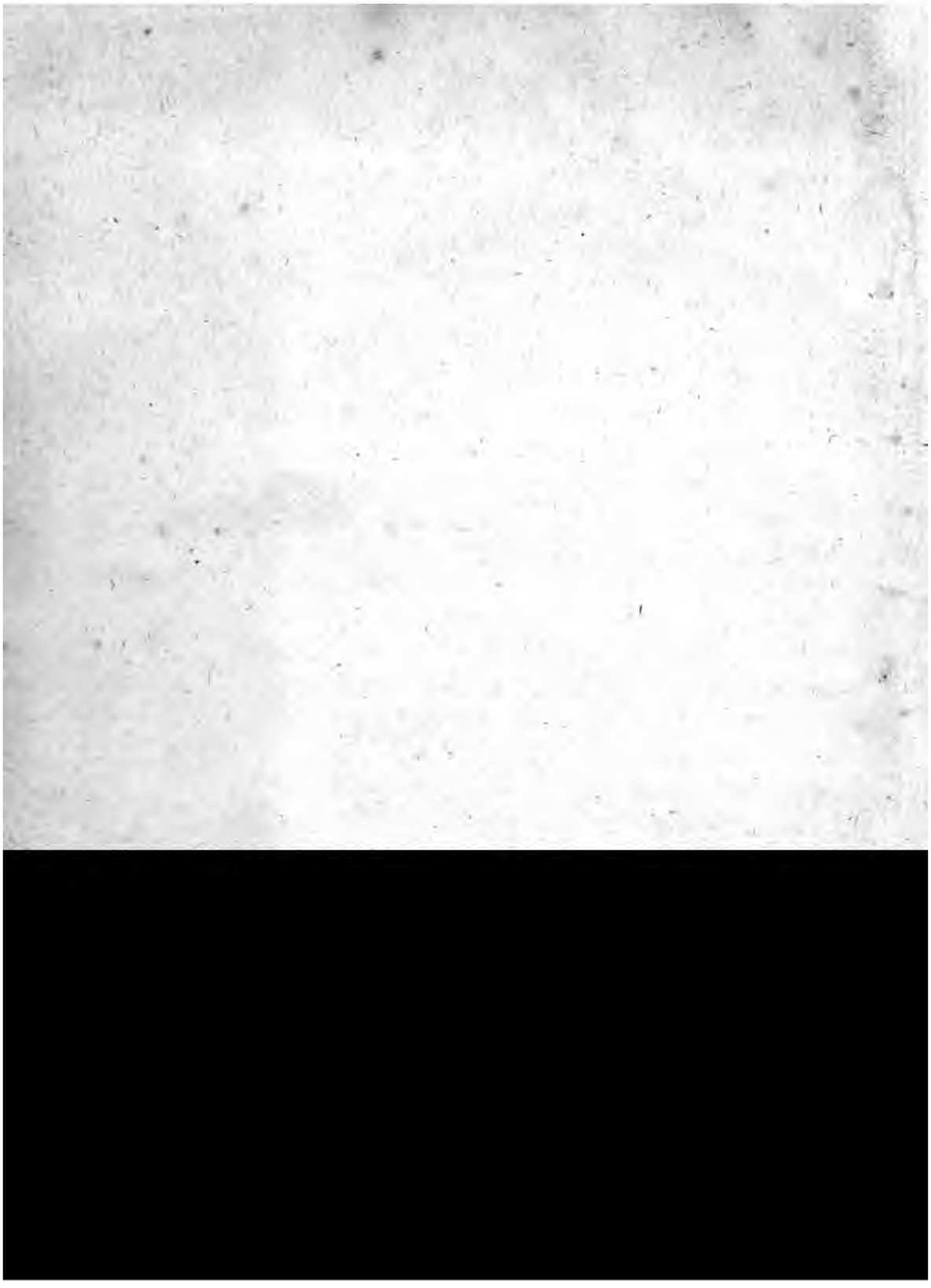
En favorisant la recherche et l'accès à un nombre croissant de livres disponibles dans de nombreuses langues, dont le français, Google souhaite contribuer à promouvoir la diversité culturelle grâce à Google Recherche de Livres. En effet, le Programme Google Recherche de Livres permet aux internautes de découvrir le patrimoine littéraire mondial, tout en aidant les auteurs et les éditeurs à élargir leur public. Vous pouvez effectuer des recherches en ligne dans le texte intégral de cet ouvrage à l'adresse `http://books.google.com`

600025013H

P.R.
For Per. R.
B 14.

~~P.P. 16. Tr~~

1854 d 4



TRAITÉ D'OPTIQUE

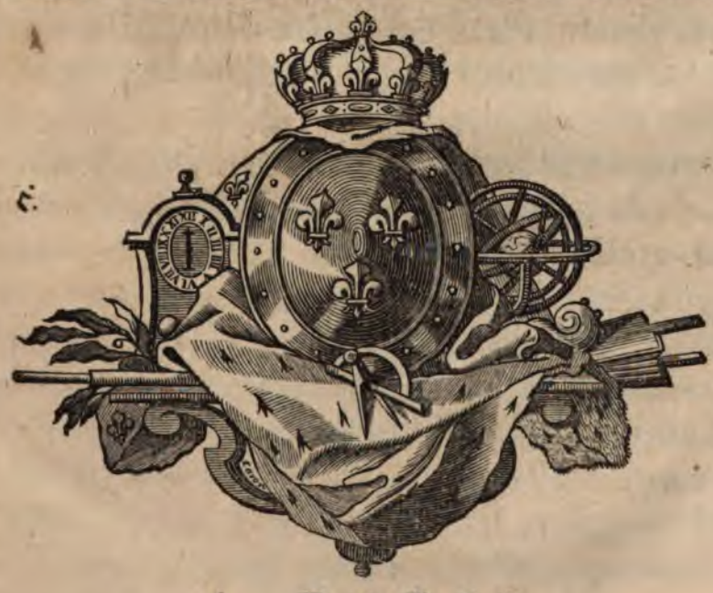
SUR LA

GRADATION DE LA LUMIERE:

Ouvrage posthume de M. Bouguer, de l'Académie Royale des Sciences, &c.

Et publié par M. l'Abbé DE LA CAILLE, de la même Académie, &c.

Pour servir de Suite aux Mémoires de l'Académie Royale des Sciences.



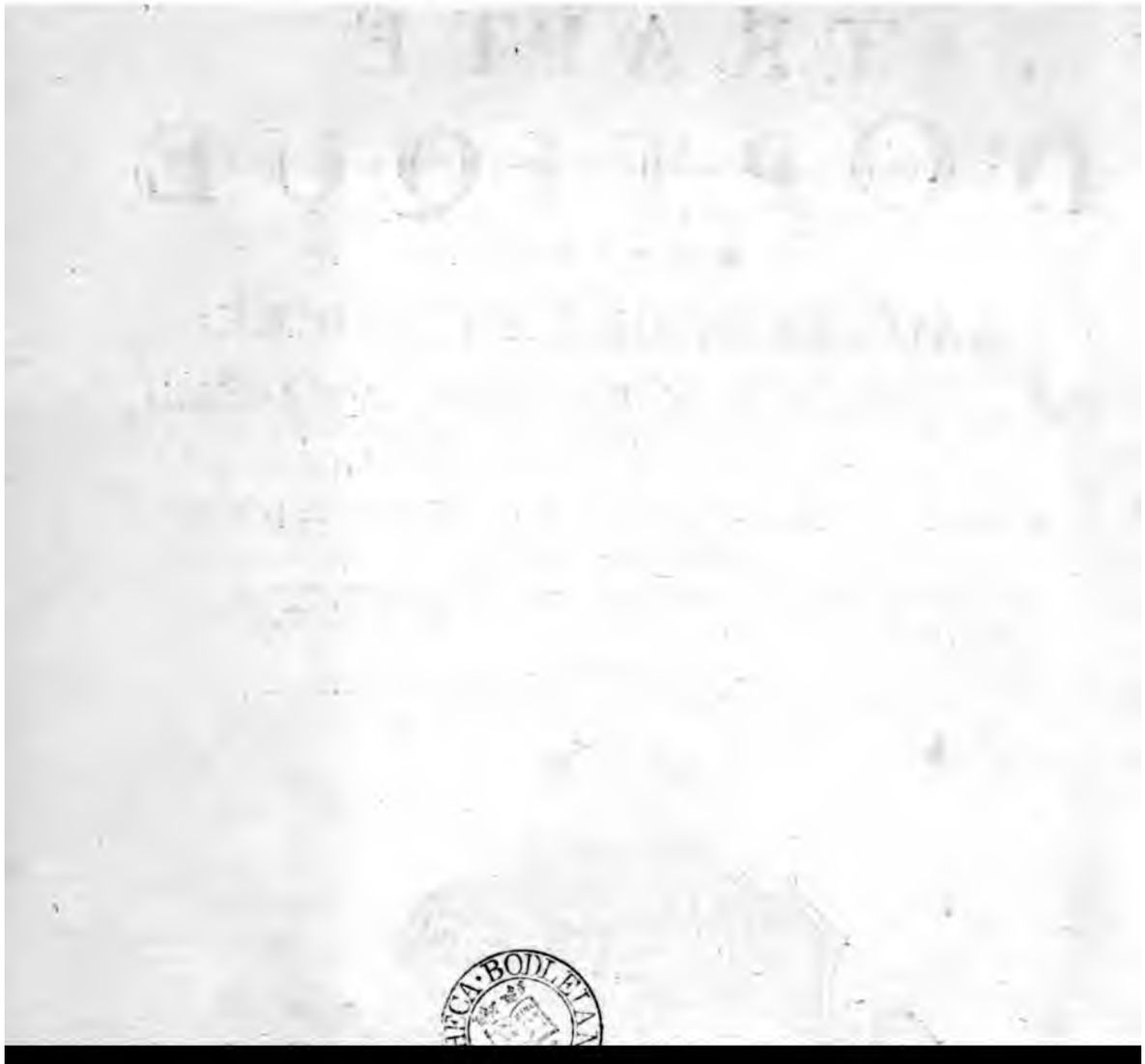
A PARIS,

De l'Imprimerie de H. L. Guerin & L. F. Delatour, rue Saint Jacques, à Saint Thomas d'Aquin.

M. D C C. L X.

Avec Approbation et Privilege du Roi.

C
1854. d. 4


BIBLIOTHECA·BODLEIANA

AVERTISSEMENT
DE L'ÉDITEUR.

L'ESSAI de cet Ouvrage parut, en 1729, en un volume *in*-12. Il fut accueilli par les Géometres & par les Phyſiciens, avec un applaudiſſement général. Il aſſura à ſon Auteur une réputation qu'il avoit déja méritée par quelques excellentes Pieces détachées, & qu'il ſut ſi bien ſoutenir dans la ſuite.

M. BOUGUER avoit fait ſentir combien il étoit important de pouſſer plus loin ſes recherches ſur la Lumiere. Mais obligé par état de réſider dans une petite ville de Bretagne, il ne pouvoit ſe procurer preſque aucune des commodités néceſſaires pour réuſſir dans des expériences délicates. On ſait combien celles qu'on ſe propoſe de faire ſur ce ſujet, exigent, entre autres choſes, d'appareil & d'exactitude dans les inſtruments qu'on y employe. Il lui étoit donc comme impoſſible de perfectionner la partie Phyſique de ſon Eſſai; objet cependant qu'il avoit extrêmement à cœur, parce qu'il ſe l'étoit approprié en quelque ſorte.

L'ACADÉMIE Royale des Sciences s'étoit hâtée d'acquérir un Sujet ſi capable de lui faire honneur; & M. Bouguer avoit paſſé du Croiſic au Havre-de-Grace; mais quoique rapproché de la Capitale, il n'en étoit gueres plus à portée de retoucher ſon Ouvrage favori. Enſuite le long & pénible voyage du Pérou qu'on lui fit entreprendre; la commiſſion que l'Académie lui donna à ſon retour, d'en rendre compte au Public; celle dont le Miniſtre le chargea de travailler inceſſamment ſur le détail de toutes les parties de la Marine, tout cela l'occupa pendant plus de vingt ans. Enfin, quitte des engagements qui l'obligeoient d'employer ſi utilement un temps dont il croyoit ne pouvoir diſpoſer, & rendu, pour ainſi dire, à lui-même, il s'empreſſa de reprendre le fil de ſes anciennes idées ſur la gradation de la Lumiere; & il paſſa les deux dernieres années de ſa vie à ſe mettre en état de faire un nouvel Ouvrage ſur la même matiere, mais qui n'auroit plus beſoin du titre d'Eſſai.

APRÉS avoir fait toutes les expériences & tous les calculs dont il avoit beſoin, M. Bouguer s'occupoit à les rédiger, lorſqu'il fut attaqué d'une maladie qui le fit languir pluſieurs mois : elle ne put l'obliger à interrompre ſon travail; forcé

M. Bouguer fut porté à travailler ſur ce ſujet, par la lecture d'un Mémoire de M. de Mairan, qui parut dans le volume de l'Académie pour l'année 1721, où l'on ſuppoſoit connu le rapport des deux lumieres du ſoleil dans chaque ſolſtice. M. Bouguer ayant tâché de déterminer ce rapport par expérience, ſes réfléxions le conduiſirent à une théorie aſſez complette de cette partie de l'Optique. Elles lui ſuggererent des moyens nouveaux pour faire un grand nombre d'autres recherches relatives à cet objet; elles lui fournirent enfin la matiere de ſon *Eſſai d'Optique*. M. Bouguer ne diſſimula pas qu'il n'y eût lieu de craindre que ſes déterminations ne fuſſent pas aſſez exactes, quelques ſoins & quelques témoins qu'il y eût employés. C'eſt donc pour ſe délivrer de ce ſcrupule, que M. Bouguer a fait depuis toutes les nouvelles expériences qu'on trouvera dans le Livre qu'on publie aujourd'hui. Mais une ſemblable crainte, de n'avoir pas encore pu procurer à tous ſes réſultats la préciſion dont ils ſont ſuſceptibles, a été cauſe qu'il n'a pas pris de parti ſur quelques-uns. On pourra remarquer dans la ſeconde Section du premier Livre, de petites lacunes que je n'ai pu remplir. Je ſais de M. Bouguer même, qu'il les avoit laiſſées dans la copie de ſon Ouvrage, parce qu'il n'étoit pas entiérement

ſatisfait de quelques nombres qu'il avoit trouvés dans ſes nouvelles expériences. Il ſe flattoit de les pouvoir recommencer dans la belle ſaiſon de l'année 1759. J'aurois cependant voulu pouvoir donner ici ces nombres quoique un peu incertains ; mais je n'ai eu entre les mains que la copie dont je viens de parler. J'ai fait mon poſſible pour ramaſſer les morceaux originaux ſur leſquels elle a été faite, eſpérant y trouver ces nombres. Je n'ai pu parvenir qu'à recouvrer quelques lambeaux où il n'en étoit pas queſtion : les Papiers & les Inſtruments de M. Bouguer avoient été vendus ou diſſipés pendant les vacances de l'Académie ; temps auquel j'étois abſent. Je n'ai pas cru devoir pour cette raiſon ſupprimer les articles où ſont ces lacunes, parce que les procédés des expériences y ſont décrits, & qu'ainſi les Phyſiciens pourront les ſuivre, & remplir ces vuides. Le Lecteur les excuſera dans un Ouvrage poſthume, dans lequel je ne me ſuis permis aucune eſpece de changement.

QUOIQUE le Manuſcrit dont je me ſuis ſervi, ne fût gueres correct dans les expreſſions algébriques, n'étant pas de la main de M. Bouguer, j'eſpere qu'on aura lieu d'être content de l'exactitude de cette édition. J'ai tout revu avec atten-

tion, & j'en ai vérifié à meſure tous les calculs. Je devois ce ſoin à l'amitié dont l'Auteur m'honoroit, & à la confiance qu'il m'a témoignée particuliérement au ſujet de cet Ouvrage.

TABLE.

TABLE.

Avertissement. Page iij

LIVRE PREMIER.

Divers moyens de meſurer la Lumiere ; avec pluſieurs applications de ces moyens. 1

Premiere Section.

Moyens de trouver le rapport qu'il y a entre les forces de deux différentes Lumieres. 3

Article I. Uſages des Bougies ou Lampes pour meſurer la Lumiere. *ibid.*
Uſages des Verres & Miroirs ardents pour meſurer la lumiere. 6

Art. II. Détail des précautions qu'il faut prendre pour comparer deux lumieres. 8

Art. III. Moyen de tirer d'un ſeul flambeau ou d'une ſeule bougie, dans pluſieurs expériences, les lumieres qu'on doit comparer. 16
Seconde diſpoſition de la bougie, lorſqu'on veut rendre la lumiere fort oblique. 19
Déterminer combien la lumiere s'affoiblit en traverſant un corps diaphane. 21

Art. IV. Second moyen de tirer d'un ſeul flambeau ou d'une ſeule bougie, les lumieres qu'on doit comparer. 22

Art. V. Réſoudre la plûpart des problêmes précédents, en introduiſant quelque partie de la lumiere du jour dans une chambre obſcure. 27

Art. VI. Conſtruction d'un *Lucimetre*, ou inſtrument propre à meſurer la force de la lumiere, lequel jouit de pluſieurs propriétés de la chambre obſcure. 31

Art. VII. Second moyen de ſe ſervir des verres lenticulaires, ou des objectifs de lunettes, pour meſurer la lumiere. 35
Deſcription d'un autre Inſtrument pour meſurer la lumiere. *ibid.*
Réflexions ſur l'Héliometre, & ſur l'Inventeur de cet inſtrument. 37

Art. VIII. Qu'en ſe ſervant des Inſtruments repréſentés dans les figures

10 & 11, on meſure immédiatement l'intenſité de la lumiere, & non pas ſa quantité totale. *Page* 39
ART. IX. Comparaiſon des moyens précédents de meſurer la lumiere, avec ceux que différents Auteurs ont propoſés. 43
Sur la méthode de M. Huygens. 45
Sur celle du P. François Marie, Capucin. 46
Sur celle de M. Celſius. 48

SECONDE SECTION.

Applications des moyens précédents de meſurer la Lumiere, à la ſolution de pluſieurs problêmes d'Optique.

ART. I. Obſervations faites pour déterminer quelle force il faut qu'ait une lumiere, pour qu'elle en faſſe diſparoître une autre plus foible. 51
ART. II. Expériences ſur la réflection des miroirs. 56
ART. III. Obſervations ſur la tranſparence du verre & de la glace. 58
ART. IV. Expériences ſur la tranſparence de l'Eau de mer. 61
ART. V. Obſervations faites ſur la lumiere réfléchie par les ſurfaces brutes. 65
ART. VI. Obſervations ſur la quantité de lumiere que nous réfléchit chaque endroit du ciel ou de l'atmoſphere. 70
ART. VII. Obſervations faites pour découvrir combien une grande portion du ciel éclaire plus qu'une autre. 73
ART. VIII. Trouver combien la lumiere du Soleil eſt plus forte que celle que nous renvoye une grande portion du ciel viſible, ou combien elle eſt plus forte que l'ombre des corps expoſés au grand jour. 75
ART. IX. Trouver combien la lumiere des aſtres augmente ou diminue par les changements de leurs hauteurs au-deſſus de l'horizon. 79
ART. X. Uſage des obſervations précédentes, pour découvrir la tranſparence d'une certaine épaiſſeur d'air. 82
ART. XI. Obſervations faites pour déterminer combien la lumiere du Soleil

LIVRE SECOND.

Recherches ſur la quantité de Lumiere que réfléchiſſent les ſurfaces tant polies que brutes. Page 97

PREMIERE SECTION.

Remarques ſur la réflection que cauſeroient des ſurfaces infiniment polies qui n'éteindroient aucun rayon.

ART. I. Du foyer virtuel par réflection des ſurfaces planes, & de l'intenſité de la lumiere qu'elles renvoyent. 98

ART. II. Du foyer virtuel par réflection des lignes courbes. 99

ART. III. Des doubles foyers virtuels par réflection des ſurfaces courbes. 100

Réfléxion ſur l'incertitude de certaines obſervations aſtronomiques. 103

ART. IV. De la force qu'a la lumiere réfléchie par une ſurface ſphérique convexe infiniment polie. 105

ART. V. Que la lumiere réfléchie de toutes parts par le globe, eſt exactement de même force, lorſqu'on la reçoit à une très-grande diſtance, & que le point lumineux eſt auſſi très-éloigné du globe. 107

ART. VI. De la quantité de lumiere réfléchie par les ſurfaces, ſur leſquelles de petits hémiſpheres parfaitement polis, tiendroient lieu de rugoſités ou d'aſpérités. 111

ART. VII. De la lumiere réfléchie par un globe dont la ſurface eſt couverte d'une infinité de petits hémiſpheres parfaitement polis. 117

ART. VIII. De la lumiere que nous renverroient les Planetes & particuliérement la Lune dans les deux hypotheſes précédentes; ſavoir: 1°, en ſuppoſant que leur ſurface eſt parfaitement polie: 2°, qu'elle eſt couverte d'une infinité de petits hémiſpheres parfaitement polis. 118

SECONDE SECTION.

Recherches ſur la quantité de lumiere que réfléchiſſent effectivement les corps phyſiques dont la ſurface eſt polie.

ART. I. Que dans la réflection, il y a toujours une partie de la lumiere qui eſt comme éteinte. 123

ART. II. Que le nombre des rayons réfléchis n'a pas un rapport conſtant avec le nombre des rayons incidents dans les différentes inclinaiſons. 125

Difficultés d'en faire l'expérience ſur la ſurface du vif-argent. 127

ART. III. Des différentes forces de la réflection produite par la ſurface de l'eau, ſelon les différentes incidences de la lumiere. *Page* 131
ART. IV. Conſtruction d'une Table qui marque les quantités de lumiere réfléchie par l'eau dans toutes les différentes inclinaiſons. 134
Table des quantités de lumiere réfléchie par la ſurface de l'eau. 136
ART. V. Conſtruction de la Table des quantités de lumiere réfléchie par la glace dont on fait les miroirs. 136
Table des réflections produites par les glaces. 137
ART. VI. Comparaiſon des lumieres réfléchies par les ſurfaces de l'eau & du mercure, lorſque ces deux liqueurs ſont contenues dans le même vaſe. 138
ART. VII. De la quantité de lumiere réfléchie dans les moindres inclinaiſons par la ſurface intérieure du corps diaphane, lorſque la lumiere ſe préſente pour en ſortir. 144
ART. VIII. De la quantité de la lumiere réfléchie par la ſurface intérieure dans les plus grandes incidences. 150
ART. IX. De la lumiere abſorbée ou éteinte par les ſurfaces des corps tranſparents, indépendamment des réflections. 156

TROISIEME SECTION.

De la Réflection de la Lumiere ſur les ſurfaces mattes ou brutes.

ARTICLE I. Que les petits hémiſpheres polis ne ſuffiſent pas pour calculer l'intenſité de la lumiere réfléchie ſur les ſurfaces mattes. 161
ART. II. Moyen d'obſerver les diverſes intenſités de la lumiere réfléchie par les ſurfaces qu'on regarde dans la même direction qu'elles ſont éclairées. 162
Table de l'éclat de la ſurface de l'argent mat, du plâtre fin, & du papier de Hollande, ou de l'intenſité de la lumiere réfléchie ſur ces ſurfaces. 165
ART. III. De la diſtribution des petites aſpérités déduites des expériences précédentes. *ibid.*

Qu'une ſurface peut conſerver préciſément la même intenſité de ſa lumiere, quelque ſituation qu'on lui donne par rapport aux rayons incidents & aux rayons viſuels. Page 179

ART. VII. La ſituation du corps lumineux étant donnée par rapport à une ſurface matte, trouver la direction ſur laquelle il faut poſer l'œil, pour que l'intenſité de la lumiere réfléchie ſoit la plus grande qu'il eſt poſſible. 183

L'angle que font les rayons incidents avec les rayons viſuels étant donné, trouver la ſituation que doit avoir une ſurface mattè, pour que ſon éclat ou l'intenſité de ſa couleur ſoit un *maximum*. 184

ART. VIII. De l'intenſité de la lumiere, ou de la couleur des ſurfaces brutes, lorſque le plan qui paſſe par leur centre, par le corps lumineux & par l'œil, n'eſt pas perpendiculaire à ces mêmes ſurfaces. 186

ART. IX. De la numératrice des aſpérités dans les planetes. 189

ART. X. Inférer de la numératrice des aſpérités une fois déterminée, le plus ou le moins d'éclat que doivent avoir les différents points de la Planete dans toutes leurs diverſes ſituations par rapport au Soleil. 192

ART. XI. Qu'il y a toujours, ſur la ſurface de la Planete, une infinité de points également éclatants les uns que les autres. 195

Des circonſtances dans leſquelles tous les points également lumineux de la Planete ſont ſitués ſur des arcs d'ellipſe. 196

QUATRIEME SECTION.

De la grandeur abſolue des petites faces de la même inclinaiſon dans les ſurfaces brutes, & de la quantité de lumiere totale qu'elles réfléchiſſent. 198

ART. I. Déterminer, dans les ſurfaces brutes, le rapport qu'il y a entre leur étendue totale, & celle des petites faces de chaque inclinaiſon. 199

ART. II. Application de la ſolution précédente aux platines d'argent mat, & aux ſurfaces de plâtre; & détermination préciſe de la quantité de lumiere abſorbée par ces dernieres ſurfaces. 205

Table des valeurs de $\frac{a^4 z}{2 \int z s ds}$, ou des ordonnées CK de la fig. 29, élevées au quarré, dont le quart exprime les quantités de lumiere réfléchie par le plâtre & par le papier de Hollande, en ſuppoſant qu'il n'y ait aucune extinction de rayons. 208

ART. III. Application de la ſolution générale de l'Article I, à la Numératrice des aſpérités qui paroît convenir le mieux à pluſieurs planetes. *Page* 210

ART. IV. De la lumiere totale que nous réfléchiſſent les Planetes dans leurs différentes phaſes. 212

ART. V. Trouver dans l'oppoſition des Planetes, quelle partie elles doivent nous renvoyer de la lumiere qu'elles reçoivent du Soleil, en ſuppoſant qu'il n'y ait aucun rayon éteint. 218

Que de 300000 rayons du ſoleil il y en a au moins 172000 d'éteints ſur la ſurface de la lune. 222

ART. VI. Premier éclairciſſement. Les petites faces des aſpérités renvoyent-elles parallélement les rayons paralleles qu'elles reçoivent, ou les réfléchiſſent-elles à la maniere des ſurfaces convexes? *ibid.*

ART. VII. Second éclairciſſement. On demande ce que deviennent les rayons qui ſe réfléchiſſent d'une petite aſpérité vers une autre. 226

LIVRE TROISIEME.

Recherches ſur la Tranſparence & l'opacité des Corps. 229

PREMIERE SECTION.

De la loi que ſuit la Lumiere dans ſes diminutions, en traverſant différentes épaiſſeurs du corps diaphane.

ART. I. Que la lumiere ne décroît pas ſelon les termes d'une progreſſion arithmétique, en traverſant des couches homogenes & également épaiſſes d'un corps diaphane. 230

ART. II. Que lorſque les épaiſſeurs croiſſent de quantités égales, la lumiere diminue ſelon les termes d'une progreſſion géométrique. 231

ART. III. De l'uſage de la logarithmique, pour repréſenter les affoibliſ-

SECONDE SECTION.

Méthode de calculer les forces qu'a la Lumiere, en traverſant différentes épaiſſeurs des corps tranſparents, lorſque les rayons ſont ſenſiblement paralleles. Page 247

Principe général pour le calcul des forces de la lumiere. 248

PROBLEME I. Ayant trouvé par les méthodes expliquées dans le premier livre, la partie de la lumiere qui traverſe une certaine épaiſſeur d'un corps par-tout également tranſparent, trouver la partie de la lumiere qui traverſe toutes les autres épaiſſeurs du même corps. 250

PROB. II. Connoiſſant la diminution que ſouffre la lumiere en traverſant une certaine épaiſſeur d'un corps tranſparent, trouver l'épaiſſeur qu'il faut que la lumiere pénetre dans le même corps, pour ſouffrir quelle autre diminution on voudra. 255

Qu'à environ 311 pieds de profondeur ſous l'eau de la mer, la lumiere du ſoleil ſe trouve égale à celle de la pleine lune, vue de la ſurface de la terre. 256

PROB. III. Connoiſſant par les Méthodes expliquées dans le premier livre, la diminution que ſouffre la lumiere en traverſant une certaine épaiſſeur de différents corps diaphanes, trouver la tranſparence ſpécifique de ces corps. 257

Que l'air eſt environ 4575 fois plus tranſparent que l'eau de la mer. 258

PROB. IV. Trouver la ſoutangente de la Logarithmique qui appartient à chaque corps tranſparent. *ibid.*

PROB. V. Connoiſſant par l'expérience la diminution que ſouffre la lumiere en traverſant une certaine épaiſſeur d'un corps tranſparent, déterminer l'épaiſſeur qu'il faut donner à ce corps pour le faire devenir opaque. 261

Qu'à 679 pieds de profondeur, l'eau de la mer a perdu ſa tranſparence. 264

TROISIEME SECTION.

Méthode de calculer les forces de la lumiere, lorſque le corps lumineux n'eſt pas à une diſtance infinie. 265

PREMIERE PROPOSITION.

Comparer généralement les différentes forces qu'a la lumiere, à différentes diſtances du corps lumineux, lorſque cette lumiere paſſe au travers d'un corps par-tout également diaphane. 272

PRÉPARATIONS. *ibid.*

SOLUTION I. Connoiſſant les diſtances *m* & *n* au corps lumineux, trouver le rapport $\frac{p}{q}$ de forces *p* & *q* de la lumiere. *Page* 275

SOLUT. II. Trouver à quelle diſtance (*m* & *n*) du corps lumineux, il faut ſe placer, pour que ces deux diſtances ſoient dans un certain rapport donné (de *b* à *c*), & pour que les forces de la lumiere ſoient auſſi dans un rapport donné (de *p* à *q*). 277

SOLUT. III. Trouver à quelle diſtance *m* & *n*, il faut ſe mettre d'un corps lumineux, lorſqu'on connoît la différence *n* — *m* de ces diſtances, ou l'épaiſſeur du corps diaphane, & qu'on veut que les forces *p* & *q* de la lumiere ſoient dans un rapport donné. 279

SOLUT. IV. Connoiſſant la force de la lumiere à une certaine diſtance du corps lumineux, trouver à quelle autre diſtance il faut ſe mettre, pour que la lumiere ſe trouve plus ou moins forte, préciſément dans un certain rapport. 281

Conſtruction du Problême par l'interſection de deux lieux. 283

Trouver d'une maniere ſimple dans le cas particulier, dans lequel les rayons ne ſouffrent point de réfraction, une infinité de points où les deux lumieres ont le rapport demandé. 286

SECONDE PROPOSITION.

Mettre un rapport preſcrit entre la lumiere qu'on reçoit directement d'un corps lumineux, & celle qu'on reçoit à la même diſtance après qu'elle a traverſé un corps diaphane. 288

EXPLICATIONS. *ibid.*

SOLUTION I. L'épaiſſeur *u* d'un corps diaphane étant donnée, trouver à quelle diſtance *x* il faut ſe mettre du corps lumineux *A* pour que la lumiere directe qu'on en reçoit, & celle qui paſſe au travers du corps diaphane, ſoient dans le rapport de *p* à *q*. 291

PRÉPARATIONS. Page 293

SOLUTIONS. I. Trouver le rapport des lumieres, lorſqu'on connoît celui des diſtances aux deux corps lumineux. 295

Que lorſque les deux corps lumineux ſont ſitués dans les deux foyers d'une hyperbole, & que le ſpectateur ſe place ſur la circonférence de cette ligne courbe, le rapport entre les deux lumieres ſe trouve dégagé de tout logarithme. 296

SOLUT. II. Trouver le rapport des diſtances aux deux corps lumineux, lorſqu'on connoît la relation des deux lumieres. 298

Déterminer tous les points *E*, *e*, &c, où les forces (*p* & *u*) de la lumiere des deux corps lumineux *A* & *B*, ſoient dans un rapport conſtant (de *c* à *e*). 299

Remarques ſur les différents ſymptômes de la courbe *CEe* (*fig.* 37 & 39). 302

Que la ligne courbe *CEe* (*fig.* 37 & 39), n'a d'aſymptote que parce que le milieu n'eſt pas parfaitement diaphane. 305

QUATRIEME SECTION.

De la diminution que ſouffre la lumiere en traverſant les corps qui ne ſont pas par-tout de même denſité. 306

Qu'il eſt toujours facile de conſtruire la courbe des diverſes denſités du milieu, lorſqu'on connoît ſa gradulucique. 311

Qu'en général on peut employer les logarithmes pour tracer la gradulucique, lorſqu'on connoît les diverſes denſités du milieu. 312

De la tranſparence de l'Atmoſphere. 315

Des denſités de l'Atmoſphere à différentes hauteurs au-deſſus du niveau de la mer. 315

Regle pour trouver par le Barometre la hauteur des plus hautes montagnes. 320

Remarques ſur les obſervations faites au Pic de Ténériffe. 322

Des diverſes maſſes d'air que les rayons des aſtres ont à traverſer pour parvenir juſques à nous. 323

Table des maſſes d'air contenues dans l'Atmoſphere, & des forces qu'a la lumiere des aſtres après avoir traverſé ces maſſes. 332

Des diverſes forces qu'a ici bas la lumiere des aſtres, ſelon qu'ils ſont plus ou moins élevés au-deſſus de l'horizon. 333

Que la lumiere des aſtres en traverſant verticalement l'atmoſphere, ne perd pas la cinquieme partie de ſa force. 335

CINQUIEME SECTION.

Eſſai ſur les quantités de lumiere réfléchies par les parties intimes des corps diaphanes, ſur les diverſes intenſités des couleurs aériennes, &c. Page 337

I. De la réflection produite par les parties intimes des corps diaphanes, lorſque ces corps ſont également éclairés par-tout, & également denſes dans toutes leurs parties. 338

II. De l'intenſité de la lumiere de l'objet, & de celle qui eſt réfléchie par les parties intérieures du milieu, lorſque cette lumiere traverſe le milieu pour les éclairer. 341

III. Obſervations ſur la lumiere réfléchie par les parties intérieures du cryſtal. 344

Le cryſtal poli ne réfléchit que la 235e partie des rayons qu'il reçoit. 346

IV. Conjectures ſur la tranſparence de l'eau de mer. 347

Explication des traînées de lumiere que l'on voit ſur la mer quand le ſoleil eſt fort élevé. 348

V. De la lumiere réfléchie par les parties intérieures du milieu, lorſqu'il n'eſt pas de même denſité par-tout, & qu'il eſt éclairé avec différents degrés de lumiere. 350

VI. Diverſes applications des formules de l'article précédent aux couleurs aériennes. 354

VII. Des couleurs aériennes des environs du zénith, lorſque le ſoleil eſt à l'horizon; & des environs de l'horizon lorſque le ſoleil eſt au zénith. Deux manieres différentes dont on voit les objets terreſtres très-éloignés. 358

Table des intenſités des couleurs aériennes des objets terreſtres, ſelon leur diſtance à l'obſervateur. 360

Qu'il y a apparence qu'on ne peut voir les objets terreſtres à une plus grande diſtance que celle de 45 lieues à 20 au degré. 363

VIII. Remarques ſur les différents moyens de déterminer la partie de la lumiere renvoyée par les particules d'air. 364

Pourquoi les ombres du matin & du ſoir, ſont-elles d'une couleur bleue très-remarquable. 367

Fin de la Table.

EXTRAIT DES REGISTRES

DE L'ACADÉMIE ROYALE DES SCIENCES.

Des 26 Juillet 1758 & 31 Mars 1759.

MEſſieurs CLAIRAUT & l'Abbé DE LA CAILLE, qui avoient été nommés pour examiner un Ouvrage de M. BOUGUER, intitulé : *Traité d'Optique ſur la gradation de la lumiere*, en ayant fait leur rapport, l'Académie a jugé cet Ouvrage digne d'être publié ſous le titre de *Suite des Mémoires de l'Académie*. En foi de quoi, j'ai ſigné le préſent certificat. A Paris le 27 Février 1760.

Signé, GRANDJEAN DE FOUCHY, *Secr. perpét. de l'Académie Royale des Sciences.*

PRIVILEGE DU ROI.

LOUIS par la grace de Dieu, Roi de France & de Navarre: A nos amés & féaux Conſeillers, les Gens tenans nos Cours de Parlement, Maîtres des Requêtes ordinaires de notre Hôtel, Grand Conſeil, Prevôt de Paris, Baillifs, Sénéchaux, leurs Lieutenans Civils, & autres nos Juſticiers qu'il appartiendra, SALUT. Nos bien-amés LES MEMBRES DE L'ACADEMIE ROYALE DES SCIENCES de notre bonne Ville de Paris, Nous ont fait expoſer qu'ils auroient beſoin de nos Lettres de Privilege pour l'impreſſion de leurs Ouvrages: A CES CAUSES, voulant favorablement traiter les Expoſans, nous leur avons permis & permettons par ces Préſentes de faire imprimer, par tel Imprimeur qu'ils voudront choiſir, toutes les Recherches ou Obſervations journalieres, ou Relations annuelles de tout ce qui aura été fait dans les Aſſemblées de ladite Académie Royale des Sciences, les Ouvrages, Mémoires ou Traités de chacun des Particuliers qui la compoſent, & généralement tout ce que ladite Académie voudra faire paroître, après avoir fait examiner leſdits Ouvrages, & qu'ils ſeront jugés dignes de l'impreſſion, en tels volumes, forme, marge, caracteres, conjointement ou ſéparément, & autant de fois que bon leur ſemblera, & de les faire vendre & débiter par-tout notre Royaume, pendant le tems de vingt années conſécutives, à compter du jour de la date des Préſentes; ſans toutefois qu'à l'occaſion des Ouvrages ci-deſſus ſpécifiés, il puiſſe en être imprimé d'autres qui ne ſoient pas de ladite Académie: faiſons défenſes à toutes ſortes de perſonnes, de quelque qualité & condition qu'elles ſoient, d'en introduire d'impreſſion étrangere dans aucun lieu de notre obéiſſance; comme auſſi à tous Libraires & Imprimeurs d'imprimer ou faire imprimer, vendre, faire vendre & débiter leſdits Ouvrages, en tout ou en partie, & d'en faire aucunes traductions ou extraits, ſous

quelque prétexte que ce puiſſe être, ſans la permiſſion expreſſe & par écrit deſdits Expoſans, ou de ceux qui auront droit d'eux, à peine de confiſcation des Exemplaires contrefaits, de trois mille livres d'amende contre chacun des contrevenans; dont un tiers à Nous, un tiers à l'Hôtel-Dieu de Paris, & l'autre tiers auſdits Expoſans, ou à celui qui aura droit d'eux, & de tous dépens, dommages & interêts; à la charge que ces Préſentes ſeront enregiſtrées tout au long ſur le Regiſtre de la Communauté des Libraires & Imprimeurs de Paris, dans trois mois de la date d'icelles; que l'impreſſion deſdits Ouvrages ſera faite dans notre Royaume, & non ailleurs, en bon papier & beaux caractères, conformément aux Réglemens de la Librairie; qu'avant de les expoſer en vente, les Manuſcrits ou Imprimés qui auront ſervi de copie à l'impreſſion deſdits Ouvrages, ſeront remis ès mains de notre très-cher & féal Chevalier le Sieur DAGUESSEAU, Chancelier de France, Commandeur de nos Ordres, & qu'il en ſera enſuite remis deux Exemplaires dans notre Bibliothèque publique, un en celle de notre Château du Louvre, & un en celle de notredit très-cher & féal Chevalier le Sieur DAGUESSEAU, Chancelier de France, le tout à peine de nullité deſdites Préſentes: du contenu deſquelles vous mandons & enjoignons de faire jouir leſdits Expoſans & leurs ayans cauſe, pleinement & paiſiblement, ſans ſouffrir qu'il leur ſoit fait aucun trouble ou empêchement. Voulons que la copie des Préſentes qui ſera imprimée tout au long, au commencement ou à la fin deſdits Ouvrages, ſoit tenue pour dûëment ſignifiée; & qu'aux copies collationnées par l'un de nos amés & féaux Conſeillers & Sécrétaires, foi ſoit ajoutée comme à l'original. Commandons au premier notre Huiſſier ou Sergent ſur ce requis, de faire, pour l'exécution d'icelles, tous actes requis & néceſſaires, ſans demander autre permiſſion, & nonobſtant Clameur de Haro, Charte Normande & Lettres à ce contraires; CAR tel eſt notre plaiſir. DONNE' à Paris le dix-neuviéme jour du mois de Mars, l'an de grace mil ſept cens cinquante, & de notre Regne le trente-cinquiéme. Par le Roi en ſon Conſeil.

Signé, MOL.

Regiſtré ſur le Regiſtre XII. de la Chambre Royale & Syndicale des Libraires & Imprimeurs de Paris, N°. 430. fol. 309. conformément au Reglement de 1723, qui fait défenſes, article 4. à toutes perſonnes, de quelque qualité qu'elles ſoient, autres que les Libraires & Imprimeurs, de vendre, débiter & faire afficher aucuns Livres pour les vendre, ſoit qu'ils s'en diſent les Auteurs ou autrement; à la charge de fournir à la ſuſdite Chambre huit Exemplaires de chacun, preſcrits par l'art. 108. du même Réglement. A Paris le 5 Juin 1750.

Signé, LE GRAS, Syndic.

Fautes à corriger.

Page 84, *au lieu de la note au bas de la page, liſez*: Voyez la Table des maſſes d'air, vers la fin de cet Ouvrage, Liv. III, Sect. V, page 332.

Page 258, *ligne* 17, *liſez*: *gradulucique.*

TRAITÉ

TRAITÉ D'OPTIQUE,

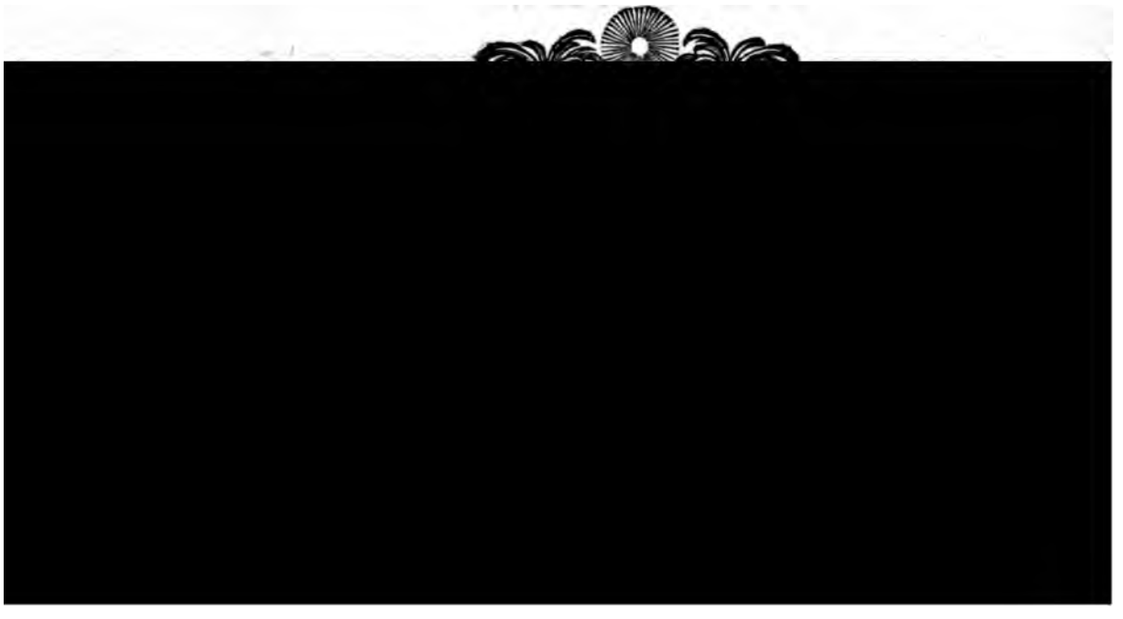
Sur la gradation de la Lumiere.

LIVRE PREMIER.

Divers moyens de meſurer la Lumiere, avec pluſieurs applications de ces moyens.

Lorsque pluſieurs bougies ſont ſituées à peu près ſur la même ligne, & qu'on reçoit ſur une ſurface aſſez étendue & aſſez éloignée, l'ombre d'un corps opaque mis

entre les bougies & la ſurface, on remarque une différence ſenſible entre la Lumiere donnée par une ou deux bougies, & celle que produiſent toutes les autres. On peut diſtinguer aiſément 30 ou 40 différents degrés de lumiere : le premier ſe trouve immédiatement à côté de l'ombre ; le ſecond eſt formé par les rayons des deux premieres bougies ; & on voit diſtinctement à côté du quatrieme ou du cinquieme, le 10, le 20 ou le 30e, avec tous les degrés intermédiaires. On a de cette ſorte une eſpece d'échelle, qui fournit la plupart des termes de comparaiſon dont on peut avoir beſoin, lorſqu'on entreprend de meſurer la lumiere, & on doit en conclure qu'on y réuſſira juſqu'à un certain point. On apperçoit très-diſtinctement la différence qu'il y a entre 30 & 31 degrés, & même entre 39 & 40. Il ſera donc poſſible de porter juſques-là l'exactitude des déterminations ; & on pourra même ſe propoſer de franchir ce terme, comme on le verra dans la ſuite.



PREMIERE SECTION.

Moyens de trouver le rapport qu'il y a entre les forces de deux différentes Lumieres.

ARTICLE I.

ON PEUT regarder comme le premier de tous les moyens de meſurer la lumiere, cette comparaiſon ſi naturelle que nous offre la clarté réunie de pluſieurs bougies ou lampes. Il eſt vrai que nous ne réuſſirons pas à connoître la force abſolue de la lumiere; nous n'en découvrirons toujours la force que d'une maniere relative: mais n'eſt-ce pas abſolument la même choſe, lorſque dans les Mathématiques mixtes, nous comparons entr'elles des quantités qui ſont ſuſceptibles d'augmentation ou de diminution? Connoiſſons-nous mieux quelle eſt la grandeur de la toiſe ou celle du pied; & nous mettons-nous en peine d'approfondir la nature de l'étendue dans les opérations de la Géométrie pratique? Nous ne conſidérons ici la lumiere, qu'autant qu'elle eſt émanée du corps lumineux, ou qu'elle ſe répand ſur les objets qui nous environnent. En agiſſant plus ou moins ſur nos yeux, elle nous affecte plus ou moins vivement: mais nous laiſſons à part tout ce qu'il y a de Métaphy-

ſique dans la ſenſation ; & nous bornant à découvrir le rapport qui regne entre ſes cauſes extérieures & occaſionnelles, nous ne penſons qu'à le meſurer.

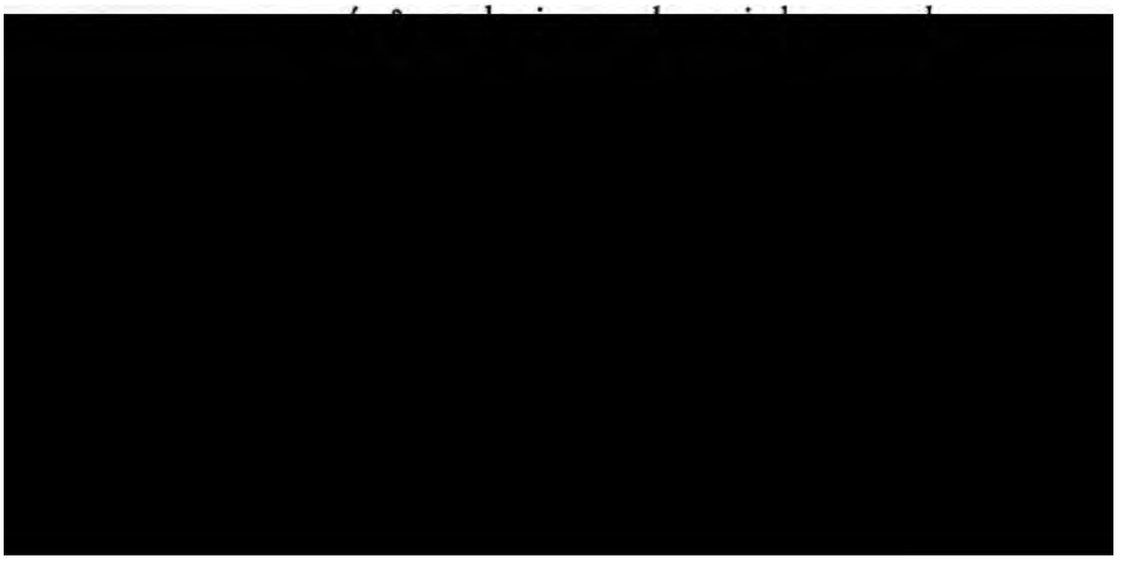
LES LECTEURS jugent aſſez que lorſqu'on prend la lumiere de pluſieurs bougies pour terme de comparaiſon, ou pour meſure commune, on doit être extrêmement attentif à les choiſir de même groſſeur ; il faut encore les placer à la même diſtance de la ſurface qu'elles éclairent, & que leurs rayons y tombent avec la même inclinaiſon ; mais ces deux dernieres conditions ſont quelquefois très-difficiles, ou même impoſſibles à remplir : outre qu'on n'a pas toujours en ſa diſpoſition pluſieurs bougies ou lampes parfaitement égales, chacune d'entr'elles occupe néceſſairement une certaine place, & ſi on en mettoit un certain nombre à côté les unes des autres, elles n'éclaireroient jamais toutes également la ſurface qu'on leur expoſe. On regardera peut-être encore comme un inconvénient dans leur uſage, qu'elles donnent toujours une lumiere dont les degrés augmentent par ſault, ou d'une unité entiere, chaque

du corps lumineux, & nous aurons de cette ſorte une infinité de divers degrés, qui ſeront auſſi petits que nous le voudrons. La propriété qu'ont les rayons de s'étendre en lignes droites, eſt cauſe qu'ils s'écartent les uns des autres dans le même rapport qu'ils s'éloignent du corps lumineux. Si on les reçoit à une diſtance dix fois plus grande, ils occuperont un eſpace qui aura dix fois plus de largeur, & dix fois plus de hauteur. La même quantité de lumiere ſera donc diſtribuée dans un eſpace 100 fois plus grand, & chaque point ſera éclairé 100 fois moins, ou, ce qui revient au même, la lumiere ſera 100 fois plus foible.

POUR nous expliquer d'une maniere plus générale, les rayons forment toujours une pyramide, dont le corps lumineux eſt le ſommet, & qui a pour baſe la ſurface ſur laquelle on reçoit la lumiere. Plus on s'éloigne du flambeau, plus les mêmes rayons ſe répandent dans une grande ſurface. Cette barre ou ſurface augmente préciſément en la même raiſon que le quarré de la diſtance au corps lumineux; & comme elle ne reçoit cependant, dans toute ſon étendue, que le même nombre de rayons, il eſt évident qu'elle en reçoit moins à proportion dans chaque point; & que la force ou l'intenſité de la lumiere eſt préciſément plus petite en même raiſon, que le quarré de la diſtance au flambeau eſt plus grand.

Uſage des Verres & Miroirs ardents pour meſurer la Lumiere.

CE QUE nous diſons ici peut s'appliquer également aux foyers des verres convexes ou concaves, de même qu'à ceux des miroirs. Après que les rayons ſe ſont croiſés dans ces foyers, ou qu'ils ont pris la même direction que s'ils en partoient, ils vont en s'éloignant les uns des autres, & ils occupent des eſpaces, qui en augmentant toujours de plus en plus, ſont proportionnels aux quarrés de la diſtance au point où ils ſe ſont croiſés; lequel tient enſuite lieu de corps lumineux. Nous avons donc encore dans l'uſage des verres & des miroirs ardents, un moyen facile de faire changer la lumiere dans quel rapport nous voulons. Pour connoître ce rapport, nous n'aurons toujours qu'à meſurer exactement la diſtance au foyer, ou, ce qui revient au même, nous meſurerons les baſes des pyramides que forment les rayons en s'éloignant les uns des autres; nous prendrons les diametres de ces baſes, que nous éleverons au



ſieres de l'air qui pourroient, dans un grand trajet, intercepter pluſieurs rayons. Il eſt vrai qu'il faudroit porter les choſes fort loin, pour que cet inconvénient devînt ſenſible, au moins lorſque le temps eſt ſuffiſamment ſerein; car une épaiſſeur d'air de 200 toiſes, n'abſorbe ou n'intercepte guere plus de la centieme partie de la lumiere qui la traverſe, comme on s'en convaincra dans la ſuite. Il eſt néceſſaire d'un autre côté d'être très-attentif à ne pas ſe ſervir, dans les obſervations, de diſtances trop petites, afin de pouvoir conſidérer le corps lumineux comme un point, ou de pouvoir négliger, ſans erreur ſenſible, l'étendue qu'a toujours le foyer du miroir ou du verre ardent. Nos bougies ordinaires de table, ont une flamme dont le diametre eſt le plus ſouvent d'un demi-pouce, & la hauteur de $1\frac{1}{2}$ ou 2 pouces; & ſi dans la vue de rendre leur lumiere plus forte, on ne s'en éloignoit que d'un pouce ou deux, on courroit riſque de ſe tromper, en choiſiſſant dans la flamme le premier terme, d'où l'on doit meſurer la diſtance. Ce ne ſera plus la même choſe, ſi on s'en éloigne d'un ou deux pieds ou davantage, ou ſi en ſe ſervant de verres lenticulaires d'un foyer très-court, comme d'un ou de deux pouces, on s'en met au moins à 10 ou 12 pouces de diſtance. Mais puiſque nous avons déja différents moyens d'augmenter ou de diminuer la force de la lumiere, nous n'aurons qu'à employer les uns au défaut des autres, ou les combiner, lorſqu'un ſeul ne ſuffira pas.

ARTICLE II.

Détail des précautions qu'il faut prendre pour comparer deux Lumieres.

NOUS RENDRONS plus ſenſibles la plûpart des choſes que nous venons d'indiquer, en marquant dans un plus grand détail, les précautions que nous prendrions, s'il s'agiſſoit de découvrir combien un flambeau d'une certaine groſſeur, répand plus de lumiere qu'une bougie. Nous ferons d'abord tomber, avec la même obliquité, le rayon de ces deux corps lumineux ſur deux endroits différents d'une ſurface, que nous éloignerons plus ou moins du flambeau ou de la bougie, juſqu'à ce que les deux parties de la ſurface nous paroiſſent également éclairées. Il ne reſtera plus enſuite qu'à meſurer les deux diſtances, & leurs quarrés exprimeront le rapport entre les forces abſolues des deux corps lumineux.

ne ſera peut-être pas exactement trois fois moindre que l'autre, elle ſera de 6 pieds pendant que l'autre ſera de 15. Les quarrés 225 & 36 de ces deux nombres, nous apprendront alors que le flambeau éclaire plus que la bougie, dans le rapport de 225 à 36, ou que ſa lumiere eſt $6\frac{1}{4}$ fois plus forte.

ON PEUT, pour recevoir les deux lumieres qu'on veut comparer, ſe ſervir d'un ſimple morceau de carton *ECD* (*fig.* 1.) qui aura un pli en *CH*, afin qu'on puiſſe expoſer chaque moitié de la ſurface plus perpendiculairement à chaque lumiere. Tout ce morceau de carton ſera noir; mais il aura deux trous exactement de même grandeur, comme de 3 ou 4 lignes de diametre, ſur leſquels on appliquera du papier pénétré d'huile, ou deux morceaux de verre parfaitement égaux, & rendus également mats ou blancs avec de l'émeri ou du grès. Le papier huilé & le verre mat ont quelquefois plus de tranſparence qu'il n'en faut; & je me ſuis plus ſouvent ſervi de deux morceaux de papier ſimple très-fin & très-blanc, que je prenois à côté l'un de l'autre dans la même feuille. Je faiſois tomber les deux lumieres ſur ces deux morceaux de papier, & je jugeois de l'égalité de leur force en les regardant par derriere, ou quelquefois par devant. Un ſecond morceau de carton *FC* ſervoit de diaphragme, & empêchoit que les deux lumieres ne ſe confondiſſent avant que d'éclairer les deux petites Figure 1.

Figure 1. ſurfaces *P* & *Q*. Ce diaphragme étoit noir dans ſes deux faces, & il ſe joignoit au premier carton exactement ſur l'eſpece d'arrête que formoit le pli. Le même inſtrument eſt repréſenté par *ECD* dans la figure 2.

SUPPOSÉ qu'on n'eût pas la liberté de changer aſſez les diſtances des deux corps lumineux à cet inſtrument, pour rendre leurs deux lumieres égales, il n'y auroit, pour les réduire à l'égalité, qu'à ſe ſervir de verres lenticulaires, ou de ménifques. Il ſeroit eſſentiel que ces verres fuſſent parfaitement égaux, afin qu'on n'eût pas plus à craindre du défaut de tranſparence de l'un que
Figure 2. de l'autre. Le flambeau *A* & la bougie *B* (*fig.* 2.) étant placés à la même diſtance de l'obſervateur ou de l'inſtrument *ECD*, le premier de ces deux corps lumineux doit répandre beaucoup plus de lumiere que le ſecond; mais ſi on éloigne le verre lenticulaire *K* de l'obſervateur, pourvu qu'on ne le porte pas au-delà du milieu de la diſtance au flambeau, on réuſſira à en faire diminuer la lumiere dans un très-grand rapport, & on la rendra aiſément égale en *P* à celle de la bougie *B* qui,

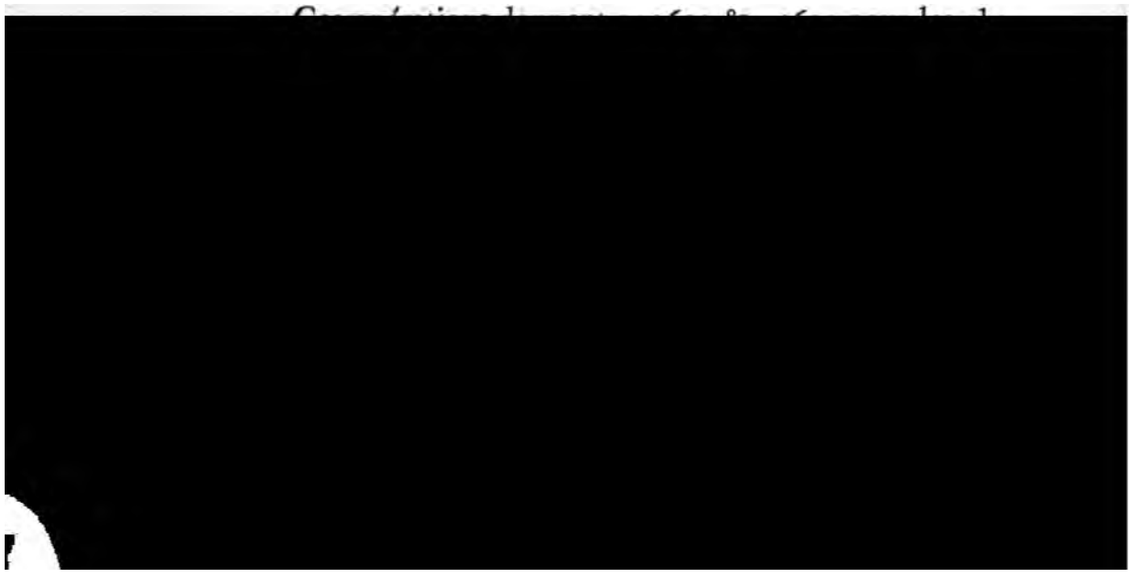
mêmes points ſe trouvent exactement ſur les axes des cônes lumineux, & qu'ils ne forment qu'une très-petite partie des baſes *RS* & *TX*. Figure 2.

CHAQUE lumiere reçoit de cette ſorte deux changements différents. Elles ſont affoiblies plus ou moins, ſelon le rapport inverſe des quarrés des deux diſtances *AK* & *BL*, en parvenant à chaque verre convexe *K* & *L*. Suppoſé que *BL* ſoit de 10 pieds, & que *AL* ne ſoit que de 9, la lumiere de la bougie ſera plus diminuée à proportion que celle du flambeau, & les deux diminutions ſe feront dans le rapport de 100 à 81. Mais chaque lumiere reçoit enſuite un autre affoibliſſement qui peut l'emporter beaucoup ſur le premier. Les rayons du flambeau, après s'être croiſés ou réunis dans le foyer *M* du verre lenticulaire *K*, vont en s'écartant, & ils ſe diſtribuent dans tout l'eſpace *RS*, pendant que les rayons de la bougie reçoivent un affoibliſſement moins conſidérable, en ne ſe répandant que dans l'eſpace *TX*.

ON TROUVERA le rapport ſelon lequel ſe font ces deux dernieres diminutions, en prenant les quarrés de *MP* & de *NQ*; mais ſi on veut s'épargner diverſes attentions pénibles, & n'en négliger néanmoins aucune d'eſſentielle, il n'y aura, comme nous l'avons déja dit, qu'à prendre, au lieu de ces diſtances, les diametres mêmes *RS* & *TX* des eſpaces éclairés. Quoique les extrêmi-

Figure 2. tés de ces eſpaces tombent ſur des endroits opaques & noirs de l'inſtrument, elles ſeront toujours aſſez ſenſibles pour qu'on puiſſe meſurer aiſément ces diametres *RS* & *TX*, après qu'on aura rendu les deux points lumineux *P* & *Q* d'une égale vivacité. Si le premier diametre eſt de 40 lignes, j'en multiplie le quarré 1600 par celui 81 de *AK*, & j'ai 129600. Je fais la même opération pour l'autre lumiere. Je multiplie le quarré 100 de *BL* par celui du diametre *TX* du cône lumineux dont *N* eſt le ſommet, & ſi ce diametre eſt de 16 lignes, il me viendra 25600 au produit.

IL EST BON de remarquer que, comme il ne s'agit ici que de rapports, il n'eſt pas abſolument néceſſaire d'employer les mêmes meſures pour exprimer toutes ces dimenſions. Ayant meſuré *AK* avec le pied de Roi, il faut néceſſairement employer la même meſure pour marquer *BL*. Nous avons enſuite exprimé en lignes le diametre *RS* du cône lumineux dont *M* eſt le ſommet, & nous nous ſervons auſſi de lignes pour l'autre cône.



LORSQU'ON avance les verres convexes K & L vers le milieu de la diſtance des corps lumineux à l'inſtrument ECD, on fait augmenter la lumiere qu'ils reçoivent; mais ces mêmes verres la diſperſent enſuite davantage, en la faiſant tomber à une plus grande diſtance de leur foyer particulier M & N; & il réſulte de la combinaiſon de ces deux changements, un affoibliſſement plus conſidérable. Ce n'eſt pas tout-à-fait le point du milieu qui produit la plus grande diminution, mais un point qui en differe de la quantité KM ou LN, laquelle devient un peu plus grande, à meſure qu'on approche le verre convexe du corps lumineux, comme le ſavent tous les lecteurs initiés dans l'Optique. Figure 2.

EN GÉNÉRAL le premier affoibliſſement des deux lumieres ſe fait dans le rapport de AK^2 à BL^2, & le ſecond dans le rapport de MP^2 à NQ^2, ou des quarrés des diametres RS & TX des deux cônes de lumiere. Ainſi les doubles changements ſuivent le rapport de $AK^2 \times RS^2$ à $BL^2 \times TX^2$; & puiſqu'on réuſſit par leur moyen à rendre également vives les deux lumieres reçues en P & Q, il faut néceſſairement que le premier corps lumineux éclaire plus que le ſecond dans le même rapport, ou que le flambeau A répande plus de lumiere que la bougie B, dans le rapport de $AK^2 \times RS^2$ à $BL^2 \times TX^2$.

Figure 2. IL SERA toujours facile de réduire cette méthode en pratique, & il ſuffira ordinairement, pour la rendre exacte, de prendre un certain nombre de précautions, qu'il eſt à propos d'avoir toujours préſentes. On doit écarter, avec le plus de ſoin qu'il eſt poſſible, toutes les lumieres étrangeres, & l'obſervation réuſſira encore mieux, ſi on en rend le lieu abſolument obſcur en le tendant de noir. Le morceau de carton *CF* forme une partie eſſentielle de l'inſtrument *ECD*; mais j'en place ordinairement un ſecond en *F*, qui empêche les deux lumieres de tomber obliquement ſur les deux faces du premier. On doit toujours arranger ces cartons ou diaphragmes de maniere qu'ils ſe mettent les uns les autres dans l'ombre, afin de mieux éviter tout reflet. Les deux verres lenticulaires *K* & *L* doivent être enchâſſés en même temps dans deux grandes ſurfaces ou morceaux de carton noir, qui augmentent auſſi l'obſcurité.

ENFIN j'ai remarqué qu'une autre attention, dont j'ai déja dit un mot, n'eſt pas moins importante; c'eſt de donner exactement la même figure & la même grandeur

bon, ſi on le peut, de faire en ſorte que leurs bords ſe touchent. J'ai preſque toujours regardé ces mêmes images au travers d'un trou fait dans un dernier diaphragme que j'appliquois à quelque diſtance de l'œil, & qui me cachoit tout autre objet. Figure 2.

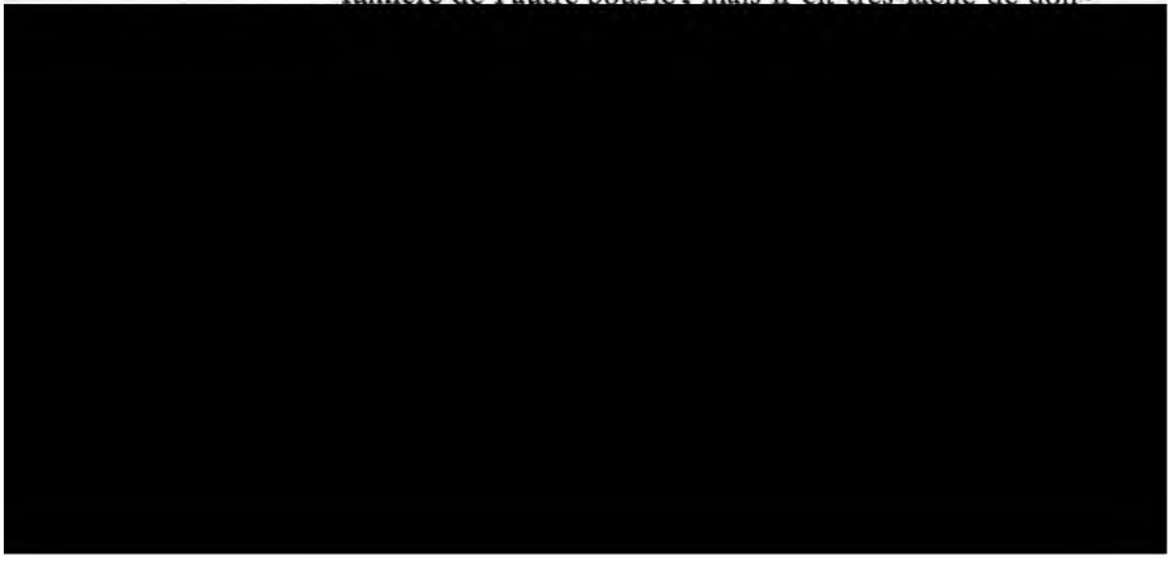
L'OBSERVATION ſera un peu plus pénible, & en même temps moins exacte, parce qu'elle ſera moins immédiate, toutes les fois qu'on entreprendra de comparer deux lumieres qui ne paroîtront pas en même temps, ou qu'il ſera trop difficile de rapprocher l'une de l'autre. Il faudra alors ſe ſervir néceſſairement d'une troiſieme lumiere comme de meſure commune, & on la comparera ſucceſſivement aux deux autres. Une bougie ou une lampe tiendra lieu de cette lumiere auxiliaire; mais il faudra que ce ſoit la même dans les deux comparaiſons, & il ſera toujours à propos de répéter les expériences, afin de prendre le milieu entre les différents réſultats. On peut faire encore mieux quelquefois, pour éviter les altérations accidentelles que peut ſouffrir un corps lumineux pendant un certain temps. Au lieu de ne ſe ſervir que d'une ſeule bougie ou lampe comme de meſure commune, on peut en employer pluſieurs comme quatre ou cinq qui éclairent enſemble; & dont la lumiere raſſemblée ſera plus uniforme. Quoi qu'il en ſoit, on ne ſauroit trop travailler, toutes les fois que la choſe eſt poſſible, à rendre l'obſervation plus directe;

Figure 2. & c'eſt à quoi pourront ſervir les autres moyens que nous allons propoſer.

ARTICLE III.

Moyen de tirer d'un ſeul flambeau ou d'une ſeule bougie, dans pluſieurs expériences, les lumieres qu'on doit comparer.

IL EST QUESTION ſouvent dans les recherches dont nous nous occupons, de découvrir combien un corps dont la ſurface eſt polie, un miroir, par exemple, réfléchit de lumiere à proportion de celle qu'il reçoit, ou de marquer quel eſt le degré précis de tranſparence d'un corps diaphane d'une certaine épaiſſeur. On ſeroit peut-être tenté, pour réſoudre ces problêmes, de choiſir deux bougies exactement de la même groſſeur, ou deux lampes parfaitement égales. On feroit réfléchir la lumiere d'une des deux, ou bien on la feroit paſſer au travers du corps tranſparent, & on la compareroit enſuite avec la lumiere de l'autre bougie; mais il eſt très-facile de don-



penſée juſqu'en *C*, & ayant pris deux tablettes parfaitement de la même couleur ou d'une égale blancheur, on les mettra également en arriere & en avant du miroir à deux diſtances égales ; on donnera à ces tablettes une ſituation exactement parallele entr'elles, ou également inclinée par rapport à la ligne droite *E D* qui les ſépare ; elles ſeront éclairées par la lampe ou bougie *P* placée ſur la même ligne droite *E D*. On cherchera enſuite le point *A* d'où on voye la tablette *D* par réflection dans le miroir, en même temps qu'on verra directement & du même coup d'œil l'autre tablette *E* qu'on aura miſe un peu plus haut qu'à ſa vraie place, ou un peu à côté : il faut que les deux tablettes vues par réflection & directement, ne paroiſſent former qu'une ſeule ſurface, ou ſemblent ſe toucher ; & il faudra, outre cela, rendre leur blancheur apparente, ou les teintes de leur lumiere, parfaitement égales, en faiſant avancer ou reculer la bougie *P* le long de la droite *E D* ; on n'aura plus après cela qu'à meſurer les deux diſtances *E P* & *D P*, & les quarrés de ces diſtances marqueront le rapport ſelon lequel la réflection ſur le miroir fait diminuer la force de la lumiere. Figure 3.

IL EST ÉVIDENT que ſi le miroir réfléchiſſoit, ſans aucune altération, tous les rayons qu'il reçoit, il faudroit placer la bougie *P* préciſément au milieu *C* de l'intervalle des deux tablettes, pour qu'elles paruſſent égale-

Figure 3. ment éclairées, puiſque tout d'ailleurs ſeroit égal de part & d'autre. Mais comme la réflection fait perdre toujours beaucoup de ſa force à la lumiere, on ne peut réparer cette perte, qu'en approchant beaucoup davantage la bougie *P* de la tablette *D* qui eſt vue par réflection. Cette tablette eſt enſuite plus éclairée que l'autre, dans le même rapport que le quarré de *PE* eſt plus grand que celui de *PD*; & ce même rapport doit donc exprimer l'affoibliſſement cauſé à la lumiere par la réflection ſur le miroir; puiſque la plus grande proximité de la bougie à la tablette *D*, ne fait que rétablir l'égalité dans le ton des deux couleurs que la réflection avoit altérée.

NOUS pourrions nous diſpenſer de dire qu'il eſt toujours important que l'œil ſoit dans l'ombre; mais nous ne devons pas manquer d'avertir qu'il faut que le miroir y ſoit auſſi, & ne reçoive aucune autre lumiere que celle qui lui vient de la tablette *D*; autrement la lumiere répandue ſur ſa ſurface, ſe joindroit en partie à celle de la tablette. Il eſt bon encore, en répétant l'expérience, de mettre les deux tablettes à la place l'une de l'autre, afin de n'avoir rien à craindre de l'inégalité de leur couleur, entre leſquelles il pourroit y avoir quelque légere différence. Au reſte, on eſt obligé de changer conſidérablement de procédé, lorſqu'on veut faire l'obſervation ſur des rayons de lumiere qui forment de trop petits angles avec la ſurface du miroir: il faudroit met-

tre alors les deux tablettes *D* & *E* à très-peu de diſtance l'une de l'autre, & outre qu'il pourroit devenir difficile de placer la bougie entre les deux, on ſeroit expoſé à commettre de trop grandes erreurs en meſurant les deux diſtances. Figure 3.

Seconde diſpoſition de la bougie, lorſqu'on veut rendre la lumiere fort oblique.

IL VAUT MIEUX dans ce cas placer la bougie très-proche du miroir: on peut la mettre au-deſſus ou un peu à côté, en faiſant en ſorte, par le moyen de divers diaphragmes, qu'elle ne l'éclaire pas, & qu'elle ne gêne point l'œil. Elle éclairera les deux tablettes *D* & *E* à peu près perpendiculairement (*fig.* 4.); celle *D* qu'on voit par réflection dans le miroir, & celle *E* qu'on voit directement du même coup d'œil. Mais comme la vivacité de la couleur de la premiere ſera affoiblie par la réflection, il faudra porter la tablette *E* ſenſiblement plus loin, pour rendre le ton des deux couleurs ou lumieres exactement le même. Il reſtera, après qu'on y aura réuſſi, à meſurer les deux diſtances *PE* & *PD* de la bougie aux deux tablettes, & on aura dans les quarrés de ces diſtances, le rapport qu'on vouloit découvrir. Figure 4.

SI ON ÉTOIT obligé de faire la diſtance *PE* de 60 pouces, pendant que *PD* eſt de 50, la tablette *D* ſeroit plus

Figure 4. éclairée que l'autre dans le rapport de 3600 à 2500 ; & l'excès de clarté que recevroit alors cette tablette *D*, ne ſerviroit qu'à réparer la perte cauſée à la lumiere par la réflection. Comme la tablette *E* ſe trouve ſenſiblement plus éloignée de l'obſervateur que l'autre, elle paroît plus petite ; ainſi il faut la rendre plus grande, ou diminuer de la grandeur de l'autre par des diaphragmes, juſqu'à ce qu'elles paroiſſent parfaitement égales, conformément à ce que nous avons déja recommandé.

C'EST cette ſeule attention qu'on eſt obligé d'avoir de plus, à cauſe du plus grand éloignement de la tablette *E* ; car il n'y a point à craindre que la vivacité de ſa lumiere paroiſſe moindre, lorſqu'on l'obſerve d'une plus grande diſtance. Si l'obſervateur en eſt, par exemple, trois fois plus éloigné, il recevra de chaque point de l'objet neuf fois moins de rayons ; mais d'un autre côté l'objet tracera une image plus petite dans l'œil, & les points de cette image étant plus voiſins les uns des autres exactement dans le même rapport, la vivacité de l'image, ou l'intenſité de ſa lumiere ou de ſa couleur ſera toujours la même. Deux murailles paralleles, mais différemment éloignées, nous paroiſſent, par cette même raiſon, également éclairées du ſoleil, ou également blanches, pourvu que les deux diſtances ne ſoient pas aſſez grandes pour donner lieu à l'air d'imprimer à un de ces objets, quelque légere teinte de ſa couleur. Si on eſt dix

fois plus éloigné d'une muraille que de l'autre, on recevra cent fois moins de lumiere de chaque point de la ſurface plus éloignée : mais le même eſpace de la rétine répondra à un nombre 100 fois plus grand de ces mêmes points, & par conſéquent l'action de la lumiere ſera toujours la même dans le fond de nos yeux ſur un eſpace égal. Ainſi il ſuffira dans notre expérience de meſurer avec ſoin les deux diſtances *PD* & *PE*, qui contribuent ſeules à la vivacité de la lumiere des deux tablettes, & il ne ſera nullement néceſſaire à l'obſervateur d'avoir égard aux éloignements. Figure 4.

Déterminer combien la Lumiere s'affoiblit en traverſant un corps diaphane.

ON PEUT à peu-près de la même maniere découvrir l'affoibliſſement que ſouffre la lumiere en traverſant un corps diaphane. Dans la *figure* 5. nous avons marqué en *B* le corps tranſparent, qui a la forme d'un parallélipipede rectangle, & nous avons mis au-deſſus la bougie *P*, qui éclaire en même temps à peu-près perpendiculairement les deux tablettes *D* & *E*. La premiere de ces tablettes, on la regarde au travers du corps tranſparent, & l'autre, on la voit d'une maniere directe, mais du même coup d'œil. Cette derniere paroîtroit plus fortement éclairée que l'autre, ſi on ne la portoit à une plus grande diſtance de la bougie. On réuſſit par quelque léger tâtonnement à faire enſorte Figure 5.

Figure 5. que les deux couleurs paroiſſent également vives, ou que les deux objets paroiſſent du même degré de blancheur, & on prend enſuite les quarrés des deux diſtances à la bougie : ſi l'une eſt double ou triple, la tablette *D* ſera quatre fois ou neuf fois plus éclairée que l'autre ; ce qui montrera que le corps diaphane affoiblit quatre fois ou neuf fois la lumiere qui le traverſe.

ARTICLE IV.

Second moyen de tirer d'un ſeul flambeau ou d'une ſeule bougie, les lumieres qu'on doit comparer.

ON PEUT ENCORE faire réuſſir les expériences précédentes, en ſuivant une diſpoſition aſſez différente. On
Figure 6. veut découvrir combien le miroir plan *B* (*fig. 6.*) affoiblit la lumiere qu'il reçoit ſous l'angle d'incidence *P B C :* on fera tomber cette lumiere ſur la tablette *D*, & on fera enſorte que la tablette *E*, poſée plus ou moins loin, ſoit éclairée avec la même force d'une maniere directe. Tous les Lecteurs qui ſavent les premiers principes de la Catoptrique, n'ignorent pas que les rayons qui tomberont ſur la premiere tablette, ſeront dirigés préciſément après la réflection, comme s'ils venoient du point *p*, qui eſt ſitué autant à côté & en arriere du miroir, que la bougie eſt en devant. Si la réflection ne détruiſoit donc aucune lumiere, & qu'on

éloignât plus ou moins l'une des tablettes, juſqu'à ce qu'elles fuſſent toutes deux également éclairées, il ſe trouveroit une parfaite égalité entre la diſtance pD ou la ſomme $PB+BD$ des rayons incident & réflechi, & la diſtance PE. Mais il faudra toujours porter réellement la tablette E un peu plus loin, à cauſe de l'imperfection du miroir, qui abſorbe un certain nombre de rayons. Il n'y aura donc qu'à prendre les quarrés des deux diſtances pD & PE, pour avoir le rapport ſelon lequel la lumiere s'affoiblit par la réflection. Figure 6.

UNE PRÉCAUTION qui eſt particuliere à cette expérience, c'eſt de rendre à peu-près paralleles les rayons PE & BD, afin qu'on puiſſe, de quelque point A ſuffiſamment éloigné, obſerver les deux tablettes preſque perpendiculairement, ou avec la même obliquité, en même temps qu'elles ſeront éclairées à peu-près perpendiculairement, ou avec la même inclinaiſon l'une que l'autre. Quant à l'éloignement plus ou moins grand de l'obſervateur aux tablettes, nous avons déja vu qu'il ne change rien à l'égard de la force des lumieres.

IL NE SERA pas plus difficile de déterminer le degré précis de tranſparence d'un corps diaphane, terminé par deux ſurfaces planes paralleles. On fera tomber ſur la tablette D (*fig.* 7) la lumiere d'une bougie, après qu'elle aura traverſé ce corps qui eſt en B; & on Figure 7.

Figure 7. éloignera plus ou moins l'autre tablette E, juſqu'à ce qu'elle ſe trouve également éclairée d'une maniere directe. Il faut cependant conſidérer que les rayons qui traverſent le corps diaphane, changent de direction ; ils ſont dirigés, en ſortant, comme s'ils partoient d'un point p, qui eſt comme une eſpece de foyer, & qui eſt éloigné de P, d'une diſtance toujours dépendante de l'épaiſſeur du corps diaphane, & de la nature de ce corps. Il ſe fait donc toujours ici deux changements à la force de la lumiere par ſon paſſage au travers du corps tranſparent : une partie des rayons eſt détruite ou interceptée, parce que le corps n'eſt pas abſolument diaphane, & c'eſt ce changement que nous voulons découvrir. D'un autre côté la force de la lumiere eſt augmentée, parce que les rayons ſe trouvent dirigés comme ſi le corps lumineux avoit été rapproché en p. Or il ſuit de-là, que nous n'avons qu'à meſurer les deux diſtances PE & pD, & prendre leur quarré, pour avoir le rapport ſimple, ſelon lequel la lumiere s'affoiblit par le défaut de tranſparence du corps B.

MAIS il nous reſte à déterminer le point p, ou le foyer virtuel d'où la lumiere ſemble partir, après qu'elle a traverſé le corps diaphane. Il faut pour cela que nous examinions la route que ſuivent les rayons dans tout leur
Figure 8. trajet, que nous repréſente la *figure* 8. Le rayon $PABC$, qui traverſe perpendiculairement les deux faces paralleles

du

du corps KL, ne ſouffre aucune réfraction. Les autres PD & PG ſe détournent en s'approchant de la perpendiculaire à la ſurface, lorſqu'ils entrent dans le corps tranſparent, & ils prennent les mêmes directions DE & GH, que s'ils partoient du point Q, qui eſt tellement placé en arriere du corps lumineux, qu'il y a un rapport conſtant entre QA & PA, pour tous les rayons voiſins du perpendiculaire. Ce rapport eſt le même que celui qui ſe trouve entre les ſinus d'incidence & de réfraction; car ces angles ſe meſurent à l'égard de la perpendiculaire à la ſurface réfringente, & il y a rigoureuſement le même rapport entre les lignes QD & PD qui en ſont les ſécantes de complément, leſquelles ne différent pas ici, quant à la longueur, des lignes QA & PA. Figure 8.

MAIS les rayons étant parvenus en E & en H ſouffrent un ſecond détour; ils ſortent en s'éloignant de la perpendiculaire, & ils ſuivent des directions EF & HI, exactement paralleles aux premieres PD & PG, étant dirigés comme s'ils partoient du point p. Il y a donc même rapport de DE à Pp, que de QD à QP. Mais au lieu de QD & de QP, nous pouvons mettre le ſinus d'incidence & ſon excès ſur le ſinus de réfraction, & nous pouvons de même confondre DE avec l'épaiſſeur AB. Ainſi nous trouverons Pp par cette analogie, le ſinus d'incidence, eſt à l'excès de ce ſinus ſur le ſinus de réfraction, comme AB eſt à Pp. Il nous eſt

Figure 8. encore libre d'employer au lieu des ſinus, les nombres qui en expriment continuellement le rapport. Les ſinus d'incidence & de réfraction ſont à peu-près comme 3 & 2 pour le cryſtal, & 4 & 3 pour l'eau. Nous aurons donc cette proportion : 3 eſt à 1, comme *AB* eſt à *Pp* pour le premier de ces corps tranſparents, & 4 à 1 pour le ſecond. C'eſt-à-dire, que le foyer virtuel *p* eſt éloigné du corps lumineux du tiers de l'épaiſſeur du corps diaphane, ſi c'eſt du cryſtal, & du quart de cette épaiſſeur ſi c'eſt une maſſe d'eau.

LE FOYER VIRTUEL ou point *p* étant déterminé, il eſt de la plus grande évidence qu'il faut y avoir égard dans l'expérience repréſentée par la figure 7. Les rayons du corps lumineux tombent ſur la tablette *D*, comme s'ils partoient du point *p*, ou comme ſi le corps lumineux y avoit été tranſporté. C'eſt par conſéquent une attention qu'il faut avoir dans le changement de la lumiere. Mais il nous reſte à montrer qu'on en eſt diſpenſé dans l'expérience de la figure 5, dont nous avons parlé dans l'article précédent.

SI ON COMPARE par la penſée chaque point de la tablette *D* au corps lumineux *P* de la figure 8, il eſt vrai qu'en mettant l'œil en *C*, toujours dans la même figure 8, on recevra un plus grand nombre de rayons de chacun de ces points. Ils ſeront dirigés en effet comme

s'ils partoient du point *p*. Mais il faut conſidérer auſſi que toute la tablette ſera en même temps comme rapprochée. Elle eſt en *P*, & on la verra comme ſi elle étoit en *p*. Ainſi elle paroîtra ſous un plus grand angle ; & en prenant un certain nombre de ſes points, ils occuperont dans le fond de l'œil un plus grand eſpace, ce qui fera à l'égard de l'intenſité ou de la force de la lumiere une parfaite compenſation. Chaque point ſera, pour ainſi dire, plus lumineux ; mais ces points paroîtront plus éloignés les uns des autres dans le même rapport. On voit donc qu'il ne faut point avoir égard au foyer virtuel dans la figure 5, lorſqu'on regarde l'objet au travers du corps tranſparent ; mais il faut y faire une expreſſe attention dans la figure 7, où les rayons qui éclairent l'objet, produiſent le même effet que s'ils partoient du point *p*, ſans qu'il ſe fît aucune compenſation. Figure 8.

ARTICLE V.

Réſoudre la plûpart des problêmes précédents, en introduiſant quelque partie de la Lumiere du jour dans une chambre obſcure.

J'AI CHERCHÉ encore quelques autres moyens d'éviter, dans la meſure de la lumiere, les irrégularités accidentelles des lumieres auxiliaires dont on eſt obligé de ſe ſervir. J'ai introduit quelques rayons du jour dans une

Figure 8. chambre obſcure par deux différentes ouvertures ; je les ai fait réfléchir, ou je les ai fait traverſer quelque corps diaphane, & je les ai enſuite comparés avec la lumiere directe que me fourniſſoit la ſeconde ouverture, dont je meſurois avec ſoin la grandeur, de même que celle de la premiere. J'ai toujours choiſi pour cela un jour ſerein, & fait enſorte que les deux ouvertures répondiſſent à un endroit du ciel à peu-près oppoſé au
Figure 9. ſoleil. La *figure 9.* nous repréſente l'intérieur de la chambre obſcure ; les deux ouvertures ſont marquées par *P* & *Q*. Je pouvois les changer un peu de ſituation, les porter plus ou moins haut, & changer auſſi leur grandeur ; j'exécutois tous ces changements par le moyen de ſimples cartons, que je faiſois gliſſer les uns ſur les autres ; lorſque les deux ouvertures étoient les plus grandes, elles formoient des quarrés dont les côtés étoient de 7 à 8 pouces.

POUR EXAMINER combien un miroir, ou la ſurface d'une liqueur, faiſoit diminuer la lumiere en la réfléchiſſant, je plaçois horizontalement ce miroir en *O*, ou j'y mettois le vaſe qui contenoit la liqueur. Cette liqueur faiſoit réfléchir en *R* ſur le chaſſis *GH*, la lumiere qu'elle recevoit de l'ouverture *P*. J'augmentois enſuite ou je diminuois l'autre ouverture *Q*, juſqu'à ce que la lumiere qu'elle fourniſſoit & qui tomboit en *S*, me parût également forte que l'autre, & j'avois dans la

grandeur des deux ouvertures, le rapport ſelon lequel la lumiere s'affoibliſſoit par ſa réflection ſur le miroir, ou ſur la ſurface de la liqueur placée en *O*. Figure 9.

IL EST ESSENTIEL dans cette obſervation, que les deux rayons *PO* & *QS*, auxquels je donnois ordinairement 7 ou 8 pieds de longueur, ſoient exactement paralleles, afin que les deux lumieres viennent de deux points du ciel également élevés au-deſſus de l'horizon, & que leur force ſoit préciſément la même. Ainſi il faut néceſſairement que la ſeconde ouverture *Q* ſoit un peu plus haute que l'autre *P*, ſi on veut que les deux images *R* & *S* ſoient à côté l'une de l'autre, & tout à fait voiſines. Il n'eſt pas moins important que le chaſſis *GH* ſoit alors dans une ſituation exactement verticale, afin que le rayon réfléchi *OR* & le rayon direct *QS*, le frappent préciſément avec la même inclinaiſon; autrement les deux lumieres, quoique rendues égales, ne l'éclaireroient pas également. Cette diſpoſition ſert encore à remplir une condition importante. Le rayon direct *QS* ſe trouve exactement de même longueur que la ſomme des deux rayons incidents & réfléchis *PO* & *OR*; ce qui eſt néceſſaire pour que les quantités de lumieres introduites dans la chambre, ſoient ſenſiblement proportionnelles à la grandeur des deux ouvertures.

QUANT au chaſſis *GH*, on le fera, ſi on veut, de vélin

Figure 9. ou de papier blanc, & on circonſcrira les images *R* & *S* par des diaphragmes ; ou bien, on ſe ſervira au contraire d'une feuille de carton noir, percée de deux trous, auxquels on donnera 3 ou 4 lignes de diametre ; & on les couvrira avec deux morceaux de papier blanc. On juge aſſez qu'il faut abſolument un rideau qui s'étende depuis le chaſſis juſques vers les deux ouvertures, pour ſéparer les deux traits ou pyramides de lumiere dans preſque tout leur trajet ; & on voit encore qu'il n'eſt pas moins eſſentiel de ſuſpendre un autre obſtacle au-deſſus de la ſurface réfléchiſſante *O*, pour empêcher l'image *R* d'être éclairée autrement que par réflection. Nous ne recommandons l'uſage du chaſſis noir percé de deux trous, que parce qu'en ôtant les morceaux de papier blanc qui les ferment, on peut y appliquer l'œil, & s'aſſurer ſi tous les diaphragmes ou rideaux, qu'on eſt quelquefois obligé d'employer, n'interceptent pas en partie les deux lumieres principales.

LORSQU'ON veut comparer ſimplement les propriétés de deux ſurfaces par rapport à la réflection, on peut réuſſir à faire promptement & avec facilité, un grand nombre d'obſervations, en changeant très-peu de choſes dans les diſpoſitions que nous venons de décrire. Il n'y aura qu'à mettre horizontalement derriere le chaſſis, à côté l'une de l'autre, les deux ſurfaces qu'on veut examiner, & on y regardera comme dans un miroir, les

deux points lumineux *R* & *S*, auxquels on fournira plus ou moins de lumiere directe, en changeant le rapport des deux ouvertures qu'on aura ſoin de placer alors à la même hauteur. Il ne ſera pas néceſſaire, dans ces nouvelles expériences, que le chaſſis ſoit ſitué verticalement; il ſera même mieux de l'incliner en arriere, afin qu'il ſoit éclairé plus fortement, & qu'on voye auſſi mieux par réflection, ſur les deux ſurfaces, les deux points lumineux *R* & *S*, dont il faut que les images paroiſſent également vives; la comparaiſon étant faite pour une certaine incidence, on la fera pour une autre, en plaçant plus haut ou plus bas les mêmes points lumineux *R* & *S*. Figure 9.

ARTICLE VI.

Conſtruction d'un Inſtrument propre à meſurer la force de la Lumiere, lequel jouit de pluſieurs propriétés de la chambre obſcure.

ON PEUT au ſurplus ſe procurer preſque tous les avantages que fournit une chambre obſcure, par la conſtruction d'un inſtrument ou d'une machine fort ſimple, qui en réunit en petit les principales propriétés. Deux tuyaux, dont l'intérieur eſt noirci, & garni outre cela de divers diaphragmes placés principalement vers le milieu de leur longueur, ſont attachés par leurs extrémités inférieures par le moyen d'une charniere qui eſt en *B C*,

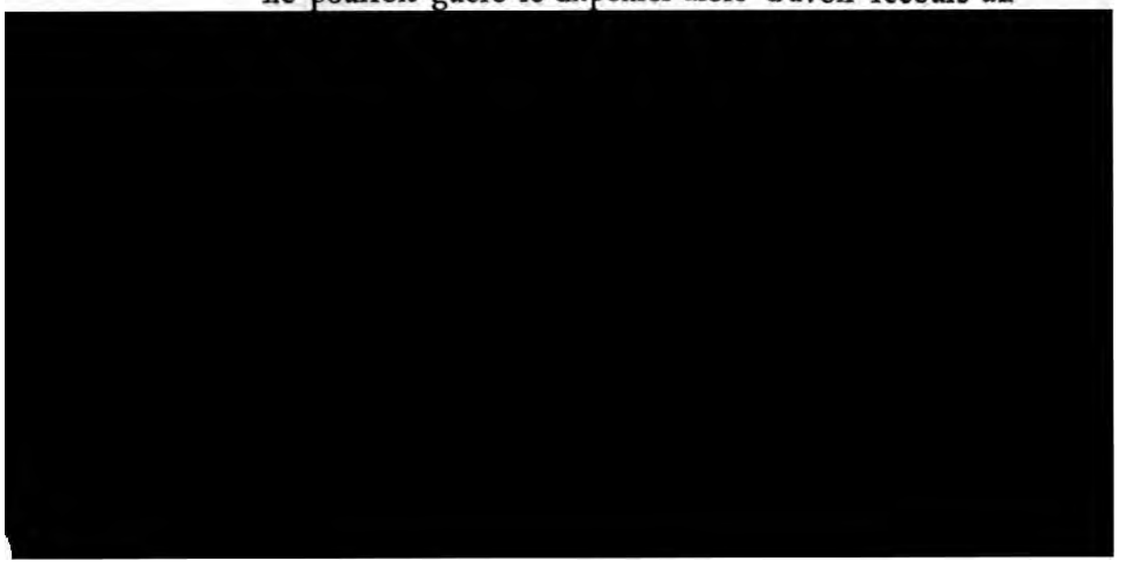
Figure 10. (*fig.* 10). Ces tuyaux ont en bas deux trous de 3 ou 4 lignes de diametre en *R* & en *S*, & ils ſont fermés par deux morceaux de papier très-fin & très-blanc. Les deux autres extrémités ont chacune une ouverture circulaire d'un pouce de diametre ſi l'on veut, mais parfaitement égales, & elles donnent une libre entrée à la lumiere. Un de ces tuyaux eſt formé de deux parties qui rentrent l'une dans l'autre, & ſelon qu'on l'allonge ou qu'on le raccourcit, on produit préciſément le même effet, que ſi on rendoit le diametre de ſon ouverture *D* plus petit ou plus grand dans le même rapport. Car cette ouverture répond enſuite dans le ciel, à un eſpace plus ou moins grand.

VEUT-ON, avec cet inſtrument, déterminer combien un certain endroit du ciel nous envoye plus ou moins de lumiere qu'un autre, ſelon qu'il eſt plus ou moins élevé, ou plus ou moins éloigné du ſoleil? on n'a qu'à aſſujettir les deux tuyaux à former entr'eux un certain angle; on les dirigera vers les deux endroits du ciel, & on introduira leur extrémité inférieure dans un plus gros tuyau de ſept à huit pouces de longueur dans lequel on regardera, & qui s'adaptera aſſez à la forme du front & du reſte du viſage au-deſſous des yeux, pour qu'on réuſſiſſe à ne voir abſolument aucune autre lumiere que celle des deux points lumineux *R* & *S*. Il faudra ſouvent que l'Obſervateur ſoit aidé de quelqu'un, qui ſe charge

charge du ſoin de régler la ſituation de l'inſtrument, & qui, outre cela, allonge ou racourciſſe le tuyau *BD*, juſqu'à ce que les deux images *R* & *S* paroiſſent d'une lumiere également forte. Si le tuyau *AB* a 12 pouces de longueur, & qu'il en ait fallu donner 15 à l'autre, ce ſera la même choſe que ſi on avoit diminué le diametre de l'ouverture *D* dans le rapport de 15 à 12, ou de 5 à 4. Cette ouverture fourniroit donc un jour plus foible dans le rapport de 25 à 16, & ce ſeroit une marque que l'endroit du ciel qui répond à l'ouverture *D*, eſt réellement plus lumineux que l'autre dans le même rapport. Figure 10.

LE MÊME inſtrument ſervira auſſi à déterminer les divers degrés de force qu'a la lumiere que nous renvoyent les objets terreſtres, lorſqu'ils ſont chacun en particulier d'une couleur uniforme, & qu'ils nous préſentent une ſurface d'une grandeur ſuffiſante. Plus un objet ſera éclairé, ou plus il nous renverra de lumiere, plus il faudra allonger le tuyau *BD*, qui y ſera dirigé. En allongeant ce tuyau, on fait répondre ſon ouverture à une moindre partie de l'objet, & le point lumineux *S* en eſt moins éclairé. Lorſque les deux points lumineux, ou les deux images *R* & *S* ſeront de la même force, il n'y aura donc toujours qu'à prendre les quarrés des longueurs des deux tuyaux; & les mettant dans un ordre renverſé, on aura le rapport entre les intenſités de la lumiere des objets qu'on vouloit comparer.

Figure 10. MAIS IL FAUT, pour que l'obſervation réuſſiſſe, que les objets renvoyent aſſez de lumiere, pour qu'elle ſoit ſenſible ſur les deux morceaux de papier, ou les verres mats qui couvrent les trous *R* & *S*. Il faut encore que ces objets ſoient aſſez gros, & qu'ils ſoutiennent un angle conſidérablement plus grand que celui que forme chaque ouverture *A* ou *D*, vue de l'autre extrémité du tuyau. En effet, ſi chaque objet ne paroiſſoit que ſous un angle de 2 ou 3 minutes, & qu'en allongeant le tuyau *BD*, on ne pût réduire tout au plus la grandeur de ſon ouverture qu'à 7 ou 8 minutes, l'objet n'en occuperoit toujours, pour ainſi dire, que le milieu. Les deux points lumineux, ou petites images *R* & *S*, recevroient donc toujours le même nombre de rayons, malgré l'allongement du tuyau, & nous ne réuſſirions pas à opérer ſur les deux lumieres, la gradation néceſſaire, dont nous nous ſervons pour les meſurer. Pour éviter, dans ce cas, de donner une grandeur énorme à l'inſtrument, ou de rétrecir beaucoup l'ouverture *D* du tuyau *DB*, ce qui jetteroit dans d'autres inconvénients, on ne pourroit guere ſe diſpenſer alors d'avoir recours au



ARTICLE VII.

Second moyen de ſe ſervir des Verres lenticulaires, ou des objectifs de Lunette, pour meſurer la Lumiere.

AU LIEU de recevoir la lumiere à plus ou moins de diſtance du foyer des verres lenticulaires, au travers deſquels on la fait paſſer, pour la faire augmenter ou diminuer de force, comme nous l'expliquions dans le premier & ſecond article, nous n'avons qu'à la recevoir exactement dans le foyer, & en faire changer la force, en donnant plus ou moins d'ouverture au verre. Nous choiſirons exprès pour cela des verres lenticulaires d'une convexité peu conſidérable; nous pourrons même nous ſervir des objectifs de nos plus longues lunettes aſtronomiques; les images étant rendues plus grandes, il ſera plus facile de choiſir & de diſtinguer les parties dont on voudra comparer l'éclat ou la force.

LA FIGURE 11 nous repréſente l'inſtrument. Deux objectifs *AE* & *DF* parfaitement égaux, ſont adaptés à deux tuyaux, & leur foyer ſe termine à l'extrémité inférieure à 6 ou 7 pieds de diſtance des verres, ou à 10 ou 12 pieds. Chacune des extrémités inférieures eſt fermée, à un petit trou près de 3 ou 4 lignes de diametre, Figure 11.

Figure 11. qui eſt couvert d'un morceau de papier très-blanc, ou d'un verre mat. L'inſtrument ſera tout conſtruit, & il ne reſtera plus qu'à diriger les deux lunettes vers les objets qu'on voudra obſerver. Ces objets ſe peindront dans le fond des tuyaux; on n'en découvrira que les ſeules parties qui répondront aux deux morceaux de papier; & pour les mieux diſtinguer, on écartera toutes les lumieres étrangeres, en engageant le bout des deux lunettes dans un plus gros tuyau auquel on appliquera l'œil, comme nous le recommandions lorſqu'il s'agiſſoit de l'inſtrument repréſenté dans la figure 10. Si les deux objets qu'on obſerve ne ſont pas également lumineux, ſi l'un eſt beaucoup plus éclatant que l'autre, on les réduira à l'égalité, en diminuant l'ouverture d'un des deux objectifs, & l'étendue actuelle de ces deux verres, marquera enſuite le rapport qui regne entre les deux différents degrés de lumieres.

MAIS il faut remarquer qu'il n'y a, dans ces ſortes d'obſervations, qu'une ſeule maniere légitime de diminuer l'ouverture des objectifs. Puiſqu'on veut que la grandeur de la ſurface du verre exprime la quantité des rayons qui le traverſe, il ne faut pas plus couvrir les parties du centre, que celles des bords; les premieres étant plus épaiſſes ſont moins tranſparentes, & les autres le ſont davantage; mais il n'y a qu'à les couvrir toutes proportionnellement, & pour cela, il faut ſe ſervir de

diaphragmes qui ayent exactement la figure de ſecteurs. Nous avons repréſenté dans la *figure* 12, un de ces objectifs en partie couvert : il eſt environné d'un anneau ou d'un diaphragme circulaire *MNO*, ſur lequel nous avons tracé des diviſions relatives à toute la circonférence. D'autres diaphragmes taillés en ſecteurs, ſont engagés entre le diaphragme circulaire & le verre même, & les faiſant gliſſer les uns ſur les autres, on rend inutile quelle partie de l'objectif on veut. Dans l'état exprimé par notre figure, la lumiere ne paſſe que par l'eſpace *FCEH*, qui eſt exactement des quatre douziemes de toute l'étendue du verre, & elle eſt par conſéquent diminuée dans ce même rapport. Figure 12.

SI TOUS LES objets qu'on ſe propoſe d'obſerver, étoient preſque ſur la même direction les uns que les autres, on pourroit réduire les deux longs tuyaux en un ſeul. On laiſſeroit en haut les objectifs, qu'on mettroit à côté l'un de l'autre, & un ſeul oculaire ſuffiroit en bas. Cet inſtrument ne différeroit pas alors de celui que je mis entre les mains des Aſtronomes en 1748, auquel je donnai le nom d'*Héliometre* ou d'*Aſtrometre*; inſtrument que la Société Royale de Londres a reproduit en 1753, preſque ſous la même forme, en aſſurant qu'on le lui avoit propoſé pluſieurs années auparavant. Je m'applaudis encore moins de m'être ainſi rencontré avec un habile Opticien Anglois, que d'avoir été cauſe

Figure 12. qu'on lui ait à la fin rendu juſtice : car il paroît qu'on négligeoit ſa découverte, comme s'il ne l'eût pas aſſez bien expliquée, ou qu'on n'en eût pas ſenti toute la valeur ; & elle ſeroit reſtée vraiſemblablement enſevelie dans le plus profond oubli, ſi la propoſition de mon Héliometre ne l'en eût fait tirer. Il eſt arrivé à peu-près la même choſe dans cette rencontre, que dans l'autre ſiecle à l'égard du Micrometre. On y avoit penſé en Angleterre ; mais tout ce qu'on y avoit fait ayant été parfaitement ignoré du Public, lorſqu'il en étoit encore temps, dût être regardé comme abſolument inutile ou comme non-avenu. Ainſi on ſe trouva réellement redevable de cette invention à MM. Auzout & Picard, & uniquement à eux ſeuls ; de même que je crois qu'on m'aura l'obligation de l'Héliometre, puiſque je n'ai rien emprunté ſur cela de nos ſavans voiſins, & qu'ils avoient eux-mêmes perdu entiérement de vue, ou même mépriſé l'idée preſque ſemblable qu'on leur en avoit communiquée. Je n'avois imaginé ce ſecond inſtrument, que pour meſurer avec préciſion les intervalles celeſtes, qui ſont un peu plus grands que ceux qu'on meſure avec le premier ; mais on voit que je lui donne encore un autre uſage qui peut devenir très-conſidérable. On peut ne laiſſer à l'Héliometre que ſes ſeuls objectifs ; on verra plus aiſément enſuite les deux images du même coup d'œil, & on s'épargnera toutes les difficultés qu'on trouveroit à obſerver ces images, par des endroits également épais de l'oculaire.

ARTICLE VIII.

Qu'en ſe ſervant des Inſtruments repréſentés dans les figures 10 & 11, on meſure immédiatement l'intenſité de la lumiere, & non pas ſa quantité totale.

AU SURPLUS, il eſt facile de remarquer que nous ne meſurons pas par cet inſtrument, les quantités abſolues de la lumiere, mais ſes ſeules intenſités, ou la multitude des rayons relativement à la ſurface du corps lumineux, de même que lorſque nous nous ſervions de l'inſtrument de la figure 10. Il faut toujours bien diſtinguer, entre ces deux choſes, la quantité abſolue & l'intenſité de la lumiere. La quantité abſolue dépend autant de la maniere dont les rayons ſont voiſins les uns des autres, ou ſont denſes ou preſſés, que de la grandeur de la ſurface du corps lumineux qui nous éclaire; au lieu que l'intenſité n'exprime que la ſeule maniere dont les rayons ſont plus ou moins preſſés, ſans égard à leur quantité totale. Figure 12.

SI EN REGARDANT un corps lumineux, il paroît très-éclatant, l'intenſité de ſa lumiere ſera très-grande, & cependant il pourroit arriver, que tout conſidéré, ce corps lumineux éclairât très-peu, parce qu'il auroit peu

Figure 12. de ſurface. Le contraire eſt également poſſible : il ſe peut que l'intenſité de la lumiere ſe trouve très-petite, & que néanmoins le corps lumineux répande beaucoup de lumiere, ſur-tout, s'il a une très-grande ſurface. Ceci a rapport à ce que nous diſions d'une muraille éclairée par le ſoleil : on s'en éloigne, & ſa couleur paroît également forte, ou, pour nous exprimer autrement, l'intenſité de ſa lumiere eſt toujours la même, quoique cette muraille puiſſe réfléchir plus ou moins de lumiere totale. Sa blancheur conſerve exactement le même degré, parce que le nombre des rayons qui entrent dans l'œil, eſt continuellement proportionnel à la grandeur de l'image tracée ſur la rétine.

QU'IL NOUS ſoit permis d'ajouter, pour un plus grand éclairciſſement, que dans l'obſervation repréſentée par la figure 2, nous comparions les forces abſolues des lumieres & non pas leurs intenſités. Car nous recevions à la fois des rayons de toutes les parties de la ſurface des corps lumineux ; nous n'examinions pas ſi la ſurface de la flamme paroiſſoit plus ou moins vive ; nous obſervions en maſſe toute la lumiere que nous en recevions. Nous nous plaçons à préſent dans un autre point de vue : nous ne conſidérons qu'une partie déterminée de la ſurface du corps lumineux, & l'expreſſion que nous trouvons par la force de ſa lumiere, eſt relative à l'étendue apparente de cette partie. Au lieu donc

donc de prononcer actuellement ſur la quantité totale de la lumiere, nous cherchons immédiatement ſon intenſité ; nous examinons ſi des parties d'une égale étendue apparente dans les deux corps lumineux, ou dans les deux objets, répandent plus ou moins de lumiere l'une que l'autre. Il eſt évident que les réſultats doivent être différents, ſelon les deux divers ſens dans leſquels on réſoud le problême ; mais outre que ces deux ſolutions ont chacune leur utilité, il eſt toujours facile de paſſer de l'une à l'autre. Lorſqu'on connoît l'intenſité de la lumiere, il n'y a qu'à la multiplier par la ſurface du corps lumineux, ſi on en eſt toujours à la même diſtance, & on aura la quantité abſolue de la lumiere. Si au contraire on a cette derniere quantité, il n'y a qu'à la diviſer par la grandeur de la ſurface du corps lumineux, & on aura l'intenſité, ou le degré de force avec lequel chaque partie de notre rétine eſt affectée.

ENFIN ſi les deux objets, ou corps lumineux ſont à des éloignements très-différents, il faudra changer un peu la longueur des lunettes, pour que les deux images ſe tracent avec une égale diſtinction dans le fond des deux tuyaux, & alors les forces ou intenſités de la lumiere ne ſeront pas exprimées exactement par les ouvertures des objectifs. La diſtance de l'objet à l'objectif ne fait rien à la force de la lumiere, pourvu qu'on n'ait rien à craindre du défaut de tranſparence de l'air. Si

l'objet eſt beaucoup plus loin, il offre une partie beaucoup plus grande qui éclaire le fond de la lunette ſous le même angle, & il ſe fait une compenſation exacte entre la grandeur réelle de cette partie, & le moindre nombre de rayons que chacun de ſes points jette vers l'objectif. Le nombre des rayons admis dans la lunette, qui nous viennent de parties égales en apparence de l'objet, ſera donc toujours le même, malgré l'éloignement plus ou moins grand de l'objet. Mais cette même quantité de lumiere qui traverſe l'objectif, & qui eſt proportionnelle à la grandeur de ſon ouverture, doit perdre enſuite plus ou moins de ſon intenſité, ſelon qu'elle va ſe répandre plus ou moins loin, & qu'elle s'étend ſur une plus grande ou moindre ſurface au foyer. Plus la lumiere eſt affoiblie par cette ſeconde cauſe, moins on eſt obligé d'avoir recours à l'autre, ou de diminuer l'ouverture de l'objectif, pour rendre les deux images également vives. Ainſi, tout conſidéré, les intenſités de la lumiere que nous obſervons, ſont en raiſon compoſée de l'inverſe des ouvertures des objectifs, & de la directe des quarrés des longueurs des lunettes.

ARTICLE IX.

Comparaiſon des moyens précédents de meſurer la Lumiere, avec ceux que différents Auteurs ont propoſés.

NOUS TERMINERONS l'énumération que nous avions à faire des différents moyens qu'on peut employer pour meſurer la lumiere, en les comparant avec les méthodes propoſées par quelques Auteurs. On a vu que nous nous ſommes fait une loi de réduire toujours les deux lumieres à une parfaite égalité, en faiſant augmenter la plus foible, ou diminuer la plus forte. Nous leur avons quelquefois fait ſouffrir ce changement immédiatement avant que de les recevoir, & d'autres fois nous avons fait augmenter ou diminuer leur force, à leur ſortie, pour ainſi dire, des corps lumineux: mais l'ordre que nous avons ſuivi en cela, n'a apporté aucune différence dans le réſultat; puiſque tous les lecteurs ſavent qu'il n'importe quel arrangement on donne à des grandeurs ou à des fractions qu'on multiplie les unes par les autres, & que leur produit eſt toujours le même. Nous croyons que cette regle indiſpenſable de ramener dans cette rencontre tout au rapport d'égalité, ne peut être remplacée par aucune autre; car ce rapport eſt le ſeul ſur lequel on ſoit ſûr de ne ſe pas tromper tout à fait groſſiérement.

En général, nos ſens ne nous ont pas été donnés pour nous apprendre avec préciſion combien les différentes cauſes de nos ſenſations ont plus de force les unes que les autres; ils ont été diſpoſés par une ſageſſe infinie, pour nous marquer ſimplement les divers rapports qu'elles ont avec nous : une différence entr'elles peut être fort grande, & que nous ne la ſentions qu'à peine, elle ne nous intéreſſe point encore ; elle n'a rien de menaçant pour nous ; & il n'eſt pas moins poſſible qu'une différence très-petite réponde à une ſenſation très-différente; parce que cette petite augmentation de plus dans l'agent, le met quelquefois en état d'altérer notre conſtitution, & qu'il eſt important, pour notre propre conſervation, que nous en ſoyons avertis promptement.

MAIS ce n'eſt pas la même choſe, lorſque deux cauſes agiſſent ſur nos ſens d'une maniere médiocre, qu'elles agiſſent dans le même temps, ſur le même organe, que leurs impreſſions nous paroiſſent également fortes, & que toutes les autres circonſtances ſont abſolument les mêmes; on ne peut pas douter qu'elles ne ſoient alors très-approchantes d'être égales. On en aura la preuve à l'égard de la lumiere dans la premiere des expériences que nous rapporterons dans la Section ſuivante. Ainſi nous avons eu raiſon d'inſiſter ſur toutes les précautions qui contribuent à rendre tout égal de

part & d'autre, dans les comparaiſons que nous ſommes obligés de faire. Ce n'eſt pas aſſez que nous voyions du même coup d'œil, les lumieres dont nous voulons découvrir le rapport, & que nous rendons égales, il faut que nous les regardions avec la même obliquité; il faut encore, comme nous l'avons expreſſément recommandé, que nous les circonſcrivions par des diaphragmes ou autrement, dans des eſpaces de même grandeur & de même figure apparentes, & il faut que nous les rendions ſi voiſines l'une de l'autre, qu'elles ſemblent ſe toucher en ſe peignant ſur la rétine. Si dans cet état, & lorſque nous les examinons dans un endroit tendu de noir, ou aſſez obſcur, elles nous paroiſſent également fortes, dans le temps même que nous avons encore la précaution de les obſerver au travers d'une ouverture pratiquée dans un dernier diaphragme, qui nous interdiſe la vue de tout autre objet, il eſt certain que nous n'aurons qu'à tenir compte de tous les changements que nous leur aurons fait ſouffrir, pour les réduire à l'égalité, & que nous ſaurons aſſez exactement quelle étoit leur premiere force.

CE N'EST que pour avoir omis une ou pluſieurs de ces attentions eſſentielles, que divers Savants nous ont propoſé, pour meſurer la lumiere, des moyens très-inſuffiſants & très-défectueux. M. Huyghens rapporte, dans ſon Traité intitulé; *Coſmotheoros*, Liv. II, page 136,

que, pour comparer la lumiere du ſoleil avec celle de l'étoile *Sirius*, il avoit regardé le premier de ces aſtres par un long tuyau, qui n'étoit percé en haut que d'un très-petit trou, & qu'il avoit rendu les deux lumieres également vives. Mais outre que ce ſavant Mathématicien ne mettoit peut-être pas alors toute la diſtinction néceſſaire entre les forces abſolues des lumieres & leurs intenſités, il n'eſt que trop certain que nous ne pouvons juger immédiatement de la vivacité de deux ſenſations, que lorſqu'elles nous affectent dans le même inſtant. Comment s'aſſurer autrement qu'un organe auſſi délicat que l'œil, eſt toujours préciſément dans le même état; qu'il n'eſt pas plus ſenſible à une légere impreſſion dans un temps que dans un autre? Et comment ſe reſſouvenir de la force de la premiere ſenſation, lorſqu'on eſt actuellement affecté par la ſeconde, & qu'il s'eſt écoulé, entre les deux, un intervalle de pluſieurs heures, ou même de pluſieurs jours? Il eût donc fallu, pour réuſſir dans cette détermination, avoir recours à une lumiere auxiliaire, dont on pût diſpoſer dans les deux obſervations, & qui ſervît de terme commun de comparaiſon.

NOUS DEVONS faire à peu-près les mêmes reproches aux moyens décrits par le P. François Marie, Capucin de Paris, dans un petit livre qu'il publia en 1700, ſous le titre de *Nouvelles Découvertes ſur la Lumiere.*

Je n'en avois pas connoiſſance, lorſque je donnai, en 1729, mon Ouvrage intitulé : *Eſſai d'Optique*, & je ne pus pas en parler alors. Ce bon Religieux croyoit, qu'en appliquant pluſieurs morceaux de glace de même épaiſſeur les uns ſur les autres, ou qu'en procurant à des rayons pluſieurs réflections ſucceſſives par des miroirs, on avoit une échelle qui diminuoit par des degrés exactement égaux, ou qui ſuivoit les termes d'une progreſſion arithmétique décroiſſante ; & lorſqu'il vouloit évaluer la force d'une lumiere, il examinoit combien il falloit employer de morceaux de glace ou de différents miroirs pour la faire diſparoître entiérement. Le P. François Marie ſe trompoit ſur l'égalité de ſes degrés de lumiere, de même que pluſieurs autres perſonnes qui ſont tombées dans la même erreur ; mais ce qui rendoit ſes expédients encore plus défectueux, c'étoit le mauvais uſage qu'il en faiſoit. Ses réſultats devoient dépendre du plus ou du moins de tranſparence de ſes morceaux de glace, & outre cela, du différent état de ſes yeux, qui étoient plus ou moins ſenſibles dans un temps que dans un autre : lorſqu'il avoit la vue un peu fatiguée, toutes les lumieres devoient ordinairement lui paroître plus fortes ; il avoit alors beſoin d'un plus grand nombre de morceaux de glace, pour les affoiblir également. Chaque Obſervateur devoit donc attribuer un différent degré à la lumiere qu'il meſuroit. On ne pouvoit pas s'accorder en obſervant en divers temps, ou

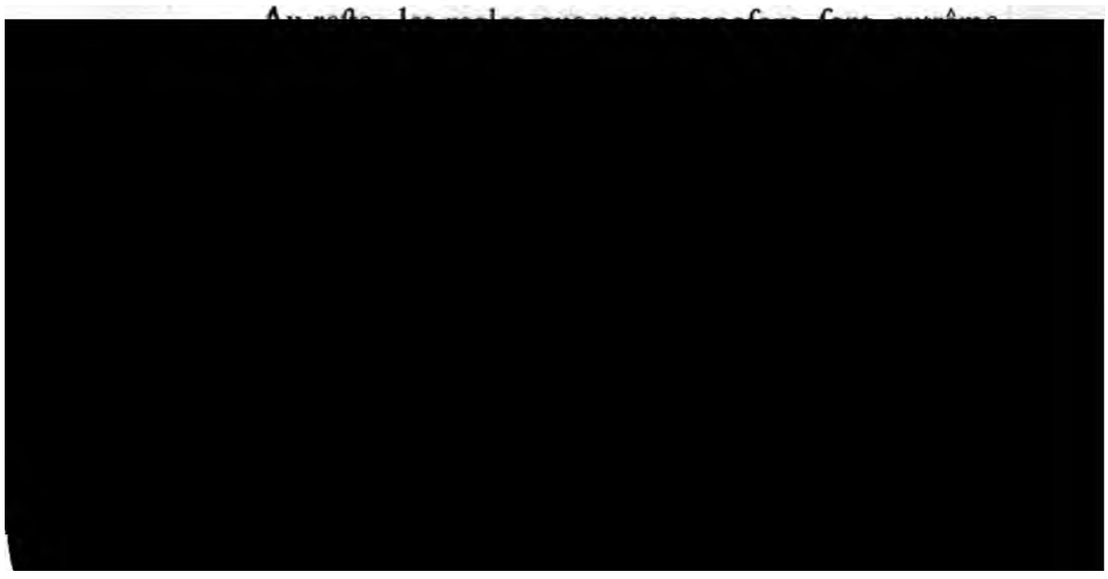
dans différents pays, & les meſures ne donnoient jamais de rapports exacts.

LE MOYEN PROPOSÉ en 1735, par M. Celſius, fameux Aſtronome Suédois, dans l'Hiſtoire de l'Académie Royale des Sciences, n'étoit pas meilleur, & valoit, à ce qu'il paroît, encore moins *. Il le faiſoit dépendre de la diſtinction avec laquelle nous découvrons les plus petits objets à différentes diſtances, ſelon qu'ils ſont plus ou moins éclairés, & il ne faiſoit pas attention, qu'il étoit encore plus difficile de ſoumettre cette diſtinction à une loi certaine, que de meſurer la force même de la lumiere. Il prétendoit que, pour voir d'une maniere également diſtincte quelque petit objet deux fois plus éloigné, il falloit qu'il fût éclairé 256 fois davantage, conformément à la huitieme puiſſance des diſtances : mais il eſt certain, que ſi quelqu'un qui a la vue très-courte, lit avec facilité de petits caracteres à 4 ou 5 pouces de diſtance dans un lieu obſcur, il n'y a pas de lumiere au monde qui les lui puiſſe faire découvrir à 14 ou 15 pouces, à moins que ſes yeux ne

grande ou moindre lumiere ne ſuffit pas enſuite pour nous en faire appercevoir les moindres parties; parce que le défaut de diſtinction ne vient pas alors du moindre nombre de rayons, mais de leur direction particuliere, qui eſt cauſe qu'ils ne ſe réuniſſent pas aſſez exactement ſur la rétine. La proportion indiquée par M. Celſius, ne pouvoit donc s'accorder avec l'expérience, que par le plus extrême hazard. Si elle étoit bonne pour cet Aſtronome, elle ne pouvoit pas l'être pour les Obſervateurs, dont les yeux étoient conformés autrement que les ſiens. Elle devoit de plus ſe trouver en défaut, même pour lui, toutes les fois que les diſtances étoient conſidérablement plus petites, ou plus grandes que les premieres dont il s'étoit ſervi, pour former ſa prétendue regle.

NOUS N'AVONS rien à craindre de ſemblable dans les méthodes dont nous faiſons uſage; comme nous ne conſidérons que la maſſe de la lumiere ou que ſon éclat, il n'importe que l'Obſervateur ait la vue longue ou courte, bonne ou mauvaiſe. Si les rayons ſe croiſent avant que d'être parvenus ſur la rétine, ou s'ils ſe réuniſſent au-delà, ils n'en agiſſent pas moins ſur le fond de l'œil, il n'y a rien de perdu, & l'effet total eſt toujours le même quant à la force de l'impreſſion. Nous ne voyons aucun autre obſtacle à l'application de nos regles, ſi ce n'eſt lorſque les lumieres qu'on veut comparer, ſont de dif-

férentes couleurs. Le problême eſt alors ſuſceptible de diverſes ſolutions, de même qu'il l'eſt de divers ſens. On pourroit demander combien une des lumieres eſt plus propre à communiquer de la chaleur, & il faudroit alors avoir recours à des expériences toutes différentes de celles dont il s'agit dans ce Traité. S'il eſt queſtion au contraire de la diſtinction avec laquelle les lumieres de différentes couleurs nous font voir les objets, on peut avoir recours à nos méthodes, & il ſuffira d'être attentif de rendre les diſtances de l'œil aux objets exactement les mêmes, afin de ne pas tomber dans le même inconvénient que M. Celſius. La comparaiſon de deux lumieres de différentes couleurs, de la maniere dont nous la preſcrivons, eſt principalement embarraſſante dans le cas où il faudroit la faire avec plus de ſoin; c'eſt-à-dire, lorſque les deux forces approchent beaucoup d'être égales. Mais il y a un point où une des deux lumieres paroît certainement plus forte que l'autre, & un autre point où cette lumiere paroît plus foible. Il n'y a donc qu'à prendre le milieu entre ces deux termes.



SECONDE SECTION.

APPLICATIONS des moyens précédents de meſurer la Lumiere, à la ſolution de pluſieurs Problêmes d'Optique.

ARTICLE I.

Obſervations faites, pour déterminer quelle force il faut qu'ait une lumiere, pour qu'elle en faſſe diſparoître une autre plus foible.

NOUS METTRONS à la tête de toutes nos obſervations, celles qui nous ont appris la force que doit avoir une lumiere, pour rendre abſolument inſenſible par ſa préſence, l'effet d'une autre lumiere beaucoup plus foible. Tous nos organes les plus délicats comme les plus groſſiers, ſont ſujets à des limitations à peu-près ſemblables. De même qu'un grand bruit nous empêche d'en entendre un autre plus foible, nous ne voyons pas, en préſence d'une forte lumiere, une autre dont l'intenſité eſt beaucoup moindre, ſi les deux frappent notre rétine dans le même endroit.

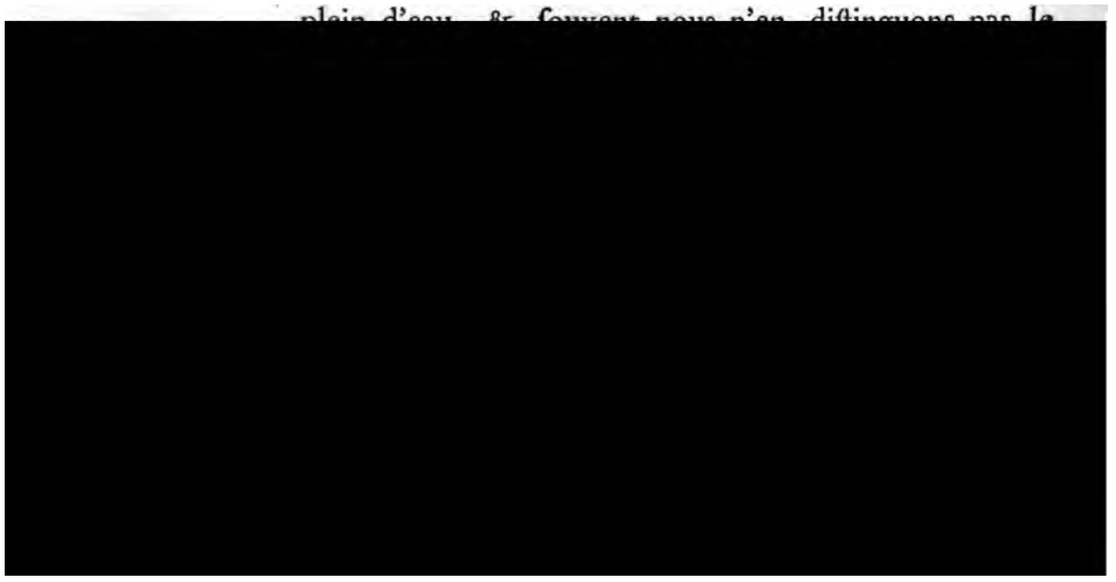
AYANT MIS une bougie à un pied de diſtance d'une ſurface très-blanche, j'ai placé à côté de la

bougie une regle d'une certaine largeur, & j'ai enſuite éloigné plus ou moins une autre bougie de même groſſeur que la premiere, juſqu'à ce que je ceſſaſſe de diſtinguer l'ombre de la regle que donnoit la ſeconde bougie. L'ombre étoit très-ſenſible, lorſque je n'ai porté cette derniere bougie qu'à 4 ou 5 pieds de la ſurface. Tout l'eſpace que cette ombre occupoit, étoit cependant éclairé par la premiere; mais à côté de cet eſpace, la lumiere étoit augmentée d'une ſeizieme ou vingt-cinquieme partie par les rayons de l'autre bougie, & cette augmentation étoit très-ſenſible. Elle l'étoit encore un peu, lorſque je portai la ſeconde bougie à 6 ou 7 pieds; & enfin elle diſparut, ou pour m'expliquer autrement, toute la ſurface me parut d'une blancheur abſolument uniforme, lorſque je mis cette même bougie à environ 8 pieds de diſtance. Ainſi la diſtinction, entre les deux lumieres, n'a ceſſé d'être viſible, que lorſque la petite partie ajoutée a été environ 64 fois plus foible que la premiere. J'aurois pu tirer aſſez aiſément du même corps lumineux les deux lumieres que

trouveront, ſans doute, des rapports un peu différents, ſelon que leurs yeux ſeront diverſement conſtitués. Je n'ai pas remarqué que le rapport fût changé par la grande vivacité des lumieres, pourvu qu'on en ſoutînt l'éclat facilement, ce qui n'empêche pas qu'il ne ſoit à propos, lorſqu'on en a de cette eſpece à comparer, de commencer toujours par les réduire à une force médiocre, en leur faiſant ſubir des changements égaux, ou pour mieux dire, proportionnels. Quoi qu'il en ſoit, chaque Obſervateur peut déterminer aiſément le degré précis de la délicateſſe de ſa propre vue, diſtinguer les endroits de ſa rétine qui ſont les plus ſenſibles, & juger de l'exactitude qu'il peut ſe propoſer dans ſes obſervations. Je ne dois craindre qu'une erreur d'une ſoixantieme partie dans chaque comparaiſon de lumiere, & une autre perſonne répondra peut-être d'une 80me partie. Mais il ne faut pas croire que toutes les expériences aient un pareil ſuccès. Elles en ſeront quelquefois très-éloignées, & c'eſt ce que je dois craindre, je l'avoue ingénuement, pour pluſieurs des miennes. Outre qu'on doit toujours mettre une grande différence entre les expériences très-ſimples, & celles qui étant compliquées, exigent pluſieurs comparaiſons particulieres & ſucceſſives, il faudroit, pour réuſſir juſqu'à un certain point, n'avoir qu'une ſeule obſervation à faire, conſentir à ſacrifier beaucoup de temps, & s'engager quelquefois dans des frais aſſez conſidérables. On doit, ſans doute,

ſe propoſer la préciſion dont nous venons de marquer les limites ; il eſt bon de l'avoir toujours en vue, mais il ſera très-rare qu'on l'obtienne. Il arrivera ſouvent qu'on n'interceptera pas aſſez toutes les lumieres étrangeres ; quelque léger reflet ſe mêlera avec les rayons dont on compare la force ; on ne les rapprochera pas aſſez ; ils ſeront de couleurs trop différentes, & peut-être encore que le fond des yeux de l'Obſervateur, indépendamment du point où s'inſere le nerf optique, ne ſera pas par-tout de même ſenſibilité.

POUR REVENIR au rapport qui fait diſparoître une lumiere en préſence d'une autre, on voit aſſez combien les applications en doivent être étendues. Tous nos lecteurs ont éprouvé qu'on n'apperçoit qu'avec la plus grande difficulté, ce qui ſe paſſe dans un lieu obſcur, lorſqu'on le regarde d'un endroit très-éclairé, un vitrage ſur lequel le ſoleil frappe, ne nous permet pas quelquefois de voir un objet, quoique extérieur, lorſqu'il eſt dans l'ombre. Nous ſommes ſur le bord d'un baſſin plein d'eau, & ſouvent nous n'en diſtinguons pas le



elle ne nous empêche pas de l'entrevoir : nous l'appercevons au travers de l'autre lumiere, comme au travers d'une gaze ou d'un réſeau ; mais nous ceſſons abſolument de le diſtinguer, ſi l'impreſſion cauſée par toute la lumiere extérieure, eſt 80 ou 100 fois plus forte que l'autre.

C'EST ENCORE quelquefois la même choſe, lorſque nos yeux ne ſont pas actuellement frappés par la lumiere, mais qu'ils en conſervent l'impreſſion. Notre rétine a quelque rapport avec ces phoſphores qui ſe pénétrent, pour ainſi dire, de la lumiere à laquelle on les expoſe. Si la lumiere eſt très-foible, il faut que ſon action ſoit répétée, pour que l'effet devienne ſenſible. D'un autre côté, les rayons qui frappent le fond de l'œil lui communiquent un ébranlement qui peut ſubſiſter long-temps, après que nous ſommes paſſés dans un endroit obſcur ; & nos yeux ſe trouvent dans le même état, que s'ils étoient encore affectés par une certaine lumiere. Or ſi l'impreſſion eſt beaucoup plus forte que celle que fait un objet ſur nous dans l'ombre, nous ne le découvrirons nullement, & nous ne commencerons à l'appercevoir, que lorſque l'ébranlement de la rétine, à force de s'affoiblir, ceſſera de ſurpaſſer 60 ou 80 fois l'intenſité de la foible lueur de l'objet. Certains endroits, dans le lieu obſcur, ſont plus éclairés que d'autres, il y a ſouvent une infinité de différentes nuances dans l'obſcurité, & il eſt

très-certain que les ombres ſervent à rendre plus ſaillantes les autres parties. Mais ſi l'impreſſion qui nous reſte de la lumiere extérieure, eſt encore trop forte, non-ſeulement nous ne découvrons pas les parties obſcures des objets, nous ne diſtinguons pas même celles qui ſont les plus éclairées; nous ne voyons, à proprement parler, que la lumiere dominante qui ſubſiſte encore dans nos yeux, mais dont l'effet va ſans ceſſe en diminuant, ſelon les termes apparemment d'une progreſſion géométrique.

ARTICLE II.

Expériences ſur la réflection des Miroirs.

J'AI FAIT un grand nombre d'obſervations ſur la quantité de lumiere que les miroirs réfléchiſſent à proportion de celle qu'ils reçoivent; mais je me contenterai d'en rapporter ici une ou deux par forme d'exemples, en attendant que j'inſiſte davantage ſur le même ſujet. Ayant choiſi un morceau de glace très-net, d'une ligne d'épaiſſeur, je le fis étamer exprès, & je trouvai, en me conformant à la diſpoſition qui eſt repréſentée dans la figure 4, & décrite dans l'article III de la Section précédente, que la réflection affoibliſſoit la lumiere dans le rapport de 2809 à 1764, ou de 1000 à 628, lorſque les angles d'incidence & de réflection étoient de 15 degrés.

degrés. Ayant mis la tablette *D* à 42 pouces de diſtance de la bougie, je fus obligé d'éloigner l'autre tablette *E* de 53 pouces, pour que les deux, pendant que je les voyois directement & par réflection, ſe trouvaſſent du même ton de blancheur. Ainſi la lumiere réfléchie par le miroir, étoit à la lumiere qu'il recevoit, comme le quarré de 42 eſt au quarré de 53. La ſeconde lumiere étant exprimée par $\frac{1}{1809}$, qui eſt l'unité diviſée par le quarré de 53, l'autre l'étoit par $\frac{1}{1764}$, qui eſt l'unité diviſée par le quarré de 42. Figure 4.

LA RÉFLECTION me parut un peu moins vive ſur un miroir de métal, qui avoit reçu un très-beau poli; la tablette la plus éloignée étant à 53 pouces de diſtance de la bougie, il ne fallut éloigner l'autre tablette *D* que de 40 pouces. Ainſi ce miroir réduiſoit la lumiere de 1000 degrés à 561 par la réflection, ſous l'angle d'incidence de 15 degrés.

LORSQUE je rendois les angles d'incidence & de réflection beaucoup plus petits, la réflection devenoit ſenſiblement plus forte. Il me parut que ſous l'angle de 3 degrés, le miroir de glace renvoyoit environ 700 rayons de 1000 qu'il recevoit, & que l'affoibliſſement étoit encore un peu moindre ſur le miroir de métal. J'ai confirmé ces deux expériences en mettant de ſuite deux miroirs parfaitement égaux, ſur leſquels il ſe fai-

ſoit deux réflections ſucceſſives. L'effet étant alors comme doublé, il étoit plus facile de le déterminer avec exactitude. Cependant la petiteſſe de l'angle faiſoit naître de nouvelles difficultés qu'il falloit ſurmonter. Les images ſe multiplioient dans le miroir même de métal qui paroiſſoit alors comme ondé, malgré la perfection de ſon poli ; ce qui m'obligeoit de ne mettre les tablettes qu'à de très-petites diſtances.

ARTICLE III.

Obſervations ſur la tranſparence du Verre & de la Glace.

C'EST ICI une des premieres expériences que je fis, avant que de donner mon eſſai d'Optique. Je voulus découvrir combien la lumiere diminuoit de fois, en traverſant 16 morceaux du verre ordinaire, dont on fait les vitres, leſquels avoient enſemble 9½ lignes d'épaiſſeur. Je fis porter pendant la nuit, à une aſſez grande diſtance de moi, & de différents côtés, un flam-

le flambeau & la bougie, juſqu'à ce qu'ils me paruſſent éclairer également ; mais ayant fait paſſer enſuite la lumiere du flambeau au travers de mes 16 morceaux de verre, elle ſe trouva ſi foible, que je fus obligé, pour rétablir l'égalité, de faire porter la bougie à une diſtance quinze fois & demi plus grande, diſtance qui faiſoit diminuer la lumiere 240 $\frac{1}{4}$ fois. Il eſt donc ſenſible que les 16 morceaux de verre affoibliſſoient 240 fois la lumiere, puiſque celle du flambeau ſouffroit préciſément, par leur interpoſition, le même changement que celle de la bougie, qui devoit être 240 fois plus foible, lorſque je la recevois à une diſtance 15 $\frac{1}{2}$ fois plus grande.

JE FIS ENSUITE la même expérience par une voie un peu différente. Je remarquai que la lumiere de la lune étoit égale à celle d'une chandelle éloignée de moi de 27 pieds ; mais qu'après l'avoir fait paſſer au travers de mes 16 morceaux de verre, elle n'étoit plus égale qu'à celle de la même chandelle reçue à environ 430 pieds de diſtance. Or la lumiere de la chandelle étoit environ 254 fois moins forte à la ſeconde diſtance qu'à la premiere : car 729 & 184900 ſont les quarrés de 27 & de 430 ; & le ſecond de ces quarrés contient environ 254 fois le premier. Ainſi la lumiere devenoit 254 fois plus foible, ſelon cette ſeconde épreuve, en traverſant nos 16 morceaux de verre ; au lieu qu'elle ne diminuoit, ſelon la premiere, que 240 fois. On pourroit prendre

le milieu entre ces deux expériences, & dire que la lumiere diminuoit environ 247 fois.

LE VERRE dont je m'étois ſervi étant de la qualité la plus commune, j'ai été curieux d'examiner dans ces derniers temps, la tranſparence de la glace dont on fait nos miroirs, & les verres de nos lunettes. Cette matiere eſt ſouvent chargée d'une légere teinte de couleur, qui ne laiſſe pas de nuire un peu à ſa diaphanéité. Six morceaux qui formoient enſemble une épaiſſeur de 11 ½ lignes, n'ont affoibli la lumiere que dans le rapport de 10 à 3. C'eſt ce que j'ai vérifié par le procédé que repréſente la figure 5, & ce que j'ai auſſi examiné deux fois dans une chambre obſcure, où je faiſois entrer la lumiere du jour par deux ouvertures. Une de ces lumieres paſſoit au travers de ſix morceaux de glace, & il fallut, pour la rendre auſſi forte que l'autre que je recevois directement, mettre le rapport de 331 à 100, entre les deux ouvertures. Une autre fois, il me parut que la lumiere étoit affoiblie, non pas dans le rapport de 100 à 30, mais de 100 à 27, & je ſuis perſuadé

ment, de ce que cette maſſe ne formoit réellement qu'un ſeul morceau, & de ce qu'elle n'étoit pas diſtribuée en pluſieurs plans.

ARTICLE IV.

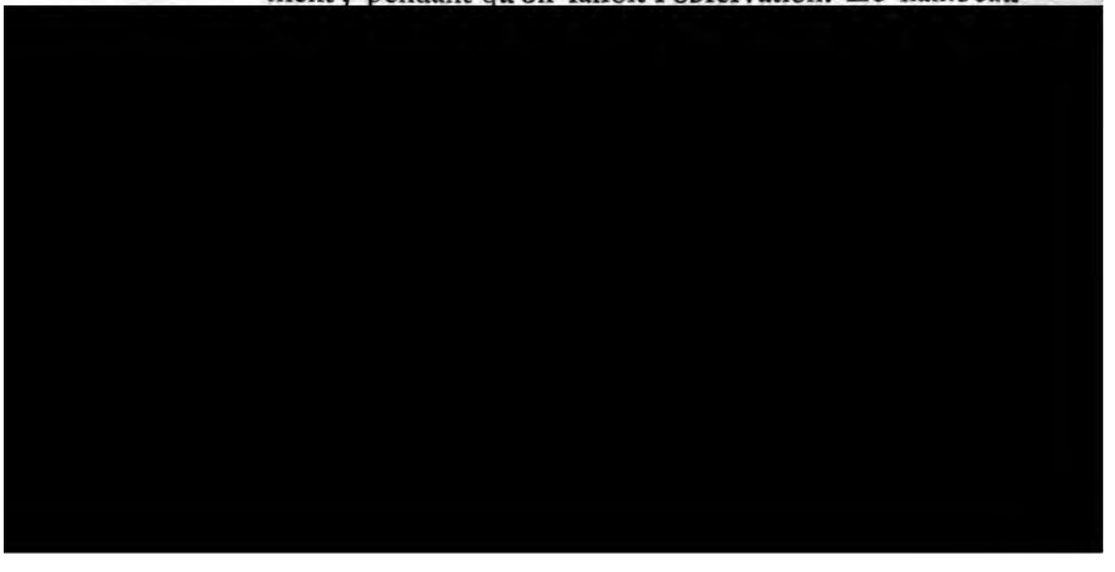
Expériences ſur la tranſparence de l'Eau de Mer.

ME PROPOSANT d'examiner la tranſparence de l'eau marine, je fis faire un canal avec des planches; & je le fis fermer par ſes deux extrêmités, avec deux morceaux de verre, mis perpendiculairement à ſa longueur. Ce canal avoit environ un demi-pied de largeur, & il ſe trouva long de 115 pouces, ou de 9 pieds 7 pouces; ce qui étoit toute la longueur des planches. Je fis enſuite pendant la nuit, porter à une très-grande diſtance, un flambeau allumé, dont je faiſois paſſer la lumiere au travers du canal, & je fis placer à côté de moi une bougie, afin de chercher à quelle diſtance ſa lumiere paroîtroit égale à celle du flambeau. Pour mieux juger de leur égalité, je les recevois à côté l'une de l'autre ſur la même ſurface, avec la même obliquité; & je faiſois enſorte qu'il ne ſe mêlât aucune lumiere étrangere. Je conſultois auſſi les yeux de toutes les perſonnes qui étoient préſentes. Auſſi-tôt donc qu'en faiſant éloigner ou approcher la bougie, je trouvai qu'il falloit la placer à 9 pieds de diſtance, je fis remplir le canal d'eau de mer:

mais cette eau fit, comme on le peut penſer, diminuer conſidérablement la lumiere du flambeau ; de ſorte qu'elle ne ſe trouva plus égale à celle de la bougie, que lorſque celle-ci fut reçue à 16 pieds de diſtance.

IL SUIT de-là que les 115 pouces d'épaiſſeur d'eau de mer, rendent la lumiere environ trois fois plus foible : car le quarré de 16 étant à peu-près triple de celui de 9, c'eſt une marque que la bougie, dont la lumiere me ſervoit de meſure, éclairoit trois fois plus dans le premier cas que dans le ſecond : j'ai répété pluſieurs fois la même expérience ; mais il réſulteroit, en prenant le milieu entre toutes les épreuves, que la lumiere ne diminueroit pas tout-à-fait tant, & qu'elle ne le feroit que dans le rapport de 14 à 5.

JE VÉRIFIAI ces mêmes expériences par une autre méthode, qui devoit être beaucoup plus exacte, parce qu'il ne falloit qu'un ſeul flambeau, & qu'il n'importoit que la force de ſa lumiere ſouffrît quelque changement, pendant qu'on faiſoit l'obſervation. Le flambeau

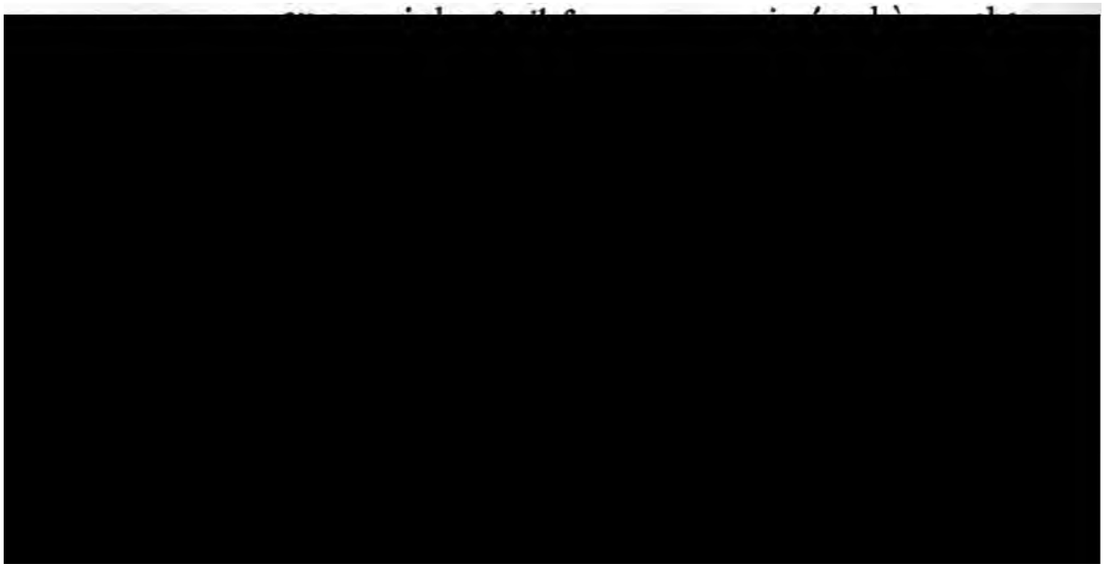


de trouver en quel rapport ſe faiſoit cette nouvelle diminution, puiſqu'elle étoit ſeule produite par le défaut de tranſparence de l'eau. Pour cet effet, je comparai la lumiere du flambeau qui paſſoit par le canal dans les deux cas, avec la lumiere du même flambeau que je faiſois paſſer au travers d'un verre convexe de lunette, & que je faiſois diminuer plus ou moins, ſelon que je la recevois au-delà du foyer, à une plus grande ou à une moindre diſtance; c'eſt-à-dire, qu'au lieu de prendre, comme ci-devant, la lumiere d'une bougie pour meſure, je prenois celle du flambeau même, que je faiſois paſſer au travers du verre convexe.

ON CONÇOIT aſſez que je devois mettre ce verre à côté du canal, & que de cette ſorte, les deux lumieres qui venoient du flambeau, & qui paſſoient au travers du canal, & du verre convexe, tomboient à côté l'une de l'autre, à peu-près perpendiculairement ſur la ſurface que je leur expoſois, & que c'étoit ſur cette ſurface que je devois examiner leur égalité. Enfin, le canal étant vuide, la lumiere qui paſſoit au travers étoit égale à celle qui traverſoit le verre convexe, & que je recevois au-delà du foyer, à une diſtance de huit pouces; mais lorſque le canal étoit plein d'eau, la lumière qui paſſoit au travers, ne ſe trouvoit plus égale qu'à celle qui traverſoit le verre convexe, & que je recevois à 13 pouces de diſtance du foyer. Ainſi, pour ſavoir la diminution

que produit une épaiſſeur d'eau de mer de 9 pieds 7 pouces, il n'y a qu'à voir combien la lumiere qui paſſe au travers d'un verre convexe, eſt plus foible, lorſqu'on la reçoit à 13 pouces au-delà du foyer, que lorſqu'on la reçoit ſimplement à 8 pouces; & pour cela il n'y a qu'à prendre, comme on le ſait, les quarrés des deux diſtances 13 & 8 pouces. On trouve de cette ſorte que la diminution ſe fait dans le rapport de 169 à 64; rapport qui n'eſt pas fort éloigné de celui de 14 à 5.

LES EXPÉRIENCES que je viens de rapporter, furent faites au Croiſic avec un certain ſoin; elles s'accordent aſſez entr'elles; j'avoue néanmoins, que je n'ai pas lieu d'en être content, & que je les crois très-défectueuſes. J'ai eu occaſion de le reconnoître dans la Zone torride, en remarquant qu'on y découvre quelquefois le fond de la mer dans des endroits qui ont 100 ou 120 pieds de profondeur. Il faut pour cela que le fond ſoit de ſable blanc, & que le ſoleil ſoit très-élevé. La lumiere de cet aſtre eſt affoiblie par un trajet de 100



terres, dans les endroits de la Zone Torride, où le flux & reflux n'eſt pas conſidérable, & où la mer a, outre cela, aſſez de profondeur, pour que l'agitation de ſa ſurface ne ſe communique pas juſqu'en bas. J'avois fait puiſer l'eau au Croiſic dans le Port même ; je l'avois laiſſé ſe repoſer, & fait paſſer au travers d'un linge ; mais il eût été bon de la filtrer avec plus de précautions. Comme il eſt néceſſaire que l'eau ait une aſſez grande épaiſſeur, ce qui oblige d'en employer une grande quantité, pour que ſon défaut de tranſparence ſoit ſenſible, l'expérience devient longue & difficile ; & peut-être auroit-on beaucoup de peine à parvenir à une détermination plus exacte que celle que je fonde, quoique par conjectures, ſur l'obſervation groſſiere faite dans la Zone Torride. Je ſoupçonne qu'une épaiſſeur de 10 pieds d'eau de mer affoiblit tout-au-plus la lumiere dans le rapport de 5 à 3, ou peut-être même de 5 à $3\frac{1}{2}$. J'en déduirai les raiſons dans la ſuite.

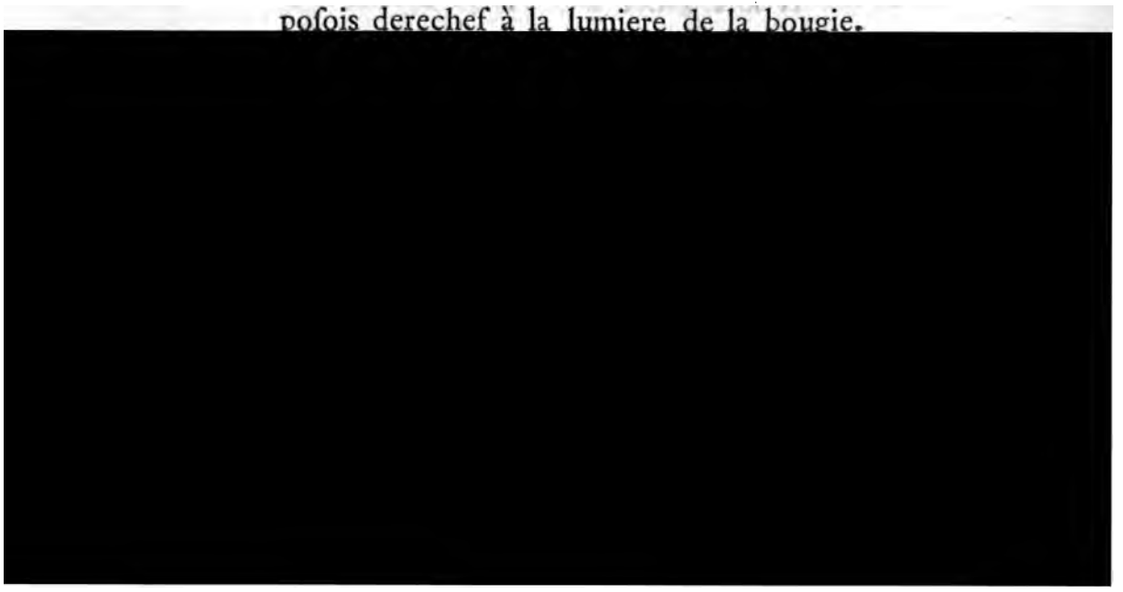
ARTICLE V.

Obſervations faites ſur la Lumiere réfléchie par les ſurfaces brutes.

NOUS AVONS parlé de la réflection produite par les miroirs : les ſurfaces brutes réfléchiſſent auſſi une lumiere très-conſidérable, & elle ſuffit ſouvent pour

nous éclairer ſenſiblement. J'ai examiné principalement cet effet, lorſqu'il eſt produit par le plâtre & par le papier.

J'EXPOSAI une ſurface circulaire de plâtre, qui avoit un pouce de diametre, à la lumiere d'une bougie, dont elle étoit exactement éloignée de 9 pouces. Ce diſque de plâtre étoit de la plus grande blancheur, & il étoit frappé ſous un angle de 75 degrés. La lumiere faiſoit un angle du même nombre de degrés avec le diſque, en allant tomber à 3 pouces de diſtance, Figure 1. ſur le point *P* de l'inſtrument repréſenté par la figure premiere. Dans cet état, la lumiere renvoyée par le plâtre étoit très-ſenſible. J'avois eu ſoin, en multipliant les diaphragmes, d'écarter les rayons étrangers; mais comme le voiſinage de la bougie rendoit la choſe difficile, & que les parties groſſieres même de l'air renvoyoient peut-être quelque lumiere, je meſurai celle que recevoit le point *P* dans les deux cas; ſavoir, lorſque j'ôtois le diſque de plâtre, & lorſque je l'expoſois derechef à la lumiere de la bougie.



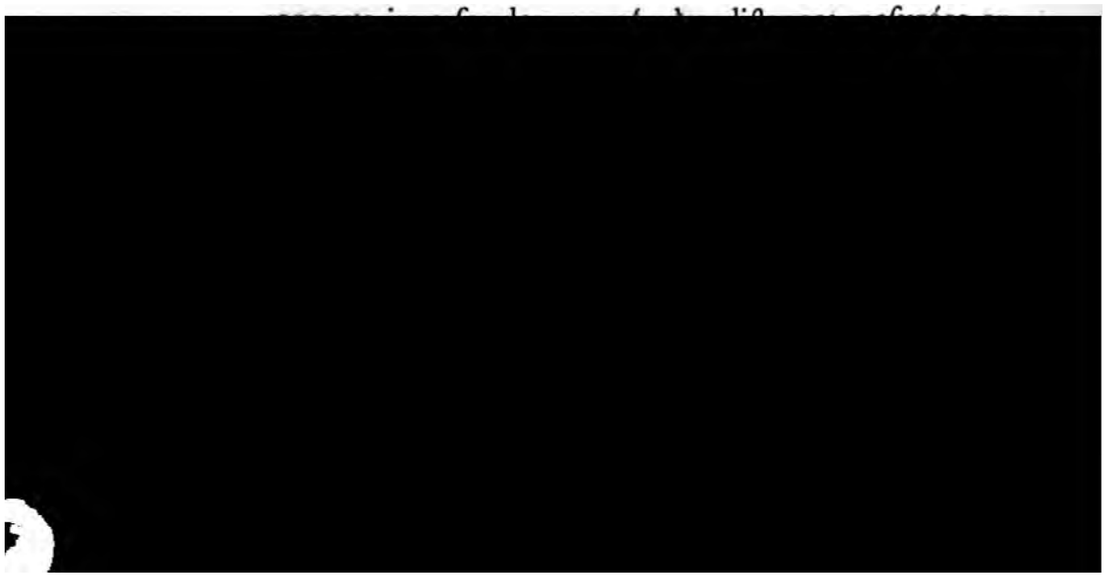
éclairés. J'avois rendu opaques ces deux points ou petits tableaux : ils étoient éclairés pardevant par les rayons renvoyés par le diſque, & réfléchis par le miroir, & je les conſidérois auſſi pardevant, en me plaçant vers le miroir. Lorſque j'ôtois le diſque de plâtre, le point *Q* recevoit, comme je l'ai déja inſinué, une lumiere ſeconde aſſez forte ; il me falloit porter le miroir à 60 pouces de diſtance de la bougie, & il étoit alors éloigné du point *Q* de $54\frac{1}{2}$ pouces ; de ſorte que les rayons faiſoient en tout un chemin de $114\frac{1}{2}$ pouces pour parvenir de la bougie au point *Q*. Mais lorſque je remettois en place le diſque de plâtre, le point *P* ſe trouvoit éclairé bien plus fortement ; & pour rétablir l'égalité entre les deux lumieres, il ne me falloit mettre le miroir qu'à 36 pouces de diſtance de la bougie, & à $30\frac{1}{2}$ du point *Q*, ce qui donnoit $66\frac{1}{2}$ pouces, pour la longueur du rayon incident & du rayon réfléchi joints enſemble. Figure 1.

DANS ce ſecond cas, la lumiere réfléchie par le miroir étoit preſque trois fois plus forte que dans le premier. Elles étoient, comme on le ſait, l'une & l'autre, dans le rapport inverſe des quarrés des diſtances, ou des intervalles parcourus par les rayons ; de ſorte, que ſi nous exprimons la premiere par $\frac{1}{13110\frac{1}{4}}$ ou par $\frac{76}{1000000}$, qui eſt l'unité diviſée par le quarré de $114\frac{1}{2}$ pouces, la ſeconde le ſera par $\frac{1}{4422\frac{1}{4}}$ ou par $\frac{227}{1000000}$, qui eſt de

même l'unité divisée par le quarré de $66\frac{1}{2}$ pouces. Or cette derniere étoit égale à celle que renvoyoit le disque de plâtre sur le point P, jointe aux lumieres accidentelles, il faut donc en retrancher $\frac{76}{1000000}$, qui est l'expression des lumieres accidentelles, & on aura la fraction $\frac{151}{1000000}$, pour la lumiere réfléchie par la seule surface du plâtre.

IL FAUT cependant y faire encore une réduction très-considérable, parce que le miroir qui nous fournissoit nos termes de comparaison, ne réfléchissoit pas toute la lumiere qu'il recevoit, & qu'il en éteignoit une grande partie. Il réduisoit la lumiere de 100 degrés à 55 dans les grands angles d'incidence, ou lorsque les rayons faisoient un très-grand angle avec sa surface. Ainsi la lumiere renvoyée par le disque seul de plâtre, n'étoit pas exprimée par $\frac{151}{1000000}$, mais par $\frac{8305}{100000000}$, ou par $\frac{1}{12041}$.

IL NE RESTE plus après cela qu'à faire attention, que toutes ces expressions ne sont autre chose que les



ON TROUVERA un réſultat différent, ſi on change conſidérablement les circonſtances de l'expérience. Les rayons qui tomboient ſur notre diſque, faiſoient un angle de 75 degrés avec ſa ſurface, & ils étoient renvoyés, pour ainſi dire, ſous un angle de réflection du même nombre de degrés. Des angles plus approchants du droit, & inégaux entr'eux, n'apporteroient pas une extrême différence dans le rapport, & il n'y auroit encore ſenſiblement rien de changé, ſi on augmentoit un peu la ſurface du diſque, ou ſi on la diminuoit, il n'importe dans quel rapport : elle recevroit plus ou moins de lumiere, & elle en renverroit auſſi plus ou moins, toujours proportionnellement. Les plus grands changements doivent venir des diverſes diſtances où l'on ſe met du diſque, pour recevoir ſa lumiere : la diſtance eſt-elle deux ou trois fois plus grande ? la lumiere réfléchie doit être quatre fois ou neuf fois plus foible, & ainſi de ſuite.

LES EXPÉRIENCES que j'ai faites ſur du papier très-fin, m'ont donné ſenſiblement le même réſultat, & il y a tout lieu de croire que c'eſt à peu-près la même choſe pour la plûpart des corps dont la ſurface eſt brute, & qui ſont d'une grande blancheur. Chacune de leurs parties renvoye à trois pouces de diſtance à peu-près, la 150me partie de la lumiere dont elle eſt frappée. La lumiere renvoyée 10 ou 20 fois plus loin, eſt encore 100 fois ou 400 moindre ; elle n'eſt que la

15000 ou 60000me partie de la lumiere que reçoit la petite ſurface. Mais d'un autre côté on peut, ſi on le veut, rendre la ſurface beaucoup plus grande; & pour évaluer l'effet total, qui peut alors ſe trouver très-conſidérable, il faut, comme il eſt évident, chercher la ſomme ou l'intégrale de toutes les petites lumieres, en tenant compte de leurs obliquités.

ARTICLE VI.

Obſervations ſur la quantité de Lumiere que nous réfléchit chaque endroit du Ciel ou de l'Atmoſphere.

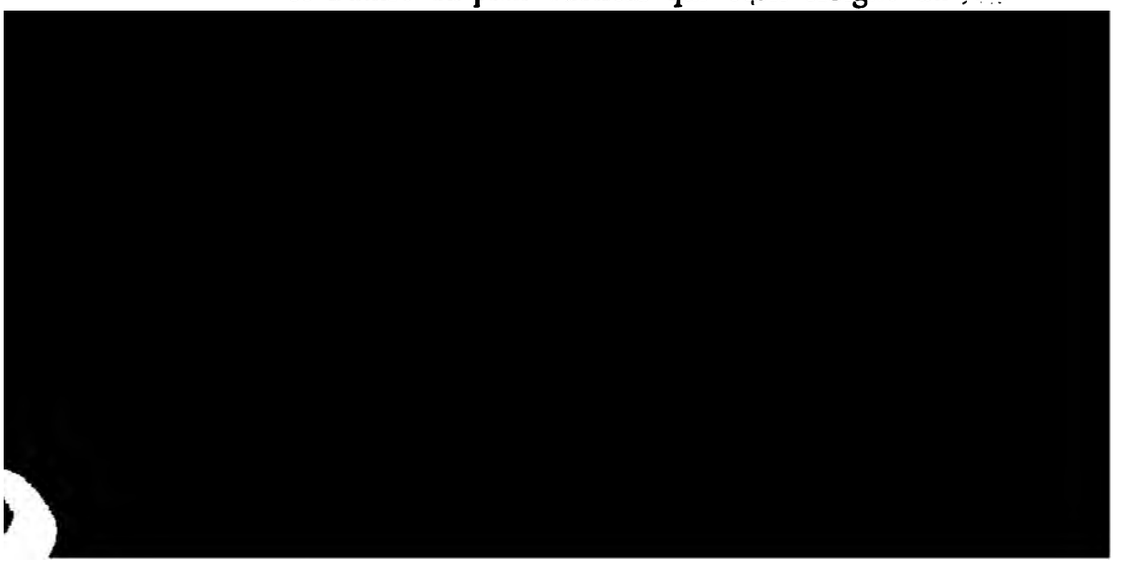
SI NOUS ſommes éclairés ſouvent par cette ſeule lumiere ſeconde que nous renvoyent les corps opaques, nous le ſommes ordinairement beaucoup davantage par celle que nous renvoye toute la maſſe d'air qui forme l'atmoſphere. Nous avons obligation du jour dont nous jouiſſons, à la grande tranſparence de ce milieu; mais

pas cet aſtre, & qu'il n'éclaireroit pas directement les objets qui nous environnent. Il eſt vrai que chaque partie du ciel nous renvoye très-peu de rayons ; mais comme nous en recevons de tout le ciel viſible, il en reſulte une grande lumiere, qui eſt comparable avec les plus fortes que nous connoiſſions.

L'INTENSITÉ de cette lumiere ſeconde eſt très-différente, ſelon les divers endroits du ciel qu'on obſerve. Elle eſt ſenſiblement plus forte à une moindre hauteur au-deſſus de l'horiſon, qu'à une plus grande. La différence eſt encore plus marquée dans les endroits plus ou moins éloignés du ſoleil. Nous devons ajouter que le rapport entre toutes ces diverſes intenſités eſt ſujet à changer, par le plus ou le moins de hauteur de l'aſtre. L'atmoſphere eſt d'un grand éclat juſqu'à une diſtance de 3 ou 4 degrés du ſoleil : au-delà, les différences dans la lumiere ſont quelquefois peu ſenſibles, & il faut y apporter une extrême attention pour les remarquer. L'œil, en paſſant continuellement d'un point voiſin à l'autre, n'apperçoit ordinairement que le même ton de lumiere ; il n'y diſtingue aucune augmentation ou diminution ſenſible, & on eſt diſpoſé à penſer, par cette uniformité apparente, que les points éloignés les uns des autres qu'on ne compare pas immédiatement, ou qu'on ne voit pas du même coup d'œil, ſont auſſi préciſément de la même teinte. Mais on n'a qu'à ſe

ſervir du Lucimetre que nous avons repréſenté dans la figure 11. On rapprochera, pour ainſi dire, les uns des autres, les points les plus éloignés du ciel, & on ſe trouvera en état de juger du degré de leur lumiere, ce qui ſeroit comme impoſſible par tout autre moyen. J'ai trouvé pluſieurs fois, lorſque l'air étoit très-ſerein, & lorſque le ſoleil avoit environ 25 degrés de hauteur, qu'à 8 ou 9 degrés de diſtance de l'aſtre, la lumiere du ciel étoit quatre fois plus forte qu'à 31 ou 32 degrés; car j'étois obligé de donner deux fois plus de longueur au tuyau dirigé vers le premier point, que vers le ſecond.

J'AI QUELQUEFOIS formé un angle de 60 degrés par les deux tuyaux du Lucimetre, en plaçant cet inſtrument de maniere que le milieu de l'angle fût éloigné du ſoleil de 90 degrés, à meſurer ſur l'horiſon; il m'a fallu donner..... pouces de longueur au tuyau qui étoit pointé plus vers le ſoleil, pendant que l'autre avoit 24 pouces de longueur. Ainſi deux points du ciel éloignés l'un de l'autre de 60 degrés, & également ſitués de part & d'autre du plan vertical qui étoit éloigné du ſoleil



MAIS ce qui m'a paru très-remarquable, c'eſt que lorſque le ſoleil n'a que 15 ou 20 degrés de hauteur, & qu'on obſerve toujours des endroits du ciel ſitués ſur le même almicantarat, ou à la même hauteur au-deſſus de l'horizon, la lumiere du ciel, après avoir diminué juſqu'à une certaine diſtance de l'aſtre de chaque côté, va enſuite en augmentant juſqu'au point oppoſé au ſoleil. Ainſi ſur ce parallele à l'horizon, il y a deux parties moins lumineuſes, ou deux *minimum*, qui ſont, à ce que je crois, vers 110 ou 120 degrés de diſtance à l'aſtre ; & entre ces deux *minimum* également éloignés du ſoleil, ſe trouve à l'oppoſite de l'aſtre un *maximum*, ou un endroit plus lumineux.

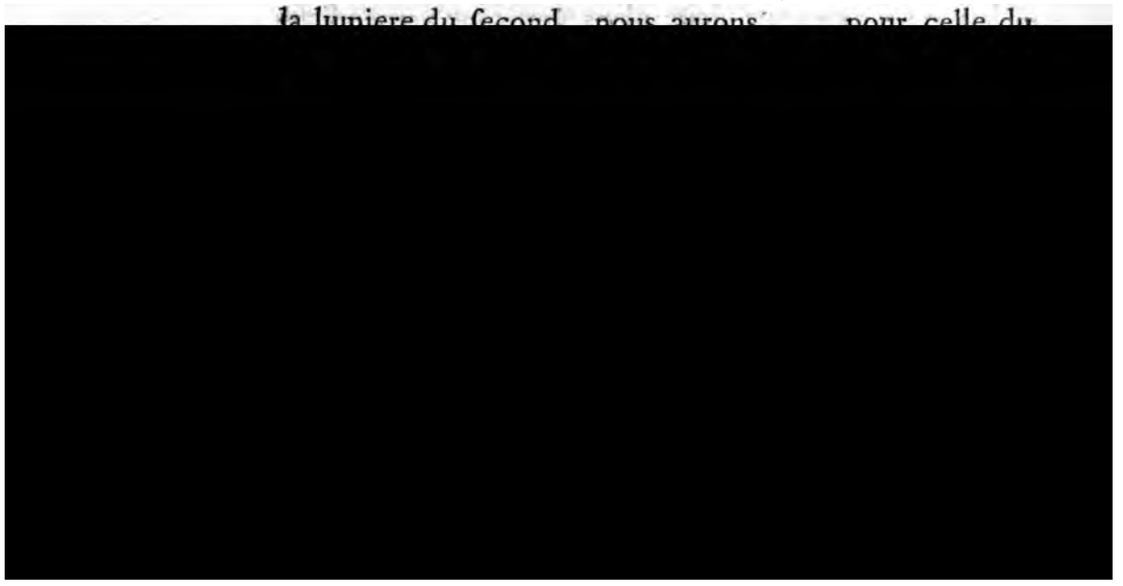
ARTICLE VII.

Obſervations faites pour découvrir combien une grande portion du Ciel éclaire plus qu'une autre.

EN CONCEVANT deux plans verticaux perpendiculaires l'un à l'autre, qui partageoient toute la ſurface apparente du ciel en quatre parties égales, j'ai voulu ſavoir auſſi combien tout le premier quart qui commençoit au ſoleil, & qui s'étendoit à 90 degrés de diſtance, éclairoit plus que le ſecond quart du ciel, qui en commençant à 90 degrés de diſtance de l'aſtre, ſe terminoit

à 180 degrés. Je plaçai pour cela deux tablettes dans un certain éloignement, l'une par rapport à l'autre; je les mis dans une ſituation exactement verticale, & perpendiculairement à un grand mur auquel elles étoient attachées. Elles étoient à l'oppoſite l'une de l'autre, & chacune n'étoit éclairée que par un quart de la ſurface apparente du ciel, car j'attendois l'inſtant auquel le ſoleil commençoit à paſſer derriere le mur. Je pointois après cela les deux tuyaux de mon Lucimetre vers chacune des tablettes. Les tuyaux s'élevoient d'un angle d'environ.... degrés, & ils faiſoient avec les tablettes des angles égaux, qui étoient de .... degrés.

LES CHOSES étant dans cet état, il me fallut donner .... pouces de longueur au tuyau qui étoit dirigé vers la tablette la plus éclairée, pendant que l'autre tuyau n'avoit que 24 pouces de longueur. Or il ſuit de-là, que le premier quart de la ſurface apparente du ciel répandoit plus de lumiere que le ſecond, dans le rapport de .... à .... de ſorte que ſi nous prenons 1000 pour la lumiere du ſecond, nous aurons .... pour celle du



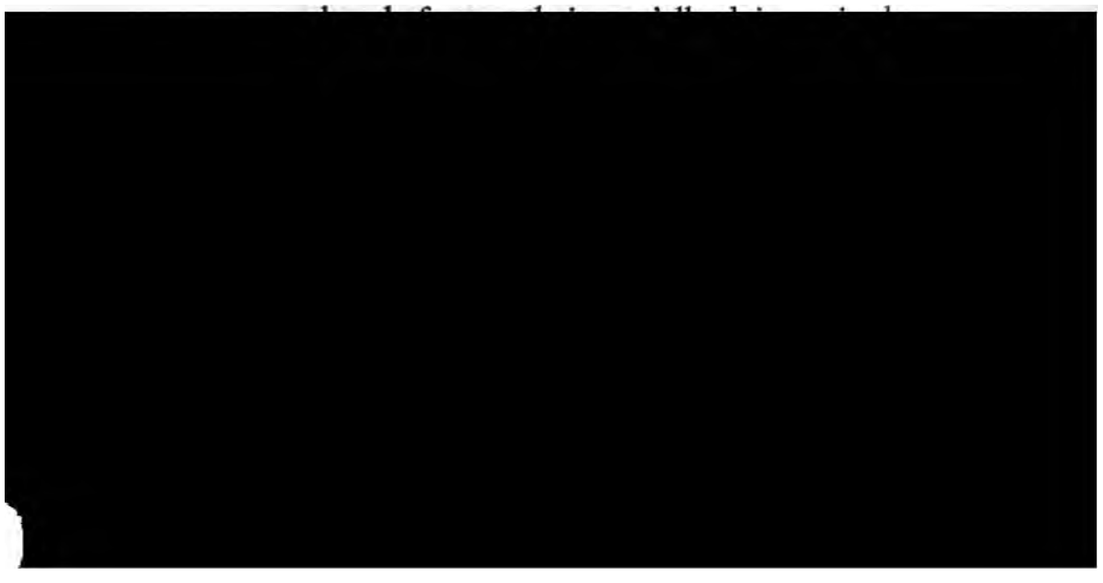
ARTICLE VIII.

Trouver combien la Lumiere du Soleil eſt plus forte que celle que nous renvoye une grande portion du Ciel viſible, ou combien elle eſt plus forte que l'ombre des corps expoſés au grand jour.

LA LUMIERE ſeconde que nous renvoye l'atmoſphere, peut être le ſujet d'une infinité d'autres expériences, de même qu'elle eſt la cauſe d'une infinité de phénomenes très-dignes d'attention. Tout le monde a remarqué que les ombres des corps ſont d'autant moins fortes, qu'on les reçoit à plus de diſtance; il ne s'agit pas ici de la pénombre, qui vient de ce que le corps lumineux a une certaine groſſeur, & de ce que tous ſes rayons ne partent pas d'un point unique. La diminution de force dont nous parlons, dépend d'une cauſe toute différente; elle vient de ce que l'ombre reçue plus loin du corps opaque, eſt éclairée par une plus grande partie du ciel, ce qui doit détruire quelque choſe de l'enfoncement de l'ombre.

ON VOIT ſenſiblement cette différence en examinant l'ombre d'un édifice très-haut; s'il eſt parfaitement iſolé, l'intenſité de ſon ombre eſt moins forte à ſon pied

& très-proche d'une de ſes faces, parce qu'elle eſt détruite en partie par la lumiere que renvoye au moins une moitié apparente du ciel. Qu'on conſidere dans l'ombre des points plus éloignés de l'édifice, ils ſeront éclairés, non-ſeulement par la premiere moitié du ciel, mais encore par une grande partie de l'autre, de celle qui eſt derriere l'édifice, à quoi il faudra peut-être encore ajouter la lumiere même du ciel que réfléchiſſent les murs. Enfin l'extrémité de l'ombre, ſi le bâtiment eſt ſurmonté d'un dongeon ou d'une fleche, ſera éclairée par preſque tout le ciel, & on pourra ſe tromper en la confondant avec la pénombre. On voit bien qu'il eſt toujours aſſez facile de déterminer la grandeur de la partie du ciel, qui en éclairant chaque partie de l'ombre, la rend moins obſcure, ou en diminue l'intenſité. L'ombre que nous examinons n'eſt autre choſe qu'une lumiere plus foible. C'eſt la lumiere ſimple du jour que fournit, ou toute la moitié apparente de l'atmoſphere, ou quelqu'autre partie; & il ſuffit de la comparer une ſeule fois avec la lumiere directe du ſoleil, pour pouvoir en



temps l'autre tuyau ſur une autre tablette, que j'avois placée dans l'ombre, & dans un angle rentrant, où elle ne pouvoit être éclairée que par un quart de la ſurface apparente du ciel. Les deux tuyaux avoient une égale inclinaiſon à l'égard des deux tablettes : elle étoit de .... degrés ; & les deux tablettes étoient dans une ſituation exactement verticale. J'attendis que la premiere ſe trouvât directement expoſée au ſoleil, & cet aſtre avoit alors .... degrés de hauteur. Il me fallut enſuite, pour rendre les deux lumieres également fortes dans le fond de l'inſtrument, donner .... pouces de longueur au tuyau qui étoit dirigé vers l'endroit éclairé par le ſoleil, pendant que l'autre n'avoit que 24 pouces de longueur. Ainſi le ſoleil dans les circonſtances que j'ai marquées, nous éclaire plus que le quart de la ſurface apparente du ciel, dans le rapport de .... à .... Le quart du ciel dont j'obſervois la lumiere, étoit renfermé entre deux plans verticaux perpendiculaires l'un à l'autre : ce quart commençoit à 90 degrés de diſtance du ſoleil, & finiſſoit à 180 degrés.

MAIS nous ne devons pas manquer de conſidérer, que la tablette qui étoit éclairée par le ſoleil, l'étoit auſſi en même temps par le quart de la ſurface apparente du ciel qui commençoit au ſoleil même. J'avois donc obſervé la ſomme des deux lumieres du ſoleil & du premier quart du ciel, & cette ſomme étoit plus forte

que la lumiere du ſecond quart du ciel, dans le rapport que nous venons de marquer : prenant 1000 pour exprimer cette derniere, nous aurons .... pour la ſomme des deux autres. Mais nous avons déja reconnu dans l'article précédent, que la lumiere du ſecond quart du ciel, étant exprimée par 1000, celle du premier quart du ciel eſt repréſentée par ..... Il ſuit de-là que nous n'avons qu'à retrancher .... de .... qui exprime la ſomme des deux lumieres du ſoleil & du premier quart du ciel, & il nous viendra ..... pour l'expreſſion de la lumiere unique de l'aſtre.

NOUS SUPPOSONS au reſte que cette lumiere & celle du premier quart du ciel produiſoient préciſément le même effet, que ſi elles avoient eu la même direction, & nous négligeons encore quelques autres conſidérations que nous indiquerons au moins dans la ſuite, & auxquelles on aura égard, ſi on le veut. Enfin, le nombre .... déſignant la lumiere particuliere du ſoleil, ... exprime la lumiere du premier quart du ciel, &

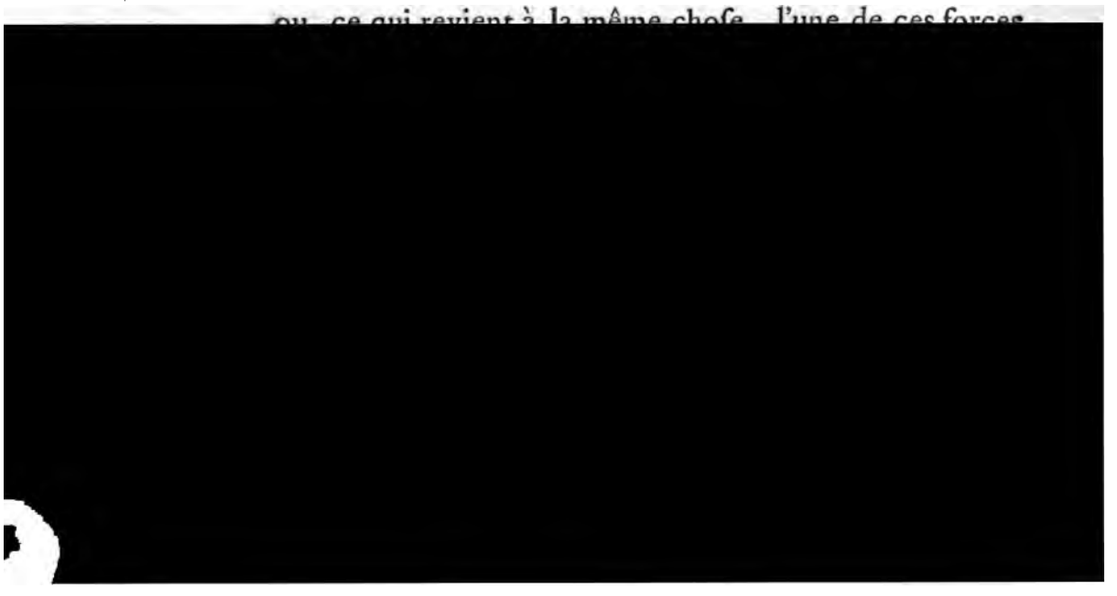
le mur ſera éclairé avec une lumiere exprimée par..., pendant que l'autre côté du mur qui ſera dans l'ombre, mais éclairé par toute l'autre moitié du ciel, recevra une lumiere repréſentée par le nombre ....: le côté du mur expoſé au ſoleil ſera environ .... fois plus éclairé que l'autre.

ARTICLE IX.

Trouver combien la Lumiere des Aſtres augmente ou diminue par les changements de leurs hauteurs au-deſſus de l'horizon.

ON NE PEUT pas faire cette obſervation avec la même facilité ſur tous les aſtres. La lumiere des étoiles eſt trop foible, & celle du ſoleil eſt au contraire trop forte, pour qu'on puiſſe la comparer commodément avec les différentes lumieres que nous avons ici bas. C'eſt pourquoi on ne peut guere faire cette obſervation que ſur la lune; mais nous n'avons auſſi qu'à prendre cette planete lorſqu'elle eſt à peu-près dans ſon oppoſition avec le ſoleil; & ſa phaſe ne changeant alors que très-lentement, on ſera ſûr que tout le changement de ſa lumiere ne viendra ſenſiblement que de ſes différentes hauteurs au-deſſus de l'horizon. Après cela, l'opération ſera de la derniere ſimplicité. J'ai principalement obſervé la lune lorſqu'elle avoit 66 degrés 11 minutes, & 19

degrés 16 minutes de hauteurs apparentes : elle avoit le 23 de Novembre 1725, la ſeconde de ces hauteurs vers 10½ heures du ſoir ; & ſa lumiere reçue dans la boîte dont j'ai parlé dans l'article III, me parut égale à celle de quatre chandelles qui étoient éloignées de moi de 50 pieds. Le lendemain à environ trois heures du matin, comme la lune étoit encore un peu éloignée du méridien, & qu'elle avoit 66 degrés 11 minutes de hauteur, j'examinai une ſeconde fois ſa lumiere ; & elle étoit alors égale à celle de mes quatre chandelles miſes à 41 pieds de diſtance. Il m'étoit facile de découvrir enſuite le rapport que je cherchois : car les quarrés des deux diſtances 41 & 50 pieds ſont 1681 & 2500 ; & puiſque ces quarrés expriment la force de la lumiere des chandelles dans les deux obſervations, ils expriment auſſi les forces de la lumiere de la lune qui leur étoient égales. C'eſt-à-dire donc, que les diverſes forces avec leſquelles la lune nous éclaire, lorſqu'elle a 19 degrés 16 minutes, & 66 degrés 11 minutes de hauteurs apparentes, ſont comme les deux nombres 1681 & 2500,

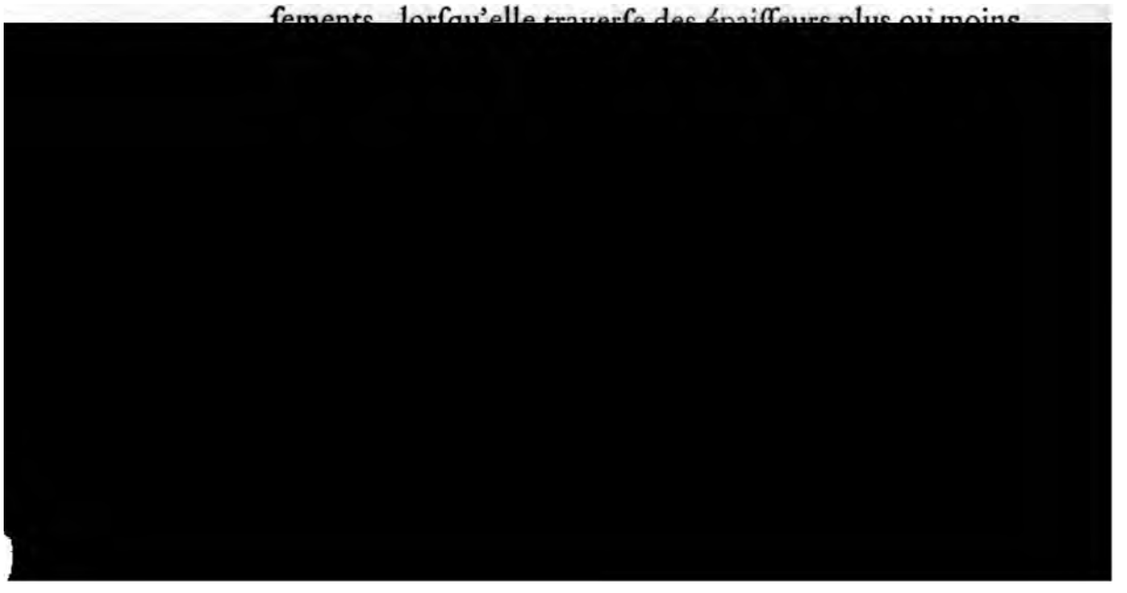


que leurs rayons doivent ſouffrir la même diminution en traverſant l'atmoſphere. Je ne me déterminai à obſerver la lune, lorſqu'elle avoit 66 degrés 11 minutes & 19 degrés 16 minutes de hauteurs, que parce que le ſoleil a, au Croiſic à midi, ces mêmes hauteurs apparentes aux jours des ſolſtices d'été & d'hiver; ce qui m'apprenoit combien le ſoleil nous éclaire plus dans une ſaiſon que dans l'autre. J'ai examiné auſſi pluſieurs fois la lune, lorſqu'étant ſur le point de ſe coucher, ſon bord inférieur paroiſſoit toucher la ſurface de la mer; j'ai trouvé qu'elle éclairoit alors environ 2000 fois moins que lorſqu'elle eſt élevée de 66 degrés 11 minutes; la même choſe doit donc arriver auſſi au ſoleil. Mais ce rapport eſt ſujet à de très-grandes variétés; ce qui vient ſans doute de ce que la partie baſſe de l'atmoſphere eſt preſque toujours inégalement chargée de vapeurs, & de ce que ces vapeurs produiſent différents effets, & des effets plus ſenſibles ſur la lumiere des aſtres qui ſe levent ou qui ſe couchent. Nous voyons auſſi, par la même raiſon, que les réfractions Aſtronomiques, qui ſont ordinairement les mêmes dans les grandes hauteurs, ſont ſujettes à de grandes irrégularités, lorſque les aſtres ſont peu élevés.

ARTICLE X.

Uſage des Obſervations précédentes, pour découvrir la tranſparence d'une certaine épaiſſeur d'air.

ON PEUT regarder comme un des principaux uſages des dernieres obſervations, celui de nous mettre en état de parvenir à une connoiſſance aſſez particuliere de la tranſparence de l'air. M. de Mairan avoit déja fait cette ingénieuſe Remarque dans les Mémoires de l'Académie Royale des Sciences de 1721, que, ſuppoſé qu'on pût meſurer le rapport qu'il y a entre les forces de la lumiere d'un aſtre à deux différentes hauteurs, il ne ſeroit pas impoſſible d'en conclure quelle eſt la tranſparence ou l'opacité de l'atmoſphere. Ce ſavant Académicien n'indiquoit aucun moyen de meſurer la lumiere; il doutoit même que la choſe fût poſſible, & il falloit encore découvrir la vraie loi que la lumiere ſuit dans ſes affoibliſſements, lorſqu'elle traverſe des épaiſſeurs plus ou moins



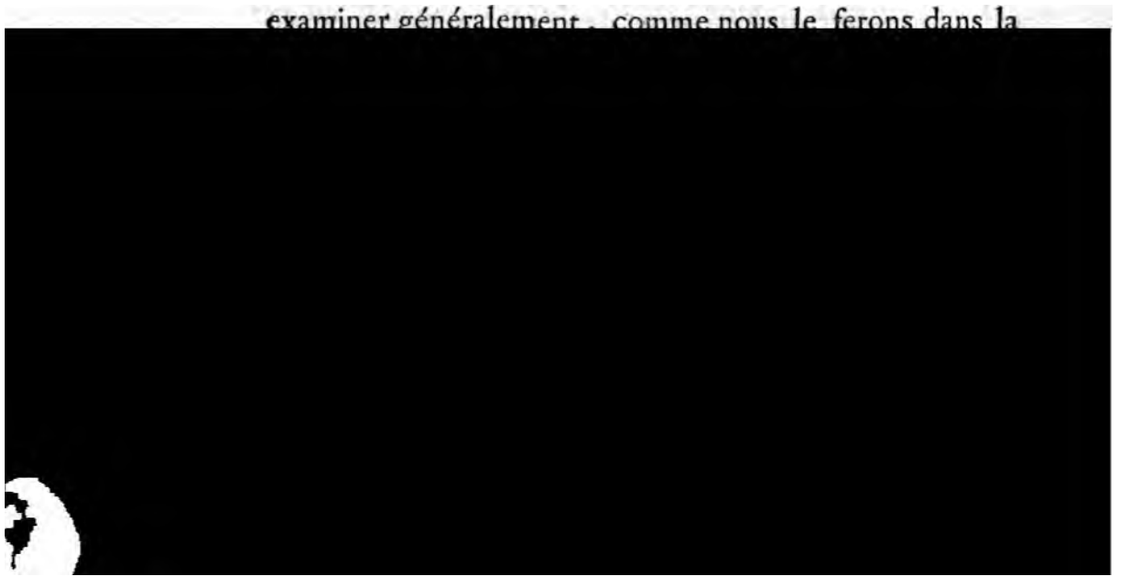
en attendant que j'inſiſte davantage dans la ſuite ſur ce même ſujet.

NOS EXPÉRIENCES nous apprennent que, lorſqu'un aſtre eſt à 19 degrés 16 minutes de hauteur apparente, ſa lumiere n'eſt que les deux tiers de ce qu'elle eſt lorſque l'aſtre a 66 degrés 11 minutes de hauteur. Cette différence de force ne vient que de ce que la lumiere a beaucoup moins de trajet à faire dans l'atmoſphere, lorſque l'aſtre eſt fort élevé, que lorſqu'il eſt fort proche de l'horizon. Il eſt vrai que dans le premier cas, la lumiere fait déja un aſſez grand chemin, & qu'elle doit rencontrer beaucoup de parties d'air qui ſont propres à l'intercepter; mais elle fait un chemin beaucoup plus conſidérable dans le ſecond cas, & c'eſt la quantité dont ce ſecond chemin eſt plus long que le premier, qui eſt cauſe que la lumiere eſt plus foible.

IL S'AGIT DONC de chercher les deux différentes quantités d'air que les rayons des aſtres ont à pénétrer dans les deux hauteurs de 66 degrés 11 minutes & de 19 degrés 16 minutes, & on le peut aiſément; car nous avons pluſieurs ſyſtêmes qui repréſentent, auſſi exactement qu'il eſt néceſſaire, les diverſes condenſations & dilatations de l'air. Or, ſuppoſé que les quantités d'air que les rayons ont à traverſer, ſoient équivalentes à des épaiſſeurs de 4275 toiſes, & de 11744 toiſes de notre air

groſſier d'ici bas *, on doit conclure que c'eſt en traverſant un eſpace équivalent à 7469 toiſes de notre air, que la lumiere perd environ un tiers de ſa force, ou qu'elle diminue dans le rapport de 2500 à 1681. En effet, la lumiere doit être également affoiblie, après avoir traverſé des épaiſſeurs égales dans l'un & l'autre chemin ; c'eſt-à-dire, qu'elle doit être préciſément la même, après avoir fait le premier trajet, & après avoir fait les 4275 premieres toiſes du ſecond. Ainſi toute la diminution qu'on apperçoit, lorſque l'aſtre eſt proche de l'horizon, ne vient que des 7469 dernieres toiſes du ſecond trajet, ou de ſon excès ſur le premier.

S'IL ÉTOIT bien certain que la lumiere fût 2000 fois plus foible, lorſque l'aſtre ſe leve ou ſe couche, que lorſqu'il a 66 degrés 11 minutes de hauteur, on pourroit déterminer de la même maniere le degré de tranſparence d'une autre épaiſſeur d'air ; & il n'y auroit qu'à faire de nouvelles obſervations, pour en déterminer une infinité d'autres. Mais il vaut beaucoup mieux examiner généralement, comme nous le ferons dans la



à tous les milieux, de faire ſans ceſſe de nouvelles expériences, ce ſera aſſez que nous en ayons une ſeule ſur l'exactitude de laquelle nous puiſſions compter, pour pouvoir en tirer toutes les inductions, & les connoiſſances dont nous aurons beſoin. Ainſi il ſuffira de ſavoir, par exemple, que la lumiere diminue dans le rapport de 5 à 4, en traverſant une épaiſſeur de 10 pieds d'eau de mer, ou qu'elle diminue dans le rapport de 2500 à 1681, en traverſant 7469 toiſes d'air groſſier, pour qu'on ſoit en état de découvrir combien elle s'affoiblit, en pénétrant toutes les autres épaiſſeurs de ces mêmes milieux.

ARTICLE XI.

Obſervations faites pour déterminer combien la Lumiere du Soleil eſt plus forte que celle de la pleine Lune.

APRÉS AVOIR répété la plûpart des obſervations précédentes, je voulus voir combien le ſoleil nous éclaire de fois plus que la lune. Il falloit, ſelon notre méthode, comparer la lumiere de ces deux aſtres avec celle d'une bougie ou d'un flambeau qui ſervît de meſure commune; mais comme la lumiere du ſoleil eſt extrémement forte, il falloit lui faire ſouffrir de très-grandes diminutions, & il falloit que ces diminutions ſe fiſſent

toujours par des degrés connus. Je me ſervis pour celà d'un verre concave de lunette, qui rendoit les rayons très-divergents; & je n'avois qu'à m'en éloigner un peu plus ou un peu moins, pour faire varier la force de la lumiere tout-à-coup, & en quelle proportion je voulois. Je fis un de ces eſſais le 22 Septembre 1725, jour de la pleine lune: ayant fermé toutes les fenêtres d'une chambre, & le ſoleil étant élevé de 31 degrés, je fis entrer ſa lumiere par un trou qui avoit une ligne de diametre, & ſur lequel j'avois appliqué le verre concave. Recevant enſuite la lumiere à une diſtance de 5 à 6 pieds, dans un point où la divergence des rayons étoit de 108 lignes, & où la lumiere étoit par conſéquent affoiblie 11664 fois, puiſqu'au lieu de n'occuper qu'un eſpace d'une ligne de diametre, elle en occupoit un qui en avoit 108, & qui étoit 11664 fois plus grand; elle me parut exactement égale à la lumiere d'une bougie ſituée à 16 pouces de diſtance. Il ne me reſtoit plus, après cela, qu'à faire pendant la nuit une ſemblable obſervation ſur la lune, & il me falloit employer toujours le même verre

POUR TROUVER maintenant le réſultat de ces deux obſervations, on n'a qu'à conſidérer que la lumiere de la lune n'a été affoiblie que 64 fois par le verre concave, & que ſi on l'avoit fait diminuer 11664, de même que celle du ſoleil, il auroit fallu mettre enſuite la bougie, non pas à 50 pieds de diſtance, mais à 675. Or, puiſque la lumiere du ſoleil, lorſqu'elle eſt diminuée 11664 fois, eſt égale à celle d'une bougie placée à 16 pouces de diſtance, comme nous l'avons reconnu par la premiere obſervation; & que la lumiere de la lune diminuée un même nombre de fois, n'eſt égale qu'à celle de la même bougie portée à 675 pieds, ou à 8100 pouces de diſtance, comme on le conclut de la ſeconde obſervation, il s'enſuit que la lumiere du ſoleil eſt à celle de la lune, comme 65610000 (qui eſt le quarré de 8100), eſt à 256 (qui eſt le quarré de 16). Ainſi il paroît que le ſoleil nous éclaire environ 256289 fois plus que la lune.

JE NE RAPPORTE ici que la troiſieme des épreuves que j'ai faites; car à la pleine lune de Juillet 1725, j'avois trouvé que le ſoleil nous éclaire 284089 fois plus que la lune; à celle d'Août 331776 fois, & par une autre épreuve 302500 fois. Je crois qu'on pourroit conclure de tout cela, que le ſoleil nous éclaire environ 300000 fois plus que la lune; mais les grandes difficultés qu'il y a à déterminer un ſemblable rapport, font que je n'oſe pas trop le regarder comme exact. Cependant il

eſt toujours bon de faire remarquer que la lune étoit à peu-près dans ſes moyennes diſtances à la terre, lorſque je faiſois mes obſervations. Les différentes diſtances du ſoleil ne doivent point changer ſenſiblement le rapport des deux lumieres, parce que cet aſtre ne peut pas s'éloigner de la terre, ſans s'éloigner en même temps de la lune, à peu-près dans le même rapport : d'où il ſuit, que ſi ſa lumiere directe reçoit de la diminution, ſa lumiere réfléchie qui nous vient de la lune, doit diminuer en même raiſon. Mais quant aux diverſes diſtances de la lune, elles doivent produire du changement, & un changement conſidérable ; car cette planete doit être par rapport à nous, comme un flambeau dont la flamme a bien toujours la même force, mais dont la lumiere change néceſſairement, lorſqu'on la reçoit à des diſtances ſenſiblement inégales. La différence peut être d'environ un quart, puiſque la plus grande & la plus petite diſtance d'ici à la lune, ſont à peu-près dans le rapport de 8 à 7, & que les quarrés de ces deux nombres ſont environ comme 4 eſt à 3.

QUOI QU'IL EN SOIT de ces obſervations, elles s'accordent, autant qu'il eſt poſſible, avec ce qu'on ſavoit déja de la force de la lumiere de la lune. On avoit expérimenté, que cette lumiere réunie dans le foyer des plus grands miroirs concaves, n'excitoit aucune chaleur ſenſible, & n'agiſſoit pas même ſur le thermometre de

M.

M. Amontons, qui eſt très-ſenſible. M. de la Hire, le fils, expoſa le miroir concave de l'Obſervatoire qui a 35 pouces de diametre, aux rayons de la pleine lune, lorſqu'elle paſſoit au méridien dans le mois d'Octobre 1705, & il raſſembla ces rayons dans un eſpace 306 fois plus petit. Ce n'étoit là tout-au-plus augmenter que 306 fois la force de la lumiere de la lune ; mais quand même, en ſe ſervant de miroirs plus parfaits, comme des Obſervateurs habiles l'ont fait depuis, on réuſſiroit, ce qui n'eſt pas, à augmenter 1000 fois la lumiere de la lune, il s'en faudroit toujours extrêmement qu'elle ne fût égale à la lumiere ſimple qui nous vient du ſoleil. Elle n'en ſeroit encore que la 300me partie, & il ne ſeroit pas ſurprenant que, dans cet état, elle ne fît abſolument ſentir aucune chaleur. Quant à la lumiere du ſoleil, il faut qu'elle ſoit exceſſive ; car nous trouvons qu'elle eſt ici 300000 fois plus forte que celle de la lune, & nous ſommes environ 400 fois plus éloignés du ſoleil, ce qui affoiblit 160000 fois ſa lumiere.

ARTICLE XII.

Obſervations faites pour déterminer combien les parties du Soleil voiſines du centre, ſont plus lumineuſes que celles qui ſont vers les bords de cet Aſtre.

JE TERMINERAI cette ſeconde ſection en rendant compte de quelques tentatives que j'ai faites, pour découvrir ſi toutes les parties de la ſurface du ſoleil répandent abſolument la même lumiere. Lorſqu'on regarde cet aſtre au travers d'une longue lunette qui groſſit beaucoup les objets, il faut y donner une grande attention pour remarquer quelque différence dans l'intenſité de ſa lumiere. On voit comme une ſurface plate dont l'éclat eſt, pour ainſi dire, le même par-tout. Mais il peut arriver alors la même choſe, que lorſqu'on compare entr'eux des endroits du ciel conſidérablement éloignés du ſoleil, la lumiere qui nous eſt renvoyée par ces différentes parties de l'atmoſphere, nous paroît ſenſiblement la même, parce que le changement de l'une à l'autre ſe fait peu à peu, ou par degrés inſenſibles; au lieu que ſi l'on réuſſit par quelque expédient à rapprocher certaines de ces parties, en ſupprimant, pour ainſi dire, tout l'eſpace intermédiaire qui les ſéparoit, on reconnoît ſur le champ qu'il y a une différence conſidérable

dans leur lumiere. Peut-être faut-il auſſi ſe ſervir d'un expédient ſemblable, pour s'aſſurer ſi le ſoleil eſt également éclatant dans toute ſa ſurface, lorſqu'on l'obſerve avec une longue lunette.

POUR RÉSOUDRE ce problême, j'ai employé l'Héliometre, dont j'ai parlé dans l'Article VII de la Section précédente. Les deux objectifs de l'inſtrument m'ont fourni deux images de l'aſtre, qui ſe touchoient; elles avoient la même intenſité de lumiere, parce que les deux verres étoient parfaitement égaux, & de la même ouverture; mais la ſurface d'un des deux étant diviſée en douze parties, il m'a fallu en couvrir $3\frac{1}{4}$, ou changer la ſurface des deux objectifs dans le rapport de 12 à $8\frac{1}{4}$, ou de 48 à 35, pour que le centre de la ſeconde image ne me parût pas plus lumineux qu'un eſpace de la même grandeur, pris dans l'autre image aux trois quarts du diametre. Ainſi la lumiere du ſoleil n'eſt pas la même ſur toute la ſurface de ſon diſque : ſi on compare le centre & un endroit qui en ſoit éloigné des trois quarts du demi-diametre, les quantités de rayons qu'on en reçoit, ſont dans le rapport de 48 à 35.

CETTE OBSERVATION a ſes difficultés; on a principalement de la peine à s'aſſurer de la ſituation préciſe des deux endroits du diſque dont on compare l'éclat. Il eſt néceſſaire qu'un de ces points ſoit ſenſi-

blement éloigné du centre, pour mettre une plus grande différence dans leur lumiere ; & il y auroit d'un autre côté beaucoup d'inconvénient à rendre ce point trop voiſin des bords. Je l'ai obſervé à 41 degrés 25 minutes de diſtance du bord ; mais j'avoue ingénuement qu'il m'auroit fallu répéter encore plus cette obſervation que je ne l'ai fait, quoique je l'aye vérifiée trois ou quatre fois. Il eſt toujours certain que le ſoleil eſt moins lumineux dans les endroits de ſon diſque qui ſont plus éloignés du centre. Or il ſuit de-là, que non-ſeulement chaque point lumineux, pris en particulier ſur la ſurface de l'aſtre, ne jette pas à la ronde une égale quantité de lumiere dans tous les ſens, mais qu'il en jette moins, ſelon les directions plus obliques. Cette diminution eſt même plus forte, en conſidérant des points plus avancés vers les bords, que celle que ſouffrent les ſinus des angles formés par la ſurface de l'aſtre, & par les rayons à leur ſortie.

EN EFFET, ſi chaque point lumineux jettoit indiſtinctement dans toutes les directions une égale quan-

Obſervateur ne recevra de rayons ſortis perpendiculairement du ſoleil, que du ſeul point *D*, & il ne ſera éclairé de tous les autres points *E*, que par des rayons obliques. On doit encore remarquer qu'il rapportera toutes les parties *Dd*, *Ee*, &c. de la ſurface ſphérique aux parties correſpondantes *Cc*, *Ff*, &c. du plan *AB* qui eſt perpendiculaire aux rayons viſuels, & qu'il faut que ces dernieres parties ſoient égales entr'elles, pour que les premieres paroiſſent l'être, ou pour qu'elles répondent à des eſpaces égaux ſur la rétine. Dans ce cas ces parties *Dd*, *Ee*, &c. ſont d'autant plus grandes, qu'on les voit plus obliquement; elles croiſſent en s'approchant du bord du diſque, en même raiſon que les ſinus *EF* diminuent. Elles contiennent donc un plus grand nombre de points lumineux, & le diſque ſeroit néceſſairement d'un éclat infini vers les bords, ſi chaque point lumineux fourniſſoit en particulier dans tous les ſens, la même quantité de lumiere, puiſque les dernieres parties *Ee* ſont infiniment plus grandes que celle *Dd* du milieu. Figure 13.

CETTE HYPOTHESE étant trop contraire aux obſervations, pour qu'on ne ſoit pas obligé de la rejetter, il faut néceſſairement que chaque point lumineux jette d'autant moins de lumiere, que les rayons ſont à leur ſortie de plus petits angles avec la ſurface du ſoleil. Suppoſons, pour un inſtant, que ce ſoient les ſinus de

Figure 13. ces angles qui expriment les quantités de lumiere, nous recevrons du point *D* la quantité de lumiere exprimée par le ſinus total *DC*; & celle qui nous viendra du point *E*, ſera exprimée par le ſinus *EF*. Alors le diſque ſeroit d'une lumiere également vive par-tout. Car ſi une partie ſenſible *Ee* eſt plus grande, à cauſe de ſon inclinaiſon, & ſi elle contient, par cette raiſon, un plus grand nombre de points lumineux, d'un autre côté, chacun de ces points nous enverra moins de lumiere préciſément dans le même rapport. Ainſi, dans cette ſeconde hypotheſe qui peut ſe trouver vraie dans quelques rencontres, toutes les parties *Ee*, d'une grandeur égale en apparence, doivent nous envoyer une égale quantité de lumiere, & toute la ſurface de l'aſtre nous paroîtroit d'un éclat uniforme.

MAIS, comme nous l'avons vu, les parties ſenſibles du diſque du ſoleil les plus éloignées du centre, ſont moins lumineuſes que les autres : nous nous en ſommes aſſurés pour le point *E*, qui répondant aux trois quarts du demi-diametre *CA*, eſt éloigné de 41 degrés 25 minutes du bord apparent *A*. Il nous eſt difficile de marquer avec préciſion l'intervalle compris entre les deux points comparés, ce qui influe ſur le rapport entre les deux lumieres. Mais nous ne pouvons pas douter que l'affoibliſſement dont il s'agit, ne ſoit réel. Il eſt donc indubitable que la lumiere envoyée obliquement

par chaque point particulier du ſoleil, diminue encore plus à proportion que les ſinus des angles que font les rayons avec la ſurface de l'aſtre à leur ſortie, & qu'au lieu de prendre les ſinus *CD*, *EF*, &c, pour les quantités de lumiere que lance vers nous chaque point *D*, *E*, &c, il faut en prendre qui diminuent plus ſubitement, telles que ſont les lignes *DC*, *EG* &c, interceptées entre la circonférence du cercle & une certaine ligne courbe *AGCHB*. Cette ligne courbe qu'on ne peut connoître qu'en multipliant les obſervations, a néceſſairement deux branches, qui en formant un angle de rebrouſſement en *C*, vont ſe terminer en *A* & en *B*. Ce que nous ſavons encore de plus, quoique moins ſûrement, c'eſt qu'en exprimant par le ſinus total la lumiere que nous jette perpendiculairement le point *D*, celle qui nous vient obliquement du point *E* à 41 degrés 25 minutes du bord apparent du diſque, n'eſt pas exprimée par le ſinus *EF*, mais par une ligne *EG*, plus petite dans le rapport d'environ 48 à 35; ainſi *GF* eſt à peu-près le quart de *EF*, lorſque *AF* eſt à peu-près le quart du demi-diametre *AC*. Figure 13.

AU LIEU DE marquer les quantités de lumiere qui nous viennent de différents points, on aimera peut-être autant avoir l'expreſſion des diverſes quantités de lumiere, que lance un même point dans tous les divers ſens. Si ces quantités étoient exactement proportionnelles aux

Figure 13. ſinus des angles que forment les rayons avec la ſurface du corps lumineux à leur ſortie, il n'y auroit pour le point D, qu'à tracer le cercle DLK, dont DK, prolongement de CD, eſt le diametre, & tirant des cordes DK, DL, &c, elles marqueroient le rapport que ſuivent les quantités de lumiere lancées ſelon chaque direction DK, DL, &c. Mais la lumiere jettée obliquement eſt encore plus foible; & pour la direction DL, qui fait un angle de 41 degrés 25 minutes avec la ſurface du corps lumineux, elle eſt exprimée par DM, qui eſt moindre d'environ un quart que DL. Le nombre des rayons envoyés vers tous les différens côtés, n'eſt donc pas exprimé par les cordes DK, DL du cercle DKL, mais par celles d'une eſpece d'ovale $DMKM$, plus étroite que le cercle d'environ un quart.

Fin du premier Livre.

LIVRE SECOND.

Recherches ſur la quantité de Lumiere que réfléchiſſent les ſurfaces tant polies, que brutes.

NOUS NOUS PROPOSONS dans ce ſecond Livre, de rendre un compte plus étendu de nos obſervations ſur la réflection produite par les miroirs & autres ſurfaces. Nous rapporterons continuellement cette réflection à celle que donneroient des ſurfaces Mathématiques parfaitement polies, qui n'éteindroient, ou n'amortiroient aucun rayon, & nous commencerons par quelques remarques ſur les propriétés que doivent avoir, à cet égard, ces dernieres ſurfaces. Nous ne dirons que des choſes tout-à-fait ſimples, mais ſur leſquelles il nous étoit néanmoins abſolument néceſſaire d'inſiſter; puiſque nous leverons des difficultés qui, ſans être conſidérables en ſoi, ont pourtant arrêté les plus grands Phyſiciens ou Mathématiciens qui ont traité de l'Optique.

PREMIERE SECTION.

Remarques ſur la Réflection que cauſeroient des ſurfaces infiniment polies, qui n'éteindroient aucun rayon.

ARTICLE I.

Du Foyer virtuel par réflection des ſurfaces planes, & de l'intenſité de la Lumiere qu'elles renvoyent.

TOUS NOS LECTEURS ſavent, & nous les avons déja obligés d'y faire une expreſſe attention, que lorſque la lumiere eſt réfléchie par une ſurface parfaitement plane, elle prend préciſément la même direction que ſi le corps lumineux étoit autant en arriere, qu'il eſt réellement en avant. Les rayons du corps lumineux *P* de la figure 6, après avoir frappé le miroir *B*, prennent la direction *BD*, comme s'ils partoient du foyer virtuel *p*; mais ce qui eſt particulier au miroir plan, & le vrai ſujet de la remarque préſente, c'eſt que le point *p* ne change nullement de place, quoique la réflection ſe faſſe dans tout autre point qu'en *B*, ou qu'on mette l'œil en tout autre lieu qu'en *D*. Il ſera

peut-être auſſi ſuperflu d'ajouter que la lumiere a la même intenſité au commencement *B* du rayon réfléchi, qu'à la fin du rayon direct, puiſque la réflection n'y change rien. Si on exprime donc par $\frac{1}{PB^2}$, la force qu'a la lumiere dans l'endroit où elle frappe le plan, nous aurons, puiſqu'elle ſuit la raiſon inverſe des quarrés des diſtances, $\frac{1}{pD^2}$ ou $\frac{1}{PB+BD^2}$, pour ſa force en *D*.

ARTICLE II.

Du Foyer virtuel par réflection des Lignes courbes.

CE N'EST PAS la même choſe à l'égard des ſurfaces courbes: le lieu apparent de l'image eſt toujours ſujet à changer par le changement du point où ſe fait l'incidence. Nous nous bornerons d'abord ici, pour une plus grande facilité, à examiner ce qui ſe paſſe dans le cercle. Si les rayons *LD* & *Ld*, en partant du corps lumineux *L* (*fig.* 14), frappent la circonférence du cercle *AIB*, Figure 14. dans deux points infiniment voiſins l'un de l'autre *D* & *d*, & qu'ils ſe réfléchiſſent ſelon les lignes *DM* & *dm*, ces rayons réfléchis étant prolongés, ſe couperont en *G*, & paroîtront ſortir de ce point qui ſera par conſéquent le lieu apparent de l'image du point lumineux *L*. Qu'on change après cela l'œil de place, le lieu apparent *G* changera auſſi, en ſe trouvant continuellement ſur la ligne courbe *OGI*, que les Géométres connoiſſent

Figure 14. ſous le nom de *Cauſtique par réflection*, laquelle eſt formée par les interſections ſucceſſives des rayons réfléchis, ou qui les a tous pour tangentes. Nos Lecteurs ſavent encore que, pour trouver la diſtance DG, dont le point G eſt au dedans du cercle ſur le prolongement de ces rayons, il n'y a qu'à faire cette proportion : $DL + \frac{1}{4}DF$, ſomme des longueurs du rayon incident LD, & du quart de la corde DF, qui eſt le prolongement du rayon réfléchi DM, eſt au quart de cette même corde, comme le rayon incident LD, eſt à DG. Pour le dire en un mot, on a continuellement $DG = \frac{\frac{1}{4}DF \times LD}{LD + \frac{1}{4}DF}$.

ARTICLE III.

Des doubles Foyers virtuels par réflection des ſurfaces courbes.

MAIS une remarque ſur laquelle il ne paroît pas qu'on ait aſſez inſiſté, c'eſt qu'en fait de miroirs convexes ou concaves, nous n'avons jamais de ſurfaces qui puiſſent ſe conſidérer abſolument comme de ſimples lignes courbes : elles ont toujours réellement deux cauſtiques, & en même temps deux différentes images. Cette attention eſt d'autant plus eſſentielle, que ces deux images ont quelquefois tout ce qu'il faut pour être apperçues avec une égale diſtinction. Ceci n'a rien de

commun avec celles que nous répetent nos miroirs ordinaires, à cauſe de leurs doubles ſurfaces, celle de la glace & celle du vif-argent. Les ſurfaces dont il s'agit ici ſont courbes, mais abſolument ſimples. Figure 14.

CONSIDÉRONS DONC au lieu du cercle AIB, une ſurface parfaitement ſphérique. Il ſera toujours vrai que les rayons incidents, infiniment voiſins les uns des autres, qui tombent en D & en d, ſeront réfléchis comme s'ils partoient du point G; mais il ne ſera pas moins certain que les rayons infiniment voiſins qui tomberont à côté du point D, comme en δ, ne viendront pas à l'œil, comme s'ils ſortoient du point G, mais comme s'ils partoient du point E, dans lequel les rayons réfléchis coupent l'axe BA, du globe qui paſſe par le corps lumineux. En effet, les rayons, incident $L\delta$, & réfléchi $\delta\mu$, ſont dans un plan différent des rayons LD & DM; & ces deux plans ont CL pour commune ſection. Il faut donc néceſſairement diſtinguer deux différents foyers virtuels des rayons réfléchis, ſelon que les rayons incidents tombent en-deſſus ou en-deſſous de D, ou ſelon qu'ils tombent à côté.

SI LE TROU de notre uvée n'étoit qu'une fente verticale extrêmement étroite, comme nous le voyons dans quelques animaux, nous ne recevrions que les rayons qui ont le point G pour foyer virtuel, ou qui

Figure 14. paroiſſent en ſortir ; nous les recevrions, parce qu'ils forment enſemble comme une lame MGm, dont la largeur eſt dans le ſens vertical. Si au contraire notre uvée avoit la forme d'une fente horizontale, nous ne ſerions affectés que par les ſeuls rayons qui paroiſſent venir du point E, & qui forment entr'eux un plan $ME\mu$, dont la largeur eſt dans le ſens horizontal. Mais comme la lumiere entre dans nos yeux par un trou parfaitement rond, les deux images doivent agir en même temps ſur notre rétine ; & ſi malgré cela nous n'en découvrons preſque toujours qu'une ſeule, c'eſt principalement parce que nos yeux ne ſont pas propres à découvrir avec la même diſtinction les plus petits objets à toutes les diſtances, & qu'une ſeule des deux images ſe trouve dans l'éloignement convenable pour notre vue.

NOS YEUX n'ont à choiſir ici qu'entre deux images ; mais ils réuſſiſſent quelquefois à démêler celle qui leur convient entre un beaucoup plus grand nombre. Lorſque nous obſervons les étoiles avec une longue lunette, il peut ſe former ſept images différentes qui ſont enfilées, pour ainſi dire, ſur l'axe de la lunette, & placées à différentes diſtances de l'objetif, comme le comporte la différente réfrangibilité des ſept couleurs primitives. L'image rouge eſt la plus voiſine de l'Obſervateur ; l'image orangée un peu plus loin ; la jaune encore un peu plus, &c. Si la conſtitution de l'atmoſphere

reſtoit la même, & ſi le changement dans la hauteur de l'aſtre n'eſt pas conſidérable, nous découvririons toujours la même image, celle qui eſt à la diſtance convenable de notre œil, & dont la couleur eſt en même temps la plus propre à faire impreſſion ſur notre rétine. Mais ſi l'air ſe charge tout-à-coup de vapeurs, ou ſi on prend l'aſtre à deux hauteurs très-différentes, ce qui affoiblira plus certains rayons que d'autres, on pourra, comme j'en ai fait la premiere obſervation au Pérou, découvrir une autre image, ce qui jettera quelquefois dans des erreurs conſidérables, & peut-être de plus de 20″ ſur la ſituation de l'étoile qu'on obſerve *. Cette remarque eſt d'autant plus importante, qu'elle nous indique une des difficultés qui empêchent de porter la préciſion auſſi loin dans la détermination de l'aſcenſion droite des aſtres, que dans celle de leur déclinaiſon. Il n'eſt que trop certain, puiſqu'on n'avoit pas fait attention à ce changement du foyer des lunettes, que parmi le grand nombre d'obſervations que nous avons, il doit y en avoir pluſieurs qui n'ont pas toute l'exactitude dont on ſe pique maintenant. Pour éviter abſolument cette cauſe d'erreur, il faudroit employer des précautions qu'on n'a peut-être pas aſſez connues, mais ce n'eſt pas ici le lieu de les expliquer. Figure 14.

UN OBJET plongé ſimplement dans l'eau, nous

* Voyez le Liv. de la Fig. de la Terre déterminée par les Obſervations faites au Pérou, page 207 & ſuivantes.

fournit un exemple particulier de la duplicité des images.

Figure 15. Si *BAb* (*fig.* 15) eſt une portion de la ſurface de l'eau, & que l'objet ſoit en *O*, nous pouvons appercevoir ſon image en deux différents endroits, ou en *G* ſur la cauſtique par réfraction, ou en *E* ſur la ligne droite verticale *AO* qui paſſe par l'objet, laquelle n'eſt pas moins une cauſtique que l'autre ligne. La premiere image eſt viſible par les rayons, comme *ODM*, *Odm*, qui dirigent leur chemin plus haut ou plus bas les uns que les autres, en venant vers nous; au lieu que la ſeconde image, celle que nous voyons comme en *E*, eſt formée par les rayons *ODM*, *Odm*, qui ſont arrangés les uns à côté des autres. Nous découvrons l'une ou l'autre, & il eſt auſſi très-poſſible, que des deux il ne s'en faſſe dans l'œil qu'une ſeule, qui ſera compoſée de leur partie commune, pendant que les parties qui ſe déborderont réciproquement, ne pourront produire que le mauvais effet de rendre la viſion moins diſtincte. Tel eſt le dénouement d'une difficulté qui a fort occupé le P. Tacquet, Barrow, Smith, de même que pluſieurs autres Auteurs; & que M. Newton a lui-même regardée comme formant un problême très-épineux, ſuppoſé qu'il ne fût pas réellement inſoluble *.

* Voyez la Scholie de la Propoſition VIII. des Leçons d'Optique de M. Newton.

ARTICLE

ARTICLE IV.

De la force qu'a la Lumiere réfléchie par une ſurface ſphérique convexe infiniment polie.

CE QUE nous venons de dire n'eſt point étranger à notre ſujet ; mais nous revenons à ce qui y appartient encore plus particuliérement. On doit, comme nous venons de le voir, diſtinguer deux différents ordres de plans de rayons dans le faiſceau que réfléchit chaque partie ſenſible de la ſurface du globe de la figure 14. Ces plans prennent la forme d'éventails très-étroits, & ils ont leur largeur dans le ſens vertical ou dans le ſens horizontal, ſelon qu'ils partent du point *G* ou du point *E*. Il eſt également évident que la lumiere diminue dans chaque plan, non pas comme le quarré de la diſtance au foyer virtuel, mais comme la diſtance ſimple, puiſque les largeurs de l'éventail vont en augmentant ſimplement comme les diſtances. Figure 14.

MAIS ce qu'il faut bien remarquer, c'eſt que la multitude des plans de rayons qui partent d'un des foyers, eſt exprimée par le nombre des rayons que contiennent les plans qui ſortent de l'autre. Ainſi, il faut multiplier les deux nombres de rayons contenus dans les plans vertical & horizontal l'un par l'autre, pour avoir la quantité totale des rayons. Pour nous expliquer au-

Figure 14. trement, le faiſceau de rayons va en groſſiſſant, à meſure qu'il s'éloigne du globe; & ſi ſon épaiſſeur eſt repréſentée par l'angle MGm, que forment les rayons qui ſont dirigés les uns au-deſſus des autres, ſa largeur eſt repréſentée par l'angle $ME\mu$ que forment les rayons qui marchent à côté les uns des autres. La totalité des rayons occupe donc continuellement de plus grands eſpaces, dont l'étendue dépend également des diſtances aux deux foyers virtuels G & E; d'où il ſuit qu'il faut multiplier ces diſtances l'une par l'autre, pour avoir le rapport inverſe ſelon lequel la lumiere va en s'affoibliſſant, à meſure qu'elle avance. Ainſi elle ne s'affoiblit pas dans le cas préſent en raiſon inverſe du quarré d'un des éloignements ſimples, mais en raiſon inverſe de MG, multipliée par ME.

LA FORCE de la lumiere, en ſe réfléchiſſant, eſt tout auprès du globe exactement la même que dans ſon incidence. Cette derniere force eſt d'autant plus petite que le quarré de la diſtance au point lumineux L eſt plus grand, & on peut l'exprimer par $\frac{1}{LD^2}$. Cette même expreſſion convient à la lumiere qui commence à ſe réfléchir, puiſque les rayons font exactement avec la ſurface du globe, le même angle dans leur réflection, que dans leur incidence, & que rien, en cet endroit, n'altere la groſſeur du faiſceau. Mais à meſure que la lumiere s'éloigne de la ſurface qui la réfléchit, elle

ſe diſtribue dans des eſpaces μm, qui, comme nous venons de le voir, ſont d'autant plus grands, qu'ils ſont plus éloignés des foyers virtuels E & G, & la lumiere doit par conſéquent être plus foible dans le même rapport. Nous n'aurons donc toujours, pour trouver ſa force ou ſon intenſité en M, qu'à faire cette analogie: le produit des diſtances ME par MG, eſt à celui de DE par DG, comme l'intenſité qu'a la lumiere en arrivant en D, eſt à ſon intenſité ou à ſa force en M. Suppoſé donc qu'on prenne $\frac{1}{LD^2}$, pour l'intenſité de la lumiere incidente proche du point D, nous aurons $\frac{DE \times DG}{LD^2 \times ME \times MG}$, par la force de la lumiere réfléchie, & reçue perpendiculairement en M. Figure 14.

ARTICLE V.

Que la Lumiere réfléchie de toutes parts par le Globe, eſt exactement de même force, lorſqu'on la reçoit à une très-grande diſtance, & que le point lumineux eſt auſſi très-éloigné du Globe.

TOUTES LES FOIS que le point lumineux L eſt très-éloigné du globe, la diſtance DG du foyer virtuel G au point D où ſe fait la réflection, devient exactement le quart de la corde DF. Car dans l'expreſſion $\frac{\frac{1}{4}DF \times LD}{LD + \frac{1}{4}DF}$ de cette diſtance DG, le terme LD du dénominateur devient comme infiniment grand par rapport à l'autre

Figure 14. qu'il fait diſparoître, & l'expreſſion ſe réduit à $\frac{1}{4} DF$. La choſe arrive toutes les fois que les rayons incidents viennent de ſi loin, qu'on peut les regarder comme paralleles entr'eux. Alors il n'y a toujours qu'à prendre le quart DG de la corde DF, qui eſt le prolongement du rayon réfléchi, & ce point ſera le foyer virtuel des rayons qui tombent ſur Dd. A l'égard de l'autre foyer, le plus grand ou le moindre éloignement du corps lumineux, ne le fait pas ſortir de la ligne CL; il eſt toujours exactement dans l'interſection E du rayon réfléchi, & du diametre qui eſt parallele aux rayons incidents.

ON PEUT encore faire une autre remarque tout auſſi importante. Lorſque le point lumineux eſt infiniment éloigné, le produit de DE par DG, qui eſt un des termes de l'analogie dont nous nous ſervons pour trouver la force de la lumiere réfléchie, eſt toujours conſtant, & il eſt exactement quatre fois plus petit que le quarré du demi-diametre du globe. En effet, les rayons LD étant paralleles à CA, l'angle DCA, qui eſt alors égal à l'angle LDK, l'eſt auſſi à l'angle KDM, & à l'angle CDE. Ainſi le triangle CED eſt iſoſcele & ſemblable au triangle FCD, & nous aurons par conſéquent le produit de DE par DF, continuellement égal au quarré du demi-diametre CD. Le produit de DE par DF en ſera donc continuellement le

quart, ou égal au quarré de la moitié du demi-diametre. Mais ſi ce produit eſt conſtant, celui des diſtances ME & MG, multipliées l'une par l'autre ne le ſera pas moins, ſi on ſuppoſe que la lumiere réfléchie eſt reçue toujours à des diſtances égales & aſſez grandes, pour qu'on puiſſe regarder le diametre du globe comme inſenſible par rapport à elles. Figure 14.

IL SUIT DE-LA, que la force de la lumiere ſouffre une diminution égale de toutes parts par la réflection du globe, lorſqu'on admet les deux ſuppoſitions que le corps lumineux eſt infiniment éloigné, & qu'on reçoit la lumiere réfléchie à une diſtance comme infiniment grande, mais toujours la même. La lumiere directe en tombant ſur le globe, a par-tout la même intenſité, puiſque tous les rayons ſont cenſés paralleles, & que l'éloignement de tous les points du globe au corps lumineux eſt comme le même. De plus, cette lumiere eſt ſujette enſuite à une égale diminution dans toutes les directions, puiſqu'elle s'affoiblit dans le rapport des deux produits $MG \times ME$ & $DG \times DE$, qui ſont alors conſtants. Ainſi on voit la vérité de ce Théorême curieux & nouveau, qui nous ſera d'une aſſez grande utilité dans la ſuite, que *lorſque le corps lumineux eſt infiniment éloigné, & qu'il éclaire un globe dont la ſurface eſt infiniment polie, & qui n'abſorbe aucune lumiere, ce globe renvoye par-tout à la ronde une lumiere de même force, pourvu*

qu'on la reçoive très-loin. Il faut ſeulement excepter l'endroit où tombe l'ombre du globe; mais cette ombre n'eſt qu'un ſeul point, par rapport à l'immenſité de toute la ſurface ſphérique qui reçoit la lumiere réfléchie.

NOUS INSISTONS ſur cette propriété pour un plus grand éclairciſſement. La lumiere réfléchie, qui ſe diſtribue également dans de ſi grands eſpaces, eſt toute fournie par une ſeule moitié du globe; & s'il étoit poſſible qu'elle fût fournie par le globe entier, le rapport entre les deux lumieres ſeroit exprimé par l'inverſe des ſurfaces, ou par les quarrés des demi-diametres; la lumiere réfléchie ſeroit d'autant plus foible, que le quarré de la diſtance à laquelle elle parvient, eſt plus grand que le quarré du rayon du globe. Mais ce n'eſt que la moitié du globe qui reçoit la lumiere directe & qui la réfléchit, & il faut encore remarquer que la quantité de la lumiere directe n'eſt pas exprimée par la ſurface du globe, à cauſe de l'obliquité de preſque toutes les parties de la ſurface, qui ſont comme fuyantes, mais qu'elle eſt exprimée par le plan ſeul d'un de ſes grands cercles, dont l'aire eſt quatre fois plus petite que la ſurface entiere du globe. C'eſt donc, à proprement parler, une lumiere exprimée par le quart de la ſurface du globe, qui ſe répand au loin dans une ſurface ſphérique entiere. Or il ſuit de-là que la diminution ne doit pas ſuivre la diminution des quarrés des demi-diametres, mais

qu'elle doit répondre à un de ces quarrés, & au quart de l'autre. Voilà l'explication, pour ainſi dire, phyſique d'une partie du Théoreme que nous avons prouvé géométriquement.

ARTICLE VI.

De la quantité de Lumiere réfléchie par les ſurfaces, ſur leſquelles de petits hémiſpheres parfaitement polis, tiendroient lieu de rugoſités ou d'aſpérités.

CONNOISSANT la force de la lumiere réfléchie par les globes dont les ſurfaces ſont infiniment polies, il nous eſt facile de voir quels ſeroient les phénomenes que nous fourniroient des ſurfaces qui ſeroient couvertes d'une infinité de petites éminences formées en hémiſpheres, mais dont les ſurfaces particulieres ſeroient toujours parfaitement polies. Si, au lieu de la moitié éclairée du globe de la figure 14, nous conſidérons un plan qui ſoit égal à ſa baſe, ou au plan d'un des grands cercles du globe, & qui ſoit tout couvert de petits hémiſpheres plus ou moins grands, il n'importe dans quel rapport, ce plan, en réfléchiſſant la lumiere vers une infinité de côtés, y répandra toujours exactement la même quantité de rayons que le globe, pourvu qu'on en ſoit à la même diſtance dans un très-grand

éloignement, & que le corps lumineux en ſoit auſſi à
Figure 16. une diſtance comme infinie. La figure 16 repréſente ce plan circulaire tout couvert de petits hémiſpheres grands & petits, qui lui tiennent lieu d'aſpérités & de rugoſités. Son diametre eſt de même grandeur que l'axe du globe, & nous ſuppoſons, qu'à force de multiplier & de varier la grandeur des petits hemiſpheres dont le plan eſt chargé, il n'y reſte aucun vuide. Ces conditions étant admiſes, les deux lumieres réfléchies vers chaque endroit ſeront également fortes, & cela, parce que la multitude des petits hémiſpheres ſuppléera parfaitement à leur peu de groſſeur. Il eſt vrai que chaque petit hémiſphere répandra d'autant moins de lumiere, qu'il ſera plus petit, le nombre des rayons qu'il renverra ſera proportionnel au quarré de la moitié de ſon demi-diametre; mais d'un autre côté, le nombre des hémiſpheres ſera plus grand préciſément dans le même rapport.

SI LE DIAMETRE de chaque petit hémiſphere du plan de la figure 16, eſt 1000 fois plus petit que le diametre du globe de la figure 14, chaque petit hémiſphere réfléchira ſelon chaque direction, une lumiere qui ſera 1000000 fois plus foible que celle que renvoye le globe. Mais par la même raiſon que le diametre de chaque petit hémiſphere eſt 1000 fois plus petit que celui du globe, il y aura 1000000 hémiſpheres dans la figure 16, qui contribueront à fortifier la lumiere totale,

ce

ce qui la rendra égale à celle du globe ; & dans toutes les autres ſuppoſitions, la compenſation ne ſe fera pas moins exactement. Ainſi il eſt évident que *la lumiere réfléchie, ſelon une certaine direction, ſera toujours exactement la même, ſoit qu'elle ſoit renvoyée par un très-grand nombre de petits hémiſpheres, ou par un moindre nombre d'hémiſpheres plus gros, ou par un ſeul*, comme dans la figure 14, *pourvu qu'ils occupent exactement la même baſe, ou qu'ils couvrent le même plan* PIQI. (*fig.* 16).

IL EST néanmoins néceſſaire, pour la vérité de ce Théorême, que dans les réfléctions obliques les petits hémiſpheres ne ſe nuiſent pas, en s'interceptant la lumiere les uns aux autres, autrement ils ne ſeroient pas dans le même cas que la moitié du globe de la figure 14. On peut, pour remplir cette condition, ſuppoſer que les hémiſpheres ont différentes groſſeurs ſelon un certain ordre. Nous aurions encore quelques autres reſtrictions à mettre : mais nous croyons pouvoir nous en diſpenſer, en nous affranchiſſant de la plupart des inconvénients phyſiques qui ſe préſenteroient ; nous n'examinons actuellement cette matiere que d'une maniere abſtraite, qui aura pourtant ſes applications dans la ſuite.

SI ON VEUT comparer l'intenſité de la lumiere réfléchie par la ſurface *IPIQ* (*fig.* 16) revêtue de tous ſes petits hémiſpheres, avec la lumiere réfléchie par la Figure 16.

Figure 16. même ſurface ; lorſqu'elle eſt parfaitement polie, la comparaiſon ſera tout-à-fait facile, pourvu que le diametre de la ſurface ſoit aſſez petit par rapport à la diſtance du corps lumineux, & de l'éloignement auquel on reçoit la lumiere réfléchie. On ſe ſouvient que ſi on exprime l'intenſité de la lumiere par $\frac{1}{LC^2}$, lorſqu'elle parvient en C, elle ſera exprimée en O par $\frac{1}{(LC+CO)^2}$, après la réflection ſur le plan mathématique. A l'égard de la même ſurface couverte de petits hémiſpheres, nous ne faiſons toujours ſimplement que ſubſtituer par la penſée, un ſeul hémiſphere à la place de tous les petits ; & $\frac{1}{LC^2}$ continuant à exprimer l'intenſité de la lumiere à la diſtance LC du corps lumineux, nous n'aurons qu'à la diminuer dans le même rapport que le quarré $\frac{1}{4} \times IC^2$, de la moitié du demi-diametre du grand hémiſphere ſuppoſé, eſt plus petit que le quarré de CO ; c'eſt-à-dire, que l'intenſité de la lumiere en O ſera $\frac{\frac{1}{4} \times IC^2}{LC^2 \times CO^2}$. Ainſi les quantités de lumieres réfléchies par le plan parfaitement uni, & par le plan revêtu de petits hémiſpheres, ſeront comme $\frac{1}{(LC+CO)^2}$ eſt à $\frac{\frac{1}{4} \times IC^2}{LC^2 \times CO^2}$.

AU SURPLUS, le lecteur remarque ſans doute que le plan mathématique ne réfléchit la lumiere que vers un certain eſpace, en laiſſant tout le reſte dans l'ombre ſans aucun rayon, & que ſi on augmente ſon étendue, l'intenſité de ſa lumiere n'augmente pas. Le plan revêtu de petits hémiſpheres, éclaire également au contraire

tout à la ronde, & ſi on augmente ſon étendue, la lumiere qu'il renvoye devient réellement plus grande, parce que chacune de ſes parties contribue à en réfléchir vers les mêmes endroits. C'eſt auſſi ce que marquent les expreſſions générales des deux termes du rapport. Figure 16.

IL SERA plus difficile de trouver la force de la lumiere renvoyée par la ſurface chargée de petits hémiſpheres, ſi le diametre de cette ſurface eſt conſidérable par rapport aux diſtances *CL* & *CO*. On pourra partager la ſurface en des parties infiniment-petites par des co-ordonnées perpendiculaires entr'elles; chaque partie ſera un petit rectangle qui ſera égal à un petit cercle dont on cherchera le diametre. Ce petit cercle pourra ſoutenir un hémiſphere équivalent lui ſeul à tous les autres plus petits, qui ſont contenus dans le petit rectangle élémentaire. Après donc qu'on aura cherché la diſtance de chacun de ces petits rectangles au corps lumineux, & pris l'unité diviſée par le quarré de cette diſtance, pour l'expreſſion de l'intenſité de la lumiere, lorſqu'elle parvient au petit rectangle, nous n'aurons qu'à la faire diminuer dans le même rapport que le quarré de la diſtance au point *O*, eſt plus grand que le quarré de la moitié du demi-diametre du petit cercle, qui eſt égal au petit rectangle élémentaire, & nous en aurons l'effet. Enfin, comme cet effet ſera lui-même l'élément de la lumiere réfléchie vers *O*, & un infiniment-petit du

Figure 16. ſecond ordre, il n'y aura qu'à l'intégrer deux fois, ce qu'on exécutera en employant les ſeules quadratures du cercle & de l'hyperbole, & on aura la force totale de la lumiere.

MAIS nous revenons à la ſuppoſition que la ſurface *IPIQ* eſt aſſez petite, & nous ferons une remarque qu'on trouvera peut-être aſſez importante, quoiqu'elle ait beaucoup de rapport à des choſes déja dites. Si dans ce cas particulier la quantité de la lumiere réfléchie ſelon chaque direction, eſt exactement égale à celle que renvoye le globe de la figure 14, les phénomenes deviendront néanmoins tout différents, lorſqu'on regardera directement le globe ou le plan couvert de petits hémiſpheres. On ne verra ſur le globe, comme cela eſt évident, qu'un ſeul petit eſpace lumineux, qui ſera l'image même du corps lumineux *L*; au lieu que le plan de la figure 16 paroîtra entiérement éclairé, en conſéquence de l'effet de chaque petit hémiſphere, & on verra une lumiere uniforme répandue ſur toute ſa ſurface, ſuppoſé que les hémiſpheres, dont il eſt couvert, ſoient aſſez petits pour qu'on ne puiſſe pas diſcerner en particulier le petit point lumineux que chacun d'entr'eux fournit. Une autre différence de la part du plan, c'eſt que, quoique la quantité totale de ſa lumiere ſoit toujours la même, la poſition plus ou moins oblique de l'œil apportera pourtant du changement à ſon apparence; le

plan paroîtra plus ou moins étroit; il occupera plus ou moins d'eſpace ſur la retine; & l'image toujours peinte avec le même nombre de rayons, acquerra dans l'œil plus ou moins de vivacité. L'intenſité de la lumiere augmentant dans le même rapport que l'image ſera plus étroite, ou moins étendue, croîtra en même raiſon que le ſinus de l'obliquité des rayons viſuels à l'égard du plan, ſera plus petit.

ARTICLE VII.

De la Lumiere réfléchie par un globe dont la ſurface eſt couverte d'une infinité de petits Hémiſpheres parfaitement polis.

SUPPOSONS maintenant que ce n'eſt pas le plan de la figure 16, qui eſt couvert d'une multitude comme infinie de petits hémiſpheres, mais que c'eſt la ſurface même du globe de la figure 14. Le nombre des petits hémiſphéres, qui couvriront la moitié du globe, ſera, comme on le ſait, double du nombre de ceux qui ſont néceſſaires pour couvrir le plan de la figure 14. Ainſi, chaque petit hémiſphere produiſant ſon effet, la lumiere réfléchie par le globe, lorſqu'on la recevra vers le corps lumineux même, ſera exactement double de ce qu'elle étoit auparavant. On en trouvera donc la force par cette analogie: *Le quarré de la diſtance à laquelle on*

Figure 14. *reçoit la lumiere réfléchie, eſt à la moitié du quarré du rayon du globe, comme la force de la lumiere directe en tombant ſur le globe, eſt à celle de la lumiere réfléchie.* Qu'au lieu de recevoir cette derniere lumiere vers le corps lumineux, on la ſaiſiſſe ſur quelqu'autre direction, elle doit néceſſairement être moindre, puiſqu'on ceſſera d'être éclairé par le même nombre de petits hémiſpheres. Si on eſt, par exemple, ſitué ſur une direction qui faſſe un angle droit avec *CL*, on recevra la moitié moins de lumiere, que ſi on étoit ſitué très-proche de *CL*.

ARTICLE VIII.

De la Lumiere que nous renverroient les Planetes, & particuliérement la Lune dans les deux hypotheſes précédentes; ſavoir: 1°, En ſuppoſant que leur ſurface eſt parfaitement polie: 2°, Qu'elle eſt couverte d'une infinité de petits hémiſpheres parfaitement polis.

LA PREMIERE HYPOTHESE ſe refuſe à toutes les

quantité de lumiere. La lune en quadrature, ou même dans le voiſinage de ſes conjonctions, nous éclaireroit autant que dans ſes oppoſitions.

CETTE LUMIERE, quoiqu'elle ne nous parût venir que comme d'un ſeul point de la planete, ſeroit cependant très-conſidérable. Nous connoiſſons le rapport qu'ont les diametres des planetes avec leurs diſtances à la terre. Il ne nous en faut pas davantage, en employant la proportion que nous avons trouvée dans l'article précédent, pour pouvoir découvrir combien la lumiere qu'elles nous renverroient, ſi leur ſurface étoit parfaitement polie, ſeroit plus foible que celle qu'elles reçoivent elles-mêmes du ſoleil. On apprend, par l'analogie indiquée, que le rapport dont il s'agit ſeroit exprimé en particulier pour la lune, par l'unité comparée à environ 190800. Il eſt vrai que, comme nous ſommes un peu plus près du ſoleil que ne l'eſt la lune dans ſes oppoſitions, la lumiere que nous recevons du premier de ces deux aſtres, eſt un peu plus grande que celle que reçoit la lune; mais ce n'eſt que d'environ une 200me partie. Ainſi la lumiere réfléchie par la ſurface de la petite planete, ſuppoſée parfaitement polie, ſeroit encore un peu moindre par rapport à la lumiere qui nous vient directement du ſoleil; elle en ſeroit la 191700 ou 191800me partie.

MAIS paſſons à la ſeconde hypotheſe : ſuppoſons que la ſurface de la planete eſt entiérement couverte de petites rugoſités ou éminences, qui ſont abſolument équivalentes à de petits hémiſpheres, dont la ſurface particuliere eſt parfaitement polie, & ſuppoſons de plus que ces petits hémiſpheres produiſent une réflection ſi vive, qu'ils n'abſorbent abſolument aucun rayon, chaque petit hémiſphere fourniſſant une petite image du ſoleil, toute la partie de la planete expoſée à notre vue & éclairée par le ſoleil, nous paroîtra lumineuſe. Alors la lune & toutes les autres planetes ſe montreroient à nous avec toutes les apparences que nous leur voyons. La lune étant pleine, nous éclaireroit deux fois plus que dans les quadratures ; ſa lumiere ſeroit toujours exactement proportionnelle, non pas à la grandeur apparente de ſes phaſes, mais à la grandeur réelle de la partie éclairée qui ſeroit tournée vers nous.

UNE AUTRE particularité très-remarquable, c'eſt que toutes choſes étant d'ailleurs égales, les bords du diſque de la planete nous paroîtroient plus vifs que les parties qui ſont plus voiſines du centre, par la raiſon que les parties des bords qui nous paroiſſent égales, ſont réellement plus grandes, & contiendroient un plus grand nombre de rugoſités ou d'éminences, qui en préſentant directement vers nous une partie de leur petite ſurface, nous renverroient chacune de la lumiere également.

lement. C'eſt ce que nous remarquons effectivement dans les planetes premieres ou ſecondaires proprement dites. La lumiere de leurs bords eſt plus forte que celle du centre, & elles different eſſentiellement en cela du ſoleil, dont la lumiere, comme nous l'avons obſervé, diminue à meſure qu'on conſidere des points du diſque plus éloignés du milieu.

ENFIN, ſi on continuoit à admettre la ſeconde hypotheſe, la lumiere de la lune, dans ſes oppoſitions, ſeroit deux fois plus forte, comme nous l'avons vu, que ſi la ſurface de la planete étoit parfaitement ſphérique ſans avoir aucune rugoſité. Ainſi, au lieu de nous renvoyer une lumiere qui ſeroit la 191700 ou 191800me partie de celle que nous recevons du ſoleil, elle nous en renverroit une qui ſeroit la 95900me partie. Cependant l'obſervation immédiate dont nous avons rendu compte vers la fin du livre précédent, nous en a donné une qui eſt trois fois moindre, puiſque nous avons trouvé que la lumiere de la lune n'étoit que la 300000me partie de celle du ſoleil. Mais peut-être que la lune n'eſt pas couverte de rugoſités ou d'éminences, qui ſoient équivalentes à de petits hémiſpheres; il eſt certain, outre cela, que ces aſpérités, ou que les parties de la ſurface de la planete ne ſont pas toutes également propres à réfléchir la lumiere, & que quelques-unes en abſorbent une quantité très-conſidérable.

EN EFFET, nous voyons dans la lune des taches cinq à ſix fois plus obſcures que d'autres, ou qui réfléchiſſent cinq à ſix fois moins de lumiere, à proportion de leur étendue. Je trouvai ce rapport le 4 Mars 1758, à 4 heures du matin entre l'obſcurité de *Grimaldi*, & celle du milieu de *Mare humorum*. Il eſt vrai que *Grimaldi*, qui m'a toujours paru la plus obſcure de toutes les taches, occupe peu de place ſur le diſque de la planete : mais les autres parties obſcures ont beaucoup d'étendue, & il n'eſt pas étonnant qu'elles cauſent toutes enſemble à la lumiere, une diminution d'environ les deux tiers du tout ; il n'y a rien en cela que nous ne remarquions auſſi ici bas dans les corps terreſtres, dont les uns réfléchiſſent plus des deux tiers des rayons qu'ils reçoivent, les autres ſimplement la moitié, & d'autres incomparablement moins. Nous ne manquerons pas d'examiner derechef ce ſujet, & nous ne déſeſpérons pas, au moins à l'égard des corps terreſtres, que nous pouvons ſoumettre plus aiſément à nos expériences, de réuſſir à démêler ſi la diminution de la lumiere qu'ils réfléchiſſent eſt principalement cauſée par l'extinction des

SECONDE SECTION.

Recherches ſur la quantité de Lumiere que réfléchiſſent effectivement les Corps Phyſiques dont la ſurface eſt polie.

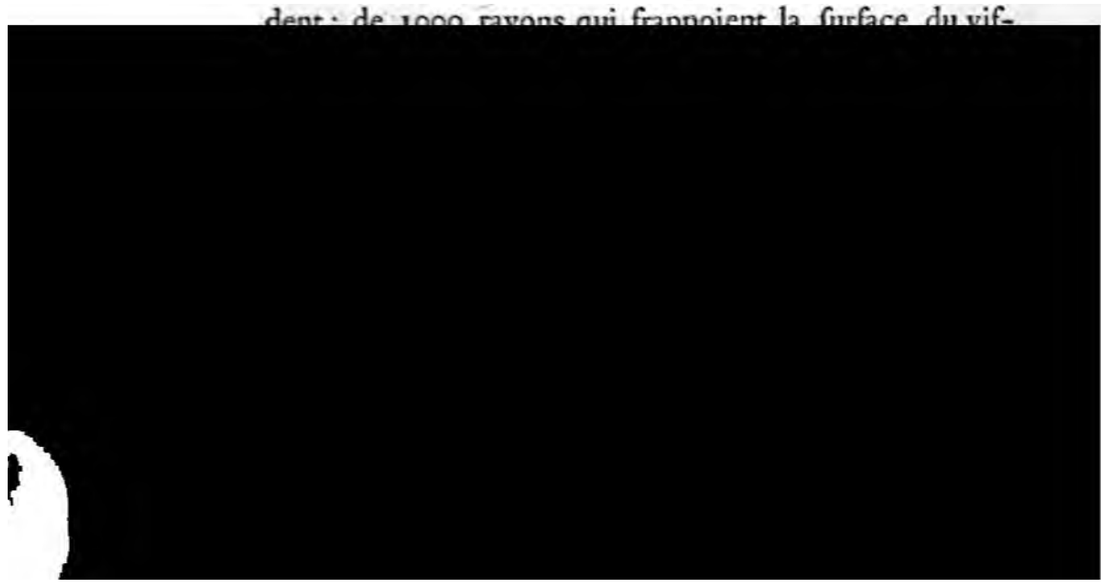
ARTICLE I.

Que dans la réflection il y a toujours une partie de la Lumiere qui eſt comme éteinte.

ON PEUT douter qu'il y ait dans la nature aucun corps qui réfléchiſſe toute la lumiere qu'il reçoit, & qui n'en abſorbe une partie conſidérable. Si le corps eſt coloré, il renvoye principalement les rayons de même couleur, & il amortit preſque tous les autres. Mais le corps même qui n'eſt éclairé que par une lumiere de la même couleur que lui, doit en éteindre toujours une partie. Il s'échauffe plus ou moins ſenſiblement; s'il eſt frappé par une lumiere très-forte, & il eſt difficile qu'il puiſſe contracter cette chaleur, à moins qu'un certain nombre de rayons n'épuiſent une partie de leur force contre lui, en le pénétrant plus ou moins, & en excitant une agitation particuliere dans les petites molécules dont il eſt formé. Cette agitation, ou cet ébranlement n'eſt

autre choſe qu'un mouvement communiqué, qui ne peut pas manquer de répondre à quelque perte de mouvement dans la lumiere même. De quelque maniere que ce ſoit, la force ou le nombre des rayons doit donc diminuer néceſſairement.

EN EFFET, ſi la ſurface du mercure, & les miroirs auxquels l'art a réuſſi à donner le poli le plus vif, produiſent une forte réflection, ces ſurfaces ne réfléchiſſent pas néanmoins toute la lumiere qui les frappe. Lorſque j'ai fait entrer dans la chambre obſcure, repréſentée par la figure 9, la lumiere du jour que je prenois à $11\frac{1}{2}$ degrés de hauteur, & qu'elle a tombé ſur la ſurface du vif-argent, il m'a fallu une fois, pour la rendre égale à la lumiere directe, mettre le rapport de 6400 à 4826, entre les deux ouvertures *P* & *Q*. Ainſi de 1000 rayons, le mercure en réfléchiſſoit 754 ſous l'incidence de $11\frac{1}{2}$ degrés *, une autre fois j'ai été obligé de mettre le rapport de 6400 à 4497, entre les deux ouvertures, ce qui me donnoit un réſultat un peu différent du précédent : de 1000 rayons qui frappoient la ſurface du vif-



apparemment qu'il n'y a pas de corps qui éteigne ou amortiſſe moins de lumiere.

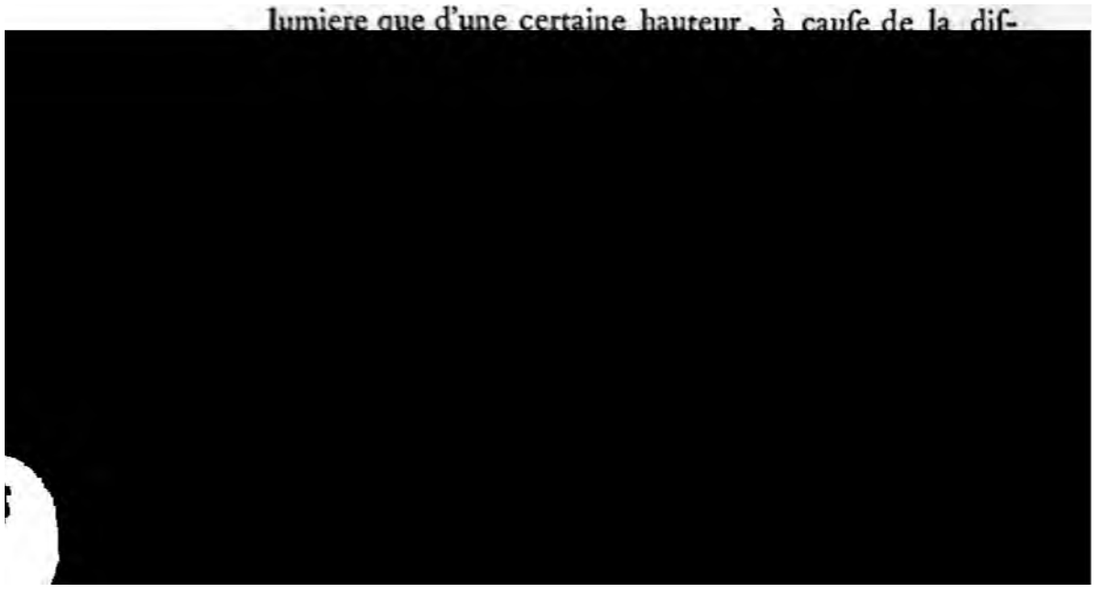
ARTICLE II.

Que le nombre des Rayons réfléchis n'a pas un rapport conſtant avec le nombre des Rayons incidents dans les différentes inclinaiſons.

MAIS ce qui diſtingue encore plus les ſurfaces phyſiques dont il s'agit maintenant, des ſurfaces mathématiques que nous conſidérions dans la Section précédente, c'eſt que dans la réalité la réflection n'eſt pas également vive ſous tous les angles d'incidence. En général, elle eſt plus forte ſous les petits angles, & plus foible ſous les grands. La différence eſt exceſſive, lorſque les rayons frappent avec différentes obliquités la ſurface des corps très-tranſparents; mais elle eſt preſqu'auſſi grande ſur certains corps opaques, & je ne l'ai jamais vu ceſſer abſolument ſur aucun. Le corps qui m'a fourni la plus grande inégalité eſt le marbre noir. J'ai examiné la réflection qu'il produiſoit, en me conformant aux divers procédés qui répondent aux figures 3, 4 & 6, & que j'ai expliqué dans les articles III & IV, de la premiere Section du Livre précédent. Je fus d'abord étonné de voir que, ſous un angle d'incidence de 3 degrés 35 minutes, ce morceau de marbre, quoiqu'il ne fût que d'une

beauté très-médiocre, me fourniſſoit cependant une réflection approchante de celle que donne le vif-argent; de 1000 rayons qui le frappoient, il en faiſoit rejaillir 600. Mais ſous l'incidence de 15 degrés il ne réfléchiſſoit de 1000 rayons, que 156; ſous l'incidence de 30 degrés, il n'en renvoyoit que 51, & ſous l'incidence de 80 degrés, il n'en réfléchiſſoit que 23. Tout étant alors diſpoſé comme dans la figure 3, & l'intervalle *DE* entre les deux tablettes *D* & *E* étant de 600 parties, j'étois obligé de ne mettre la bougie qu'à 79 parties de diſtance de la premiere tablette.

DES EXPÉRIENCES ſemblables faites ſur les miroirs de métal, m'ont donné des différences beaucoup moins conſidérables; à peine la plus grande s'eſt-elle trouvée d'une huitieme ou neuvieme partie, mais toujours dans le même ſens. A l'égard de la réflection ſur le vif-argent, je ne pouvois l'obſerver immédiatement que par le moyen de la chambre obſcure, dans laquelle j'introduiſois la lumiere du jour, & je n'avois la liberté de tirer cette lumiere que d'une certaine hauteur, à cauſe de la diſ-



l'autre derriere le chaſſis *G H*, dans la chambre obſcure de la figure 9; & j'employois le ſecond des moyens que j'ai expliqué dans l'article V de la premiere Section du précédent Livre. Il m'a paru que le vif-argent l'emportoit principalement ſur le miroir de métal dans les plus petites incidences; mais de très-peu, & à peine la différence étoit-elle ſenſible, dans les grands angles.

J'AI FAIT mention ci-devant des difficultés qui s'étoient préſentées à moi dans les expériences que je faiſois ſur les miroirs de métal; j'en ai encore éprouvé de plus grandes dans les obſervations que je faiſois ſur le vif-argent. Voulant me ſatisfaire pleinement & diſſiper tous mes doutes, je regardois à tout diverſes fois, j'y apportois plus d'attention; mais à meſure que j'y donnois plus de temps, je remarquois preſque toujours que la réflection devenoit moins forte. L'endroit où j'obſervois étoit obſcur & bien fermé, il y faiſoit chaud, & je reconnus à la fin que l'affoibliſſement momentané que je remarquois dans la réflection, venoit de la facilité avec laquelle le mercure ſe terniſſoit par le ſeul contact de l'air, qui étoit peut-être un peu humide. Outre cela, il voltige toujours dans les appartements, malgré toutes les précautions qu'on peut prendre, des brins de duvet imperceptibles qui, en ſe précipitant ſur la ſuperficie de la liqueur, n'y entrent pas, à cauſe de leur peu de peſanteur ſpécifique. Ces petits corps flottants jettent

enſuite leur ombre fort loin, & ils interceptent auſſi un grand nombre des rayons qui ſe réfléchiſſent, toutes les fois que les angles d'incidence ſont très-petits. Cet accident n'a pas également lieu lorſqu'on fait les expériences ſur les autres liqueurs ; elles ſont moins peſantes, & les petits duvets s'y plongent preſqu'entiérement.

IL SE TROUVE encore une autre ſource d'erreurs dans les expériences qu'on fait ſur le mercure, lorſque le vaſe qui le contient n'eſt pas d'une grandeur ſuffiſante. On ſait que la ſurface de cette liqueur n'eſt pas parfaitement plane, ſur-tout lorſqu'elle a peu d'étendue ; elle eſt convexe, & ſa convexité doit affoiblir l'intenſité de la lumiere réfléchie, puiſque les rayons qui ſeroient renvoyés parallelement, deviennent divergents. On ſe ſert d'un plus grand vaſe pour éviter cet inconvenient ; mais on retombe quelquefois dans un inconvénient tout contraire qu'on n'imagineroit peut-être pas ; la convexité de la liqueur ſe change en concavité. C'eſt ce qui arrive lorſque le vaſe eſt circulaire, & qu'il n'a qu'une vingtaine de lignes de diametre.

LES BORDS du mercure offrent une grande convexité tournée en dehors lorſque le vaſe eſt plein. Les parties de la liqueur y étant ſur le point de tomber, leur ſeule adhéſion mutuelle fait qu'elles ne tombent pas ; elles ſe tiennent toutes attachées les unes aux autres

juſques

juſques vers le centre de la ſurface, en formant une eſpece de chaîne qui les retient. Mais n'eſt-il pas évident que les dernieres parties doivent céder un peu à l'effort qu'elles contribuent à ſoutenir de la part des premieres, qui tendent par leur poids à ſe jetter en dehors? Les parties du dedans avanceront donc un peu vers les bords, & elles laiſſeront une eſpece de vuide vers le milieu de la ſurface, ou une légere concavité. Je l'ai obſervée effectivement.

AFIN de mieux concevoir cet effet, ſur lequel nous inſiſtons à cauſe de ſa ſingularité, on peut imaginer ſur un plan horizontal une ſuite de gouttes de mercure, qui en ſe touchant toutes par les côtés, forment une couronne circulaire, au milieu de laquelle il y aura un vuide. Si on répand de nouveau vif-argent en différents endroits de la couronne, elle acquerra une nouvelle largeur, & le vuide du milieu ſe rétrecira peu à peu. Il n'y a qu'à continuer à ajouter de nouveau mercure, & on juge aſſez que les gouttes pourront à la fin ſe toucher vers le centre, en faiſant diſparoître le vuide du milieu, & que néanmoins le vif-argent y aura d'abord moins de hauteur que vers les bords. Il ſuit de-là qu'il faut que les vaſes ayent ſenſiblement plus de largeur, comme 4 ou 5 pouces de diametre. C'eſt l'unique moyen d'avoir des ſurfaces parfaitement planes, ſuppoſé pourtant qu'il ne ſe forme pas alors, comme je le ſoupçonne, pluſieurs couronnes

concentriques, dont les hauteurs diminuent à meſure qu'elles ſont plus éloignées des bords, ou plus voiſines du centre. Les dimenſions de ces eſpeces d'ondes circulaires fixes, de même que leur nombre, ſi leur pluralité a réellement lieu, doivent dépendre de la largeur des vaſes, & du rapport qu'il y a entre la peſanteur ſpécifique de la liqueur, & l'adhérence de ſes parties.

QUOIQU'IL SOIT principalement difficile d'obſerver la réflection que produiſent les liqueurs, à cauſe de la ſituation toujours horizontale de leur ſurface, j'ai cependant fort examiné les réflections produites par l'eau, & j'ai choiſi celle d'Arcueil. J'ai penſé que l'eau pourroit ſervir de terme fixe de comparaiſon, & qu'elle me fourniroit des réſultats d'autant plus certains, qu'il y a ſans doute moins de différence à cet égard entre diverſes eaux pures, qu'entre différentes eſpeces de ſurfaces qui dépendent de la nature particuliere des corps auxquels elles appartiennent, & quelquefois outre cela de la perfection de leur poli.

ARTICLE III.

Des différentes forces de la réflection produite par la ſurface de l'eau, ſelon les différentes incidences de la Lumiere.

J'AI APPLIQUÉ à la réflection produite par la ſurface de l'eau d'Arcueil, preſque tous les divers moyens que j'avois imaginés pour meſurer la lumiere. Je me ſuis ſervi diverſes fois de la lumiere du jour, que j'introduiſois par deux ouvertures différentes dans une chambre obſcure; j'ai comparé auſſi la lumiere réfléchie avec celle que renvoyent, ſous le même angle, des miroirs de métal, ou la ſurface d'un priſme triangulaire de verre que je couchois à côté, & il n'étoit plus queſtion enſuite pour moi, que d'examiner à part cette derniere réflection. Ayant déterminé par ces moyens ou par d'autres, les quantités de lumiere réfléchie par l'eau, & connoiſſant déja celles que réfléchit le mercure, j'ai entrepris pluſieurs fois une derniere vérification en comparant immédiatement ces deux réflections l'une à l'autre.

LORSQUE j'ai fait tomber la lumiere du jour ſur la ſurface de l'eau dans la chambre obſcure avec une incidence de $13\frac{1}{2}$ degrés, il m'a fallu mettre, entre les deux ouvertures dont je tirois les lumieres directes &

réfléchies, le rapport de 11644 à 54756, pour que ces deux lumieres devinſſent égales. Ainſi de 1000 rayons qui tomboient ſur la ſurface de l'eau, il n'en rejailliſſoit que 213, ou 244 ſelon une autre obſervation. Je ne me ſuis pas contenté d'introduire la lumiere dans la chambre obſcure ſous ce ſeul angle; mais je crois devoir éviter de trop grands détails. J'ajouterai ſeulement que, pour l'incidence de 25 degrés, la grandeur de l'ouverture qui étoit deſtinée à fournir la lumiere réfléchie, étant toujours exprimée par le nombre 54756, il a fallu faire l'autre de 5274; ce qui montre que de 1000 rayons il ne s'en réfléchiſſoit plus alors que 97.

ON VOIT DÉJA par ces obſervations, combien la lumiere réfléchie par l'eau ſouffre de grandes diminutions dans les grands angles d'incidence, ou lorſque les rayons forment un grand angle avec la ſurface qui les fait rejaillir: car nous continuerons toujours à prendre les inclinaiſons ou les incidences depuis la ſurface, & non pas depuis ſa perpendiculaire. Mais la différence ſe trouve encore bien plus grande, lorſqu'on compare les plus petites inclinaiſons avec celles qui approchent de l'angle droit. J'ai quelquefois été indécis ſi la réflection ſur la ſurface de l'eau ne ſe faiſoit pas plus fortement dans les très-petites incidences, que ſur la ſurface du vif-argent. Tout conſidéré, elle eſt un peu moins forte, quoique je croye très-difficile d'en aſſigner l'exacte différence. Pour le

dire enfin, la lumiere réfléchie par l'eau eſt les trois quarts à très-peu-près de la lumiere directe dans les plus petites inclinaiſons.

IL N'Y A PERSONNE qui, en ſe promenant à l'oppoſite du ſoleil, ſur le bord d'un étang, dans un temps ſerein & tranquille, n'ait éprouvé l'effet de cette forte réflection. La lumiere réfléchie eſt quelquefois le tiers, la moitié, ou même une plus grande partie de la directe qu'on reçoit de l'aſtre, & cette addition ne peut pas manquer d'être très-ſenſible. La lumiere directe va, en diminuant, par des degrés que nous tâcherons de marquer dans la ſuite, à meſure que le ſoleil approche de l'horizon, au lieu que la réflection devient en même temps plus vive à proportion. Ainſi il y a une certaine élevation de l'aſtre, qui rend la chaleur totale, ou l'action réunie des deux lumieres, la plus forte qu'il eſt poſſible. C'eſt là le ſujet d'un problême, dont il me ſuffira d'avoir indiqué tous les principes de la ſolution, en laiſſant ſimplement quelque calcul à faire pour y parvenir. La hauteur du ſoleil qui donne ce *maximum*, eſt de 12 ou 13 degrés.

SI NOUS CONSIDÉRONS au contraire la réflection que produit l'eau dans les grands angles d'incidence, nous la trouverons extrémement foible. Je me ſuis aſſuré que, dans l'incidence preſque perpendiculaire, cette lumiere réfléchie n'eſt guere que la 37me partie

de celle que réfléchit le vif-argent ; & il réſulte de toutes mes obſervations, qu'elle n'eſt alors que la ſoixantieme partie, ou plutôt la cinquante-cinquieme de la lumiere directe. Dans l'incidence de 50 degrés, la lumiere réfléchie par la ſurface de l'eau, eſt environ la trente-deuxieme partie de celle que réfléchit le mercure, & comme elle va en augmentant par la petiteſſe de l'angle, elle eſt déja deux fois plus forte à proportion dans l'incidence de 39 degrés ; car elle eſt alors la ſeizieme de celle que réfléchit le vif-argent.

ARTICLE IV.

Conſtruction d'une Table qui marque les quantités de Lumiere réfléchie par l'eau dans toutes les différentes inclinaiſons.

IL SEROIT inutile de vouloir conſtruire une table des quantités de rayons réfléchis par l'eau dans toutes les diverſes incidences, en n'employant abſolument que

la table, d'une maniere qui ſatisfaſſe en même temps le plus qu'il eſt poſſible à toutes les autres expériences. Exprimant la quantité de lumiere directe par l'unité, j'ai pris pour la lumiere réfléchie une expreſſion indéterminée $A + Bz^3 + Cz^6$, dans laquelle z marque le coſinus verſe de l'angle d'incidence, ou l'excès de l'unité priſe pour ſinus total, ſur le ſinus droit de l'angle d'incidence, & je n'ai eu beſoin que de trois obſervations pour déterminer les coefficients A, B & C.

L'INCIDENCE de 90 degrés, rend $z = 0$; & le premier terme A, doit marquer ſeul alors (puiſque les autres diſparoiſſent) la quantité des rayons réfléchis. Cette quantité, comme nous l'avons vu, eſt la 55me. partie de la lumiere directe, ce qui nous donne la fraction $\frac{1}{55}$ pour la valeur de A. J'ai enſuite aſſujetti les deux autres termes, 1°, aux obſervations faites ſur 25 degrés d'incidence, qui m'ont appris que de 1000 il n'y en avoit que 97 qui rejailliſſoient; & 2°, à celles qui m'ont fait connoître que, dans l'incidence pour ainſi dire infiniment-petite, la lumiere réfléchie eſt les trois quarts de l'incidente ou de la directe. L'expreſſion indéterminée ſe change de cette ſorte en $\frac{1}{55} + \frac{1}{5}z^3 + \frac{2}{5}z^6$, qui marque donc la force de la réflection pour toutes les incidences par rapport à la lumiere directe, qui eſt toujours exprimée par l'unité. Cette formule eſt très-ſimple & formée de peu de termes; elle s'accorde néan-

moins assez exactement avec toutes celles de mes observations auxquelles j'ajoute le plus de foi.

Table des quantités de Lumiere réfléchie par la surface de l'eau.

1000 *exprime le nombre des rayons directs.*

Angles d'incidence. Degrés.	Nombre des rayons réfléchis.	Angles d'incidence. Degrés.	Nombre des rayons réfléchis.	Angles d'incidence. Degrés.	Nombre des rayons réfléchis.	Angles d'incidence. Degrés.	Nombre des rayons réfléchis.
$\frac{1}{2}$	721	5	501	$17\frac{1}{2}$	178	50	22
1	692	$7\frac{1}{2}$	409	20	145	60	19
$1\frac{1}{2}$	669	10	333	25	97	70	18
2	639	$12\frac{1}{2}$	271	30	65	80	18
$2\frac{1}{2}$	614	15	211	40	34	90	18

ARTICLE V.

Conſtruction de la Table des quantités de Lumiere réfléchie par la glace dont on fait les Miroirs.

encore plus des différentes matieres qu'on fait entrer dans leur compoſition. Il paroît en général, au moins dans les grands angles d'incidence, que la forte réflection tient beaucoup à l'opacité des différents milieux. Pluſieurs morceaux de glace réfléchiſſent dans l'incidence perpendiculaire la 40me partie de la lumiere directe, & j'ai obſervé dans pluſieurs autres, que c'étoit la 31me. Quoi qu'il en ſoit, la lumiere directe étant encore marquée par l'unité, la formule $\frac{1}{40} + \frac{7}{10} z^3 - \frac{1}{40} z^6$, exprime aſſez bien pour ces ſurfaces la progreſſion de ces réflections pour toutes les différentes inclinaiſons. L'unité y tient également lieu du ſinus total, & z eſt toujours le coſinus-verſe de l'angle d'incidence.

Table des réflections produites par les Glaces.

1000 *exprime le nombre des rayons directs.*

Angles d'incidence. Degrés	Nombre des rayons réfléchis.	Angles d'incidence. Degrés.	Nombre des rayons réfléchis.	Angles d'incidence. Degrés.	Nombre des rayons réfléchis.
2 1/2	584	15	299	50	34
5	543	20	222	60	27
7 1/2	474	25	157	70	25
10	412	30	112	80	25
12 1/2	356	40	57	90	25

ARTICLE VI.

Comparaiſon des Lumieres réfléchies par les ſurfaces de l'Eau & du Mercure, lorſque ces deux liqueurs ſont contenues dans le même vaſe.

LA DIFFÉRENTE marche des réflections ſur diverſes ſurfaces donne lieu à pluſieurs phénomenes ſinguliers : nous nous arrêterons quelques inſtants à en conſidérer un ſeul que nous préférons à cauſe de l'occaſion qu'il nous fera naître de donner divers éclairciſſements utiles. Il a quelque analogie avec ce que nous diſions dans le premier Livre, touchant un baſſin plein d'eau, dont le fond eſt viſible ſous une certaine inclinaiſon, & qu'on perd de vue ſous une autre. Si on verſe ſur du mercure contenu dans un vaſe, une certaine quantité d'eau, on formera une eſpece de miroir dont l'eau ſera, pour ainſi dire, la glace. On y verra deux images : les objets s'y peindront ſur la ſurface du mercure & ſur celle de

ſon intenſité ſera moindre que la 60me ou la 80me partie de celle des autres lumieres qui frappent l'œil, comme nous l'avons obſervé dans le premier Livre, & on ne verra alors que l'image tracée ſur le mercure. En abaiſſant l'œil, l'image peinte ſur l'eau prendra de la force, & l'autre au contraire en perdra, par la raiſon que plus il ſe réfléchit de lumiere ſur la ſurface de l'eau, moins il y en a qui entre dans ce milieu, pour aller tracer l'autre image ſur le vif-argent. Enfin ſi on poſe l'œil encore plus bas, cette derniere image deviendra incomparablement plus foible que la premiere. Ainſi on rendra plus forte ou plus foible celle des deux qu'on voudra; on diſtinguera deux cas tout à fait différents, & on trouvera que l'incidence moyenne qui les ſépare, eſt d'environ 10 degrés. Il arrive quelque choſe de ſemblable ſur nos glaces ordinaires; mais l'incidence qui fait la ſéparation des deux cas, en rendant les deux images également vives dans pluſieurs miroirs, eſt ordinairement de 13 ou 14 degrés. Elle n'eſt pas la même dans tous, à cauſe des inégalités des glaces.

L'INCIDENCE qui donne le même degré de force aux deux images ſur l'eau & ſur le mercure dans notre expérience, fait réfléchir à la premiere rencontre de l'eau environ le tiers de la lumiere, comme on le peut voir en conſultant la premiere des petites tables précédentes. De 1000 rayons qui partent de l'objet, & qui vont

rencontrer la premiere ſurface ſous un angle de 10 degrés, il n'y en a qu'environ 333 qui contribuent à former l'image ſupérieure. Il y en a donc 667 qui entrent dans l'eau, & qui allant frapper la ſurface du mercure, y tracent la ſeconde image. Il ſe fait en bas ſur le mercure une ſeconde réflection qui cauſe un nouvel affoibliſſement à la lumiere; les 667 rayons ſeront réduits à environ 500. On peut compter pour rien la diminution que cauſe le défaut de tranſparence de l'eau, non-ſeulement dans la premiere partie du trajet des rayons, mais auſſi dans la ſeconde ou dans le retour, ſi l'épaiſſeur de l'eau n'eſt que de quelques lignes ou de quelques pouces; car ce milieu eſt ſi diaphane, que lorſqu'il a peu de profondeur, il n'intercepte ſenſiblement aucune lumiere. L'image peinte ſur le mercure nous renvoye donc 500 rayons; mais cette lumiere, en frappant la ſurface de l'eau par ſon côté intérieur, ou par-deſſous, ſouffre encore une nouvelle réflection qui fait rentrer dans l'eau une partie conſidérable des rayons, & il ne nous revient que celle qui n'eſt pas réfléchie; cette partie des 500 rayons qui ſera renvoyée vers l'intérieur de l'eau, ſera de 160 ou 170

en jettant les yeux ſur la figure 17, dans laquelle *E* eſt l'objet, & où *AB* repréſente la ſurface du mercure, & *CD* celle de l'eau. Nous avons déja vu que les rayons réfléchis par cette ſeconde ſurface, ſont dirigés en venant vers l'œil *O*, comme s'ils partoient du point *K*, qui eſt autant au-deſſous de *CD* que l'objet *E* eſt au-deſſus. Les rayons ſe réfléchiſſent entre *F* & *H*, dans un point que nous n'avons pas marqué, afin de conſerver à notre figure ſa diſtinction ; mais ils viennent toujours comme s'ils ſortoient du point *K*, & ce point eſt auſſi bien le foyer virtuel des rayons, qui ſe dirigent vers le haut & vers le bas du trou de l'iris, que de ceux qui ſe jettent vers la droite ou vers la gauche. Ainſi les rayons réfléchis, après une incidence de 10 degrés, forment en *O* une lumiere dont $\frac{333}{KO^2}$ eſt l'intenſité, de même que nous aurions $\frac{1000}{EF^2}$ pour ſa force, lorſqu'elle frappe la ſurface de l'eau en *F*, & qu'elle n'a encore ſouffert aucune décompoſition ou ſéparation. On ne peut trouver en cela aucune difficulté.

QUANT à l'image qui ſe peint en *G* ſur le mercure, il y a pluſieurs conſidérations à faire de plus. Les rayons *EFGHO*, qui viennent à l'œil, ſe réfléchiſſent en *G*, & ſe courbent deux fois par la réfraction en *F* & en *H*. Ils ont, outre cela, deux foyers virtuels, ſelon qu'ils prennent leur chemin en marchant les uns à côté des autres, ou en prenant le deſſus ou le deſſous à peu-près,

comme nous le remarquions ſur la figure 16. Les premiers rayons paroiſſent ſortir du point *L*, point d'interſection de leur derniere direction *HO* prolongée, & de la verticale *EL* de l'objet *E*. Il eſt clair en effet, que tous ces rayons étant ſitués dans différents plans verticaux qui ont pour commune ſection la verticale *EL*, leurs prolongements doivent auſſi tous ſe couper dans la même ligne, & frapper l'œil, comme s'ils en venoient réellement.

MAIS les autres rayons, comme *Efgho*, qui ſe dirigent un peu plus haut ou un peu plus bas les uns que les autres ſans ſortir du même plan vertical, ont pour foyer virtuel le point *M*, que les Lecteurs qui ſe ſont exercés dans la recherche des cauſtiques, ne ſeront pas embaraſſés à déterminer. Pour marquer ce point d'une maniere fort ſimple, nous élevons la perpendiculaire *HN* à *GH*, nous la prolongeons juſqu'à la verticale du point *G*, & nous tirons après cela horizontalement *NP*, juſqu'au prolongement de *GH*. Prenant enſuite *m* & *n*, pour exprimer le rapport conſtant qui ſe trouve

de ſorte qu'il ſuffira toujours, pour avoir ce même intervalle, d'augmenter *HP* d'une ſixieme partie.

MAIS puiſqu'il y a deux foyers virtuels pour l'image tracée ſur le mercure, il ſera de cette image de même que de celle de l'objet de la figure 16 qui eſt plongé dans l'eau; l'intenſité de ſa lumiere dépendra du produit des deux diſtances de l'œil aux foyers *L* & *M*, & l'image qui en réſultera ſera toujours un peu confuſe. La même choſe doit avoir lieu dans la rigueur à l'égard de tous nos miroirs ordinaires; l'image peinte ſur la ſurface de leur teint, quoique preſque toujours plus vive, ne doit cependant jamais être ſi nette, que celle qui ſe trace ſur la premiere ſurface de la glace. Ce ne ſera pas la même choſe, ſi nous rendons l'épaiſſeur *IG*, de l'eau très-petite par rapport à la hauteur de l'objet; *HP*, deviendra comme nulle de même que *LM*, & les deux foyers virtuels *L* & *M* ſe confondront avec le foyer virtuel *K*, qui appartient à la ſurface ſupérieure de l'eau.

AINSI, on voit que les deux images ne recevront alors d'altération dans la vivacité ou l'intenſité de leur lumiere, que par la ſeule décompoſition produite par les réflections. L'image que fournit la ſurface de l'eau n'eſt ſujette qu'à une ſeule diminution de force, qui la réduit de 1000 à 333, à cauſe de l'incidence de 10 degrés dans le cas particulier dont il s'agit ici principalement.

Mais nous le répétons, l'image qui ſe peint ſur le mercure, reçoit toujours trois diminutions ſucceſſives par les ſéparations qui ſe font d'abord par la premiere réflection en *F*, où la lumiere qui entre dans l'eau, ſe trouve réduite à 667. En ſecond lieu, elle ſouffre une autre diminution en *G* ſur la ſurface du vif-argent, qui en abſorbant une partie de la lumiere réduit à 500 celle qui ſe réfléchit ſelon *GH*. Enfin elle reçoit en *H* un dernier affoibliſſement par la partie qui s'en ſépare en ſe réfléchiſſant ſelon *HR*, à la rencontre de la ſurface intérieure de l'eau, & il n'y a que le reſte 333 qui vienne porter la ſeconde image à l'œil.

ARTICLE VII.

De la quantité de Lumiere réfléchie dans les moindres inclinaiſons par la ſurface intérieure du corps diaphane, lorſque la lumiere ſe préſente pour en ſortir.

IL NOUS RESTE à examiner cette derniere réflection,

juſques à celles d'un certain nombre de degrés, la plus grande partie des rayons ſont réfléchis, & peut-être en auſſi grande quantité que ſur les miroirs de métal ou ſur la ſurface du vif-argent, pendant que l'autre partie qui ne ſort pas, eſt éteinte ou abſorbée, de ſorte que la ſurface du corps tranſparent ſe trouve opaque par ſon côté intérieur. Qu'on faſſe augmenter encore l'inclinaiſon ou l'incidence ſeulement de quelques degrés au-delà d'un certain terme, on remarque que la forte réflection ceſſe tout-à-coup, une grande partie des rayons paſſe en-dehors, & il y en a peu d'amortis ou d'éteints. Enfin, à meſure que l'incidence augmente encore, la quantité de la lumiere réfléchie devient de moindre en moindre; & lorſque l'incidence approche de 90 degrés, preſque tous les rayons ſortent du corps diaphane, ſa ſurface perdant preſque toute la propriété qu'elle avoit d'abſorber la lumiere, en prenant preſque autant de tranſparence qu'elle en a dans l'autre ſens, ou lorſqu'elle eſt frappée par dehors.

LA PREMIERE de ces remarques a été faite par tous ceux de nos Lecteurs qui ont fait quelque uſage optique des priſmes triangulaires de verre. On a même, en conſéquence de cette propriété, ſubſtitué quelquefois dans les lunettes catadioptiques, ces priſmes à la place des miroirs plans de métal, en profitant de la forte réflection qu'ils produiſent dans les circonſtances marquées.

Qu'un trait de lumiere les frappe en dedans ſous un angle d'incidence de 10, de 20 ou de 30 degrés, leur ſurface produira le même effet, à très-peu-près, que la ſurface du vif-argent, en éteignant environ le quart ou le tiers des rayons, & en en réfléchiſſant les deux tiers ou les trois quarts. Cette propriété ſe ſoutient ſenſiblement dans ſa même force, juſques vers l'incidence de 49 degrés 49 minutes *. Mais ſi l'angle d'incidence eſt ſeulement augmenté d'un degré, la quantité de lumiere réfléchie en dedans diminue ſubitement, & une très-grande partie des rayons paſſe en-dehors, de ſorte que la ſurface devient tout-à-coup tranſparente.

TOUS LES CORPS diaphanes ont cette même propriété, & ne different entr'eux, que dans l'angle d'incidence plus ou moins grand où ſe termine la forte réflection, de même que l'extinction de l'autre partie de la lumiere qui n'eſt pas réfléchie. Cet angle eſt pour l'eau d'environ 41 degrés 32 minutes, & il dépend tellement dans chaque milieu du rapport conſtant qui ſe trouve dans la réfraction entre les ſinus, que cette ſeule loi ſuffit pour ne rien laiſſer à ſouhaiter dans l'explication du phénomene, au moins quant à l'opacité accidentelle de la ſurface.

LORSQUE dans la figure 15 les rayons comme *OD*

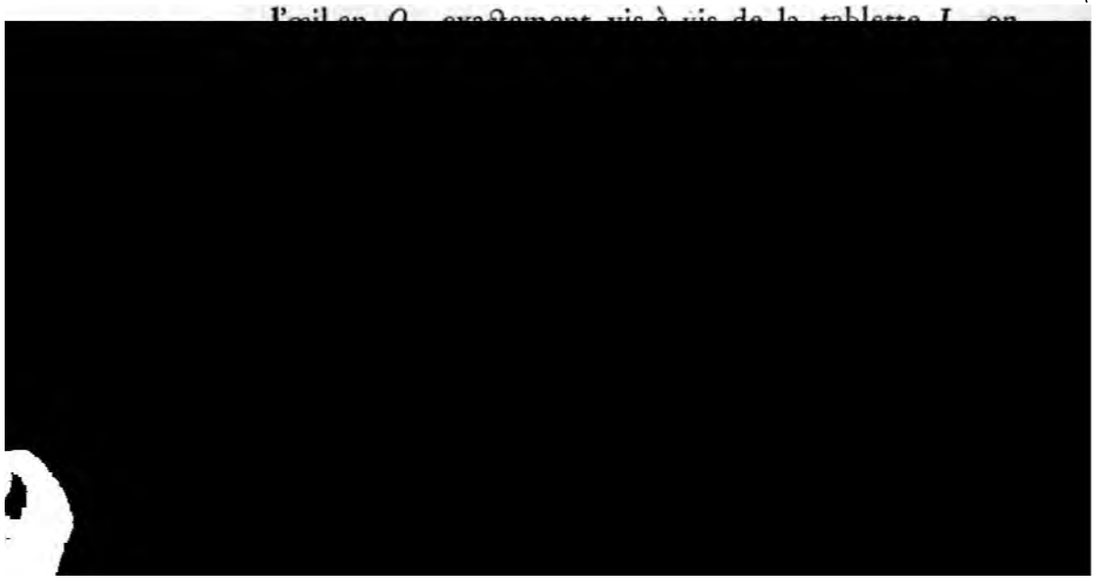
* En prenant 31 & 20 pour le rapport des ſinus dans la réfraction pour les rayons d'une réfrangibilité moyenne.

en partant du point *O*, ſe préſentent pour ſortir de l'eau en traverſant la ſurface *AB*, ils ſe rompent en *D* pour prendre la direction *DM*; & ſi on prolonge par la penſée le rayon rompu juſqu'à la rencontre de la verticale *OA* en *E*, le rapport conſtant qui caractériſe la réfraction, ſe trouvera entre les lignes *DO* & *DE*, qui ſont les ſécantes des angles *ADO* & *ADE*, pendant que *AD* tient lieu de ſinus total. C'eſt ce rapport dont Huyghens attribue la découverte à Snellius, rapport qui, comme l'a publié le premier M. Deſcartes, ſe trouve enſuite néceſſairement entre les ſinus de complément.

CE MÊME rapport de *DO* à *ED*, eſt environ de 4 à 3, ou plus exactement, comme 529 à 396, pour les rayons d'une réfrangibilité moyenne, lorſqu'ils ſortent de l'eau; & ce ſera la même choſe, ſoit que la lumiere parte d'un point *O*, plus enfoncé dans l'eau, ou au contraire plus élevé. Mais dans le ſecond cas, il y a un dernier terme à conſidérer; car ſi le point *O* eſt trop haut, ou ſi l'angle *ODA* eſt plus petit que 41 degrés 32 minutes, ou, ce qui revient encore au même, ſi *OD* ne ſurpaſſe pas de ſon propre quart la ligne *DA*, la loi de la réfraction ne pourra plus être obſervée; la ſécante *DE* deviendroit *imaginaire* ſelon le langage des Géométres, puiſqu'il faut qu'elle ſoit continuellement les trois quarts de *OD*, & qu'elle ſe trouveroit alors plus petite que le ſinus total *DA*, ce qui impliqueroit contradiction.

Or la nature eſt tellement inviolable dans ſes loix, que la réfraction ne ſe fait plus ; elle ſe change en réflection. La lumiere rejaillit donc ſeulement en dedans, la ſurface agiſſant comme ſi elle étoit totalement deſtituée de tranſparence, & il y a en même temps une partie de la lumiere qui eſt éteinte. Mais les explications phyſiques qu'on a données juſqu'à préſent de la réfraction, ne s'étendent pas juſqu'à cette ſeconde particularité.

SI ON VEUT s'aſſurer très-aiſément de ce que nous diſons, touchant la forte réflection produite par le côté intérieur de la ſurface de l'eau, lorſque l'incidence eſt moindre que 41 $\frac{1}{2}$ degrés, on n'a qu'à mettre du mercure & de l'eau dans un bocal cylindrique de verre tranſparent
Figure 18. *ABCD* (*fig.* 18) ; & ce ſera encore mieux ſi le vaſe eſt formé en parallelipipede rectangle. *EF* eſt la ſurface du mercure, & *GH* eſt celle de l'eau. On placera en *I* une tablette verticale, à la moitié des hauteurs des deux ſurfaces *EF* & *GH* ; on l'éclairera par une bougie qui ſoit ſituée exactement à la même hauteur, & ſi on met



IL EST VRAI que je crois avoir remarqué, & même contre mon attente, qu'un morceau de cryſtal mis immédiatement ſur la ſurface du mercure, affoibliſſoit un peu la force de la réflection, & l'eau doit produire naturellement le même effet; mais puiſque celui que cauſoit le cryſtal étoit preſque inſenſible, on eſt encore plus en droit de négliger le ſecond. Il ne ſeroit pas difficile, ſi on vouloit rendre cette expérience plus parfaite, de faire diſparoître l'intervalle qui ſépare les deux images, en leur procurant une ſeconde réflection en dehors ſur deux petits miroirs de la même bonté, qu'on mettroit à côté l'un de l'autre. Voyant enſuite les deux images abſolument du même coup d'œil, la comparaiſon qu'on en feroit ſeroit plus ſûre.

MAIS ſi toutes les différentes incidences depuis zéro juſqu'à 41 ½ degrés pour l'eau, & juſqu'à 49 degrés 49 minutes pour le cryſtal, donnent des réflections auſſi fortes que celles du mercure, & éteignent le reſte de la lumiere; on n'a qu'à faire augmenter un peu l'angle d'incidence, & la lumiere réfléchie ſe trouvera conſidérablement diminuée en même temps qu'il y aura peu de lumiere éteinte. L'expérience repréſentée par la figure 17 nous en fournit la preuve. L'angle d'incidence *EFC*, étant en particulier de 10 degrés pour l'eau, l'angle *GFH*, eſt d'environ 42 degrés 31 minutes, de même que l'angle *GHF*, qui eſt l'angle d'incidence du rayon *GH*, par

Figure 17. rapport à la ſurface ſupérieure *CD* ſur ſon côté intérieur; mais quoique l'angle d'incidence ne ſe trouve augmenté que d'un degré, la ſurface reprend la plus grande partie de ſa tranſparence: de 500 rayons qui viennent la frapper ſelon *GH*, il n'y en a que 160 ou 170 qui ſont réfléchis ſelon *HR*, & il y en a 333 qui ſortent en prenant la direction *HO*. Nous ſommes aſſez ſûrs que cette derniere partie, celle qui ſort, eſt de 333, par rapport à la quantité totale 500 qui ſe préſente ſelon *GH*. Mais il ſe pourroit faire abſolument que la partie réfléchie vers l'intérieur de l'eau ſelon *HR*, fût un peu moindre que nous ne diſons; & elle le doit être néceſſairement, s'il y a une partie conſidérable qui ſoit éteinte.

ARTICLE VIII.

De la quantité de la Lumiere réfléchie par la ſurface intérieure dans les plus grandes incidences.

NOUS PASSONS déſormais à l'examen de ce qui ar-

je trouvois dans cette matiere, venoient de ce que la lumiere réfléchie, dont je voulois déterminer la force, ne nous parvient qu'après avoir reçu diverſes altérations, & de ce qu'il n'eſt pas toujours aiſé dans la pratique, de démêler dans la lumiere altérée qu'on obſerve, l'effet particulier de la réflection que produit la ſurface intérieure ſeule du corps diaphane.

JE CRUS DEVOIR diverſifier les obſervations, afin d'avoir aſſez de *données*, & de pouvoir employer le calcul analytique. Je comparai, par exemple, la lumiere directe d'un objet; 1°, avec ſon image peinte ſur la premiere ſurface; 2°, avec un autre objet plus ou moins éclairé que le premier, que je regardois au travers du même cryſtal; & 3°, avec l'image peinte ſur la ſurface intérieure, mais très-altérée lorſque je l'obſervois. Le calcul a été facile. Le problême étoit du nombre de ceux qu'on nomme ſimples. Déſignant par a la force de la lumiere directe; par b la lumiere réfléchie par la premiere ſurface du cryſtal; par e la force de la lumiere, après qu'elle a traverſé le même milieu; par c la force de l'image intérieure, telle qu'elle eſt fournie par l'obſervation, après toutes les altérations qu'elle a ſouffertes; & par z la force inconnue de cette même image dégagée de tout ce qui lui eſt étranger, on trouve $z = \frac{\overline{a-b} \times c}{e^2}$.

MAIS cette détermination eſt toujours trop incertaine

à cauſe du trop grand nombre d'obſervations dont on a beſoin, leſquelles n'étant jamais aſſez exactes, vu la petiteſſe de la quantité qu'on veut découvrir, peuvent jetter dans des erreurs conſidérables par leur combinaiſon. Il ne faudroit pas même être ſurpris, ſi on trouvoit l'inconnue à contreſens, ou qu'on ſe trompât, non-ſeulement dans ſa quantité, mais auſſi dans ſa dénomination de poſitive ou de négative. D'ailleurs, nous avons ſuppoſé dans cette ſolution, que toute la lumiere étoit réfléchie ou tranſmiſe, & qu'il n'y en avoit aucune partie d'amortie par les ſurfaces; mais ſi une ſeule de ces mêmes ſurfaces abſorbe quelques rayons, comme nous avons vu que le faiſoit la poſtérieure, il nous faudroit introduire une nouvelle inconnue dans le problême qui deviendroit plus difficile. Nous ſerions donc obligés d'avoir recours à quelqu'autre obſervation encore différente de celles que nous venons d'employer, & les quantités que nous aurions à découvrir ſe perdroient encore plus inévitablement entre les erreurs auxquelles nos *données* ſeroient ſujettes,

qu'elle eût été altérée. Il conſiſte à comparer des expériences faites ſur des morceaux de glace d'une épaiſſeur double l'une de l'autre, en prenant de grandes précautions pour que leur matiere ſoit parfaitement homogene. Je les ai fait tirer pour cela d'un plus grand morceau. Nous choiſiſſions la glace la plus épaiſſe, & nous prenions, à côté l'une de l'autre, deux regles dont l'une étoit exactement deux fois plus large que l'autre.

LES REGLES ſur leſquelles j'ai fait les expériences que je vais rapporter, ont été tirées d'un morceau de glace qui étoit très-blanc, & qui n'avoit pas cette légere teinte de noir que j'ai remarquée dans d'autres glaces, qui étoient néanmoins réputées très-belles. Ce morceau avoit 5 lignes d'épaiſſeur; on a donné aux deux regles 8 lignes, & 4 lignes de largeur. C'eſt dans ce ſens que ſe faiſoit le jeu ou le paſſage de la lumiere. J'examinai d'abord combien leur face extérieure affoibliſſoit la lumiere par la réflection, & je trouvai que c'étoit 36 fois dans l'incidence de 75 degrés, c'eſt-à-dire, que de 1000 rayons il n'y en avoit pas 28 de réfléchis. Je couchai après cela à la place du miroir, qui eſt repréſenté dans la figure 3, les deux morceaux de glace l'un ſur l'autre dans la direction *B C*, & je diſpoſai les deux tablettes *D* & *E*, de maniere que l'angle d'incidence fût de 75 degrés. J'avois réduit ces mêmes tablettes à de petits tableaux ou objets qui ne formoient que des quarrés Figure 3.

dont les côtés étoient d'une ligne & demie ou de deux. Enfin, au lieu de comparer une des images à l'autre objet vu directement, ou ſans l'interpoſition d'aucun corps diaphane, je comparois l'image intérieure peinte dans la regle de glace qui n'avoit que 4 lignes de largeur, avec l'autre objet vu au travers des 8 lignes de largeur de l'autre regle.

ON CONVIENDRA, ſi on y fait la plus légere attention, que je rendois toutes les circonſtances abſolument les mêmes à l'égard des deux objets, & qu'il ne devoit ſe trouver d'autre différence dans leur apparence, que celle qu'y mettoit la réflection intérieure dont je voulois découvrir la force, & qui ſe faiſoit dans la regle plus étroite. Les réflections produites à l'entrée des deux regles, ſe faiſant avec la même obliquité de 75 degrés, devoient affoiblir également la lumiere; c'étoit encore la même choſe à la ſortie. Outre cela, les trajets des deux lumieres étoient exactement de même longueur dans les deux regles; car il y avoit un double trajet, à cauſe

il n'importe comment elles ſe ſuivent ; leur réſultat doit être toujours le même.

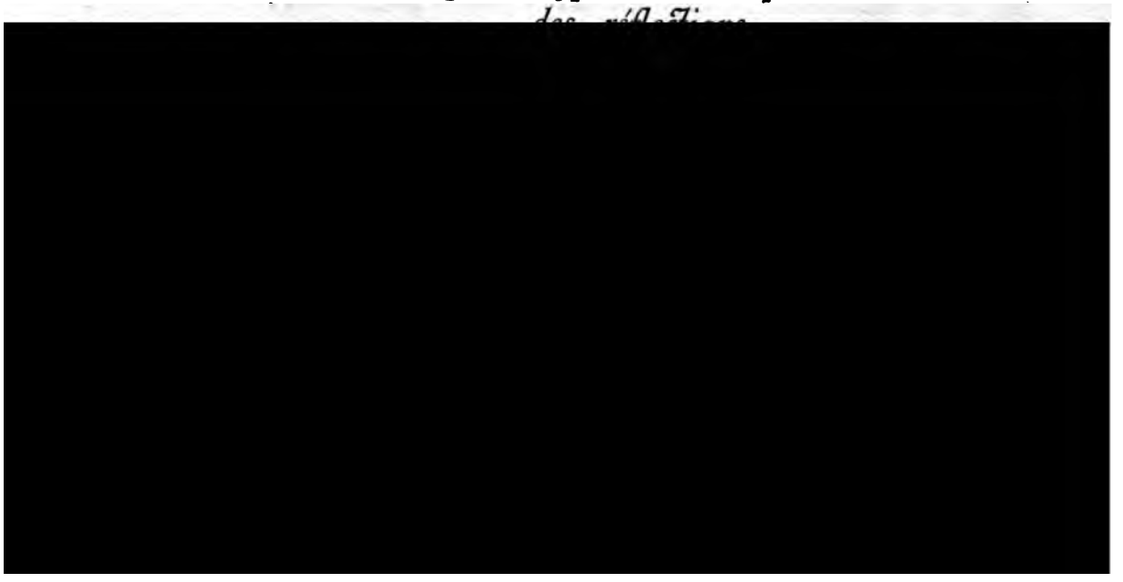
AINSI tout étant parfaitement égal de part & d'autre à la ſeule réflection intérieure près, qui ſe faiſoit dans la regle moins large, nous devons faire abſtraction de toutes ces altérations, que nous pouvons regarder comme étrangeres ; & je me trouvois préciſément dans le même cas que ſi j'euſſe comparé immédiatement l'image intérieure dont il s'agiſſoit, avec l'autre objet vu directement ſans l'interpoſition de la regle de cryſtal plus large. Or il me fallut, comme on le juge aſſez, approcher beaucoup la bougie de la tablette que je voyois par réflection. La diſtance d'une tablette à l'autre étoit de 100 pouces, & je fus obligé de ne mettre la bougie qu'à 16 pouces de diſtance de la premiere tablette, ce qui rendoit de 84 pouces la diſtance de la bougie à l'autre. Il ſuit de-là, que la réflection intérieure affoibliſſoit 27 ou 28 fois la lumiere dans l'incidence de 75 degrés ; & comme la réflection qui ſe faiſoit extérieurement avec la même inclinaiſon, n'affoibliſſoit la lumiere que 36 fois, nous reconnoiſſons que la réflection intérieure eſt un peu plus forte que l'autre.

EN RÉPÉTANT cette expérience ſur les mêmes morceaux de glace & ſur d'autres, j'ai trouvé quelquefois les deux réflections également fortes ; mais pour

l'ordinaire la réflection intérieure m'a paru plus vive. L'image réfléchie dans l'intérieur étoit toujours un peu plus rouge que l'autre objet vu directement au travers de l'autre morceau de glace. C'étoit un inconvénient; mais il s'en trouvoit un autre encore plus conſidérable dans l'imperfection des glaces dont je me ſervois; elles avoient dans le ſens que je les faiſois pénétrer par la lumiere, des filets qui nuiſoient plus ou moins à la tranſparence. Ces filets apparents étoient réellement des couches différentes de la matiere, qui venoient de la maniere dont on l'avoit coulée. Les glaces ſont bien plus tranſparentes lorſqu'on regarde ſelon le ſens de leur vraie épaiſſeur; mais je n'en avois pas qui fuſſent deux fois plus épaiſſes l'une que l'autre, & qui fuſſent certainement de la même matiere.

ARTICLE IX.

De la Lumiere abſorbée ou éteinte par les ſurfaces des corps tranſparents indépendamment



de cette propriété dans les plus grandes incidences, qui leur rendent preſque toute leur diaphanéïté, j'ai été curieux de l'examiner. Il s'agiſſoit encore de démêler l'effet de cette extinction de lumiere, de tous les autres effets avec leſquels il ſe trouve toujours confondu.

J'AI pour cela couché à côté d'un morceau de glace *A* (*fig.* 19) quatre autres morceaux *B*, qui étoient exactement enſemble de la même longueur que le premier. Ils étoient dans une diſpoſition un peu oblique par rapport aux tablettes *C* & *D*. Je voulois que la premiere incidence fût de 75 degrés; je laiſſois auſſi entre les quatre morceaux de glace *B*, quelqu'intervalle, afin d'éviter toute réflection nuiſible. La lumiere en traverſant ces quatre morceaux d'un côté & de l'autre, le morceau *A* devoit s'affoiblir également, ſi on fait abſtraction des réflections; la lumiere avoit à faire des trajets de même longueur; mais de la part des quatre morceaux *B*, elle ſouffroit ſix réflections de plus, en entrant dans les trois derniers, & en en ſortant. L'obſervation m'a fait ſentir effectivement cette différence. Il m'a fallu rapprocher la tablette *C* de la bougie *L*, pour rendre les deux images ou objets d'une égale vivacité. Il m'a paru que la diminution produite par ces ſix réflections, ſe faiſoit dans le rapport de 360000 à 243049. Figure 19.

CETTE DIMINUTION, comme on le voit,

Figure 19. appartient aux deux ſurfaces de trois morceaux de glace, & il eſt certain que chaque morceau y a contribué également ou proportionnellement ; il a fait diminuer la lumiere dans le même rapport. Ainſi chaque morceau doit avoir affoibli la lumiere dans le rapport de 1000 à 877, qui étant répété trois fois, donne celui de 360000 à 243049. Nous pouvions en rigueur, pour découvrir le rapport ſimple, nous contenter de mettre en *B* deux morceaux de glace dont les deux longueurs égalaſſent enſemble celle de *A*. Nous avons employé quatre morceaux, afin de mieux ſoumettre à l'obſervation l'altération de la lumiere ; car en la ſubdiviſant, comme nous y ſommes obligés, nous ſubdiviſons auſſi l'erreur, s'il y en a.

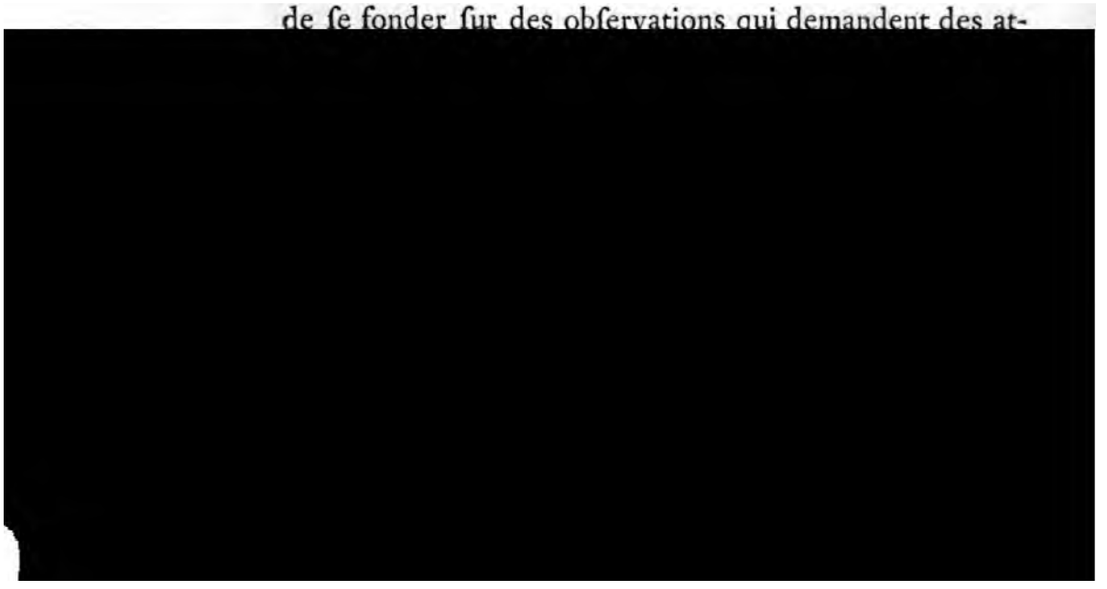
MAIS cette diminution ſimple que ſouffre la lumiere en traverſant les deux ſurfaces de la glace, eſt ſenſiblement plus forte que ne le comportent les deux réflections, l'extérieure & l'intérieure jointes enſemble. Ainſi il y a néceſſairement quelqu'autre cauſe cachée d'altération. La réflection extérieure produit une diminution d'une 36me partie ; car nos morceaux de cryſtal avoient été pris dans la même glace que ceux dont il a été principalement queſtion dans l'article précédent, & on leur avoit outre cela donné un poli égal & aſſez parfait. La réflection extérieure réduiſoit donc la lumiere de 1000 degrés à 972. L'autre réflection qui ſe faiſoit ſur l'intérieur de l'autre ſurface, produiſoit une diminution d'une

27me ou 28me partie, c'eſt-à-dire, qu'elle devoit réduire les 972 degrés à 936. Nous avons donc 936 degrés pour le réſultat des deux réflections combinées enſemble; mais ſi nous les comparons avec les 877 degrés que nous a fourni l'obſervation immédiate pour la force de la lumiere, après qu'elle a reçu la perte totale que lui cauſe ſon paſſage au travers des deux ſurfaces, nous en conclurons qu'il y a 59 rayons d'abſorbés, & qu'il s'éteint environ une 16me partie de la lumiere, puiſqu'elle ne ſe réduit, par les deux réflections, que de 1000 dégrés à 936, & non pas à 877. On ne peut guere ſe diſpenſer d'attribuer cet effet à la ſeconde ſurface qui continue à agir, comme ſi elle étoit encore un peu dénuée de ſa tranſparence. Elle éteignoit dans toutes les incidences médiocres depuis zéro juſqu'à 49 degrés 49 minutes, le tiers ou le quart des rayons; nous l'avons enſuite vu tout-à-coup n'abſorber qu'une partie beaucoup moindre; & nous trouvons actuellement, qu'elle conſerve encore un peu cette propriété dans l'incidence preſque perpendiculaire. Figure 19.

J'AI RÉPÉTÉ la même obſervation ſur d'autres morceaux de glace; & ſi je n'ai pas trouvé les mêmes réſultats, il m'eſt toujours venu une différence dans le même ſens, qui m'annonçoit qu'il y avoit une vraie extinction de lumiere. Il m'a paru ſouvent qu'elle étoit d'environ une 24me partie, ou même égale à la réflection intérieure. Je ne puis pas dire ſi cette diverſité, entre ces déterми-

Figure 19. nations, doit être attribuée à la ſeule différence des morceaux de glace, ou aux erreurs inévitables des obſervations ; peut-être que les deux y ont contribué. Quoi qu'il en ſoit, je ſerois porté à préférer les derniers réſultats. Ainſi, pendant que je prendrois une 36me partie pour l'affoibliſſement que cauſe la réflection extérieure ſur la glace dans les grands angles d'incidence, & une 27me ou 28me partie pour la réflection intérieure, celle que ſouffre la lumiere par ſon rebrouſſement dans le corps diaphane, lorſqu'elle ſe préſente pour en ſortir, je prendrois une partie ſemblable pour l'extinction des rayons qui ſe fait dans le même temps.

ENFIN, il eſt une infinité de cas, dans leſquels il ne s'agit pas tant de ſéparer ces trois différentes altérations, que d'avoir leur effet commun. Les trois enſemble affoibliroient la lumiere d'environ une dixieme partie dans nos morceaux de glace ordinaire, qui ont reçu un poli ſuffiſant. Mais nous ne ſaurions aſſez répéter, qu'il ne faut rien affirmer trop poſitivement, lorſqu'on eſt obligé de ſe fonder ſur des obſervations qui demandent des at-



TROISIEME SECTION.

De la Réflection de la Lumiere ſur les Surfaces mattes ou brutes.

ARTICLE I.

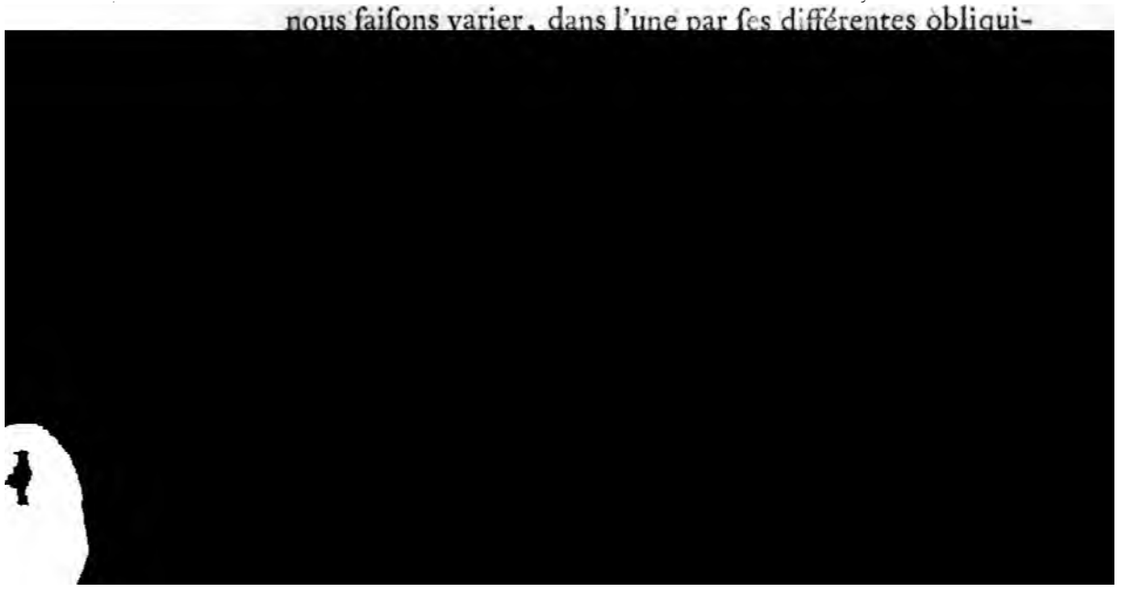
NOUS CROYONS nous être aſſez occupés de la réflection de la lumiere ſur les ſurfaces polies, & devoir actuellement étendre nos recherches ſur les ſurfaces mattes ou brutes, telles que ſont celles d'une infinité de corps qui nous environnent. Ces dernieres ſurfaces ont une infinité de petites rugoſités ou aſpérités, qui en préſentant pluſieurs de leurs petites faces vers tous les côtés, réfléchiſſent la lumiere ſelon toutes les directions. Les rayons qui ſont perdus pour un ſpectateur, ſervent à un autre, à celui qui eſt placé dans un autre endroit; & il n'eſt pas impoſſible que l'intenſité de la lumiere, ou la vivacité de la couleur de la ſurface, ne leur paroiſſe à l'un & à l'autre abſolument la même. Les petits hémiſpheres dont nous imaginions dans la prémiere ſection que certaines ſurfaces étoient couvertes, nous donnent une idée aſſez exacte de la choſe, pourvu qu'on ne s'arrête pas à la ſeule ſuppoſition de petits hémiſpheres, & qu'on ait recours à d'autres figures, ſelon qu'on y ſera déter-

miné par les circonſtances ou par les obſervations. Si on peut parvenir à connoître la diſtribution des petites faces que les aſpérités préſentent vers chaque côté, on ſe placera, pour ainſi dire, à la ſource de la plupart des phénomenes, on ſe trouvera en état de tirer une infinité d'inductions au ſujet de la lumiere que les corps ordinaires nous renvoyent; & ce ſera moins une hypotheſe qu'on aura imaginée, que la réalité même de la choſe qu'on aura ſaiſie.

ARTICLE II.

Moyen d'obſerver les diverſes intenſités de la Lumiere réfléchie par les ſurfaces qu'on regarde dans la même direction qu'elles ſont éclairées.

IL NOUS A PARU que nous pouvions réuſſir à faire cette obſervation, en nous ſervant de deux ſurfaces parfaitement ſemblables & du même ton de couleur, que nous faiſons varier, dans l'une par ſes différentes obliqui-



perpendiculairement à la lumiere, au lieu que je laiſſe la ſurface *AB* toujours à la même diſtance, mais en lui donnant des ſituations plus ou moins obliques. Plus je diminue l'angle d'incidence de celle-ci, plus la ſurface perd de la vivacité de ſa couleur ou de ſa lumiere; & je réuſſis aiſément à évaluer la quantité préciſe du changement, en éloignant l'autre ſurface *D*, celle qui reçoit la lumiere perpendiculairement, juſqu'à ce que les deux intenſités me paroiſſent parfaitement égales, pendant que je place mon œil en quelque point *O*. Je trouve, comme il eſt évident, dans le quarré de la diſtance *LF*, l'expreſſion de l'intenſité de la lumiere de l'une & l'autre ſurface. En un mot, ſi je ſuis obligé d'éloigner la ſeconde trois ou quatre fois davantage de la bougie, c'eſt une marque que l'obliquité de la premiere *AB*, fait diminuer 9 fois ou 16 fois la force ou le ton de ſa couleur. Figure 20.

J'AI APPLIQUÉ ce moyen à des platines d'argent que M. Germain, Orfevre du Roi, avoit fait matter avec la plus extrême délicateſſe, & blanchir enſuite dans de l'eau ſeconde. Leur blancheur ſurpaſſoit de beaucoup celle du plus beau papier. Lorſque je mettois la ſurface *AB* à 60 pouces de diſtance de la bougie, & que je rendois l'angle d'incidence de 75 degrés, le ton de ſa blancheur étoit aſſez affoibli, pour que je fuſſe obligé de faire porter l'autre platine 7 pouces plus loin, ou à 67 pouces de diſtance de la bougie. Quand je fis l'angle

Figure 20. d'incidence de 60 degrés, il me fallut faire éloigner l'autre platine de 75 pouces du corps lumineux. L'obliquité de 45 degrés dans la platine AB, apporta encore un plus grand changement, je fus obligé de faire mettre l'autre platine à 89 pouces de diſtance. Enfin les incidences de 30 degrés & de 15, ſe trouverent équivalentes à des diſtances de $105\frac{1}{4}$ pouces, & de 131.

DES EXPÉRIENCES ſemblables ont été faites ſur pluſieurs autres ſurfaces; ſur celle du marbre poli, ſur celle du plâtre, ſur celle du papier de Hollande, &c. Mais je me contenterai d'ajouter ici au détail des précédentes, celles que j'ai faites ſur le plâtre qui avoit été choiſi de la plus belle qualité, & de la plus grande blancheur. Je mis 24 pouces d'intervalle entre la bougie & la premiere ſurface AB; & lorſque je rendis l'angle d'incidence de 75 degrés, il fallut porter à $27\frac{1}{2}$ pouces de la bougie l'autre ſurface CD, qui recevoit la lumiere perpendiculairement, & qui me ſervoit de terme de comparaiſon. L'angle d'incidence de 60 degrés obligea de rendre la diſtance de l'autre ſurface à la bougie de 30 pouces; & les autres angles d'incidence de 45 degrés, de 30 & de 15 répondirent aux diſtances de 33 pouces, $40\frac{1}{2}$, & $54\frac{1}{2}$.

EN EXPRIMANT par 1000, l'éclat qu'avoit la ſurface AB ou l'intenſité de ſa lumiere réfléchie, lorſqu'elle étoit éclairée & vue perpendiculairement, la

vivacité de ſa lumiere dans les autres inclinaiſons, s'eſt trouvé exprimée de cette ſorte par les nombres que j'ai inſérés dans la petite table ſuivante.

Inclinaiſons des rayons incidents & des rayons viſuels par rapport à la ſurface.	*Eclat de la ſurface, ou intenſité de ſa lumiere réfléchie.*		
	Argent mat.	Plâtre.	Papier de Hollande.
Degrés.			
90	1000	1000	1000
75	802	762	971
60	640	640	743
45	455	529	507
30	319	352	332
15	209	194	203

ARTICLE III.

De la diſtribution des petites aſpérités déduites des expériences précédentes.

ON VOIT que ces ſurfaces ne préſentent pas le même nombre de petites faces vers tous les côtés, & qu'elles en ont beaucoup moins qui renvoyent la lumiere dans les petites inclinaiſons, que dans les grandes. C'eſt à peu près la même choſe dans toutes celles que j'ai examinées. La diſtribution n'eſt pas abſolument la même; mais toutes ont entr'elles une grande analogie, & je n'en

n'ai point trouvé qui eût ſes petites rugoſités ou aſpérités équivalentes à de petits hémiſpheres.

AU SURPLUS, il faut remarquer, que s'il ſuffit de prendre le rapport inverſe des quarrés des diſtances de la ſeconde ſurface, pour connoître ſelon quelle loi l'éclat de la premiere, ou l'intenſité de la lumiere qu'elle réfléchit, change par ſes diverſes obliquités, on doit encore faire quelque attention de plus, pour découvrir la diſtribution des petites aſpérités, ou, ce qui revient au même, pour déterminer le nombre des rayons qu'elles réfléchiſſent. Il faut néceſſairement, dans cette ſeconde partie de la recherche, avoir égard à l'inclinaiſon des rayons viſuels par rapport à la ſurface; car ſon éclat, ou le ton de ſa couleur a dû ſe trouver plus ou moins augmenté dans les expériences, ſelon qu'on a regardé cette ſurface plus ou moins obliquement. En effet, la ſurface étant obſervée ſous un plus petit angle d'inclinaiſon, s'eſt réduite ſur la rétine à un moindre eſpace, & les rayons réfléchis par les petites faces, ſe ſont enſuite trouvés plus preſſés les uns à l'égard des autres.

NOUS avons trouvé, par exemple, pour le plâtre, que le changement que ſouffre l'intenſité de ſa lumiere, lorſque ſa ſurface eſt frappée perpendiculairement, & enſuite avec une incidence de 30 degrés, répond à des diſtances de 24 pouces & de 40 $\frac{1}{2}$. Les quarrés de ces

deux nombres pris inverſement, ſemblent donc nous apprendre qu'il y a plus de petites aſpérités qui renvoyent la lumiere dans le ſens perpendiculaire à la ſurface, que ſelon l'autre ſens, dans le rapport de 1640 à 576; mais le nombre des petites aſpérités dont les petites faces ſont obliques, eſt encore deux fois moindre, & il n'eſt réellement que de 288 à l'égard de 1640 qui exprime la multitude des autres. Nous en avons dit la raiſon. Lorſque le nombre des petites faces dans l'inclinaiſon de 30 degrés a paru de 576, il avoit été comme augmenté deux fois par l'image deux fois moins étendue, peinte dans le fond de l'œil, & peinte avec le même nombre de rayons, ce qui en doubloit réellement l'intenſité. Ainſi, pour avoir la multitude des petites faces, il faut joindre ou compoſer la raiſon directe des ſinus des angles formés par les rayons viſuels, & par la ſurface *AB*, avec la raiſon inverſe des quarrés des diſtances de la ſeconde ſurface *CD* à la bougie; ou, ce qui revient au même, il faut diviſer continuellement les ſinus des obliquités de l'une, par les quarrés des diſtances de l'autre. Le ſinus total étant déſigné par l'unité, nous avons donc $\frac{1}{576}$ pour les petites aſpérités qui préſentent leurs petites faces dans le ſens perpendiculaire à la grande ſurface, pendant que la multitude des petites faces qui répondent à l'incidence de 30 degrés, ſera repréſentée $\frac{\frac{1}{2}}{1680}$ ou $\frac{1}{3360}$.

C'EST en me conformant à cette regle, & en prenant 1000 pour le nombre des petites faces qui ſe préſentent dans le ſens perpendiculaire à la grande ſurface, ou qui ſont paralleles à cette même ſurface, que j'ai trouvé les quantités marquées dans la table ſuivante, pour les platines d'argent mat, pour la ſuperficie du plâtre, & pour le plus beau papier de Hollande qui n'avoit pas été battu, & que je regardois dans le ſens de ſes eſpeces de petits ſillons. Les inclinaiſons que contient ici la premiere colonne, ſont les compléments de celles de l'autre table, parce que les petites faces ſont perpendiculaires aux rayons incidents & viſuels dont il s'agiſſoit alors; mais les inclinaiſons ſont toujours meſurées également depuis la grande ſurface.

Inclinaiſons des petites faces à l'égard de la grande ſurface.	*Diſtribution des petites aſpérités ou de leurs petites faces.*		
Degrés.	Pour l'Argent mat	Pour le Plâtre.	Pour le Papier de Hollande.
0	1000	1000	1000
15	777	736	937
30	554	554	545
45	333	374	358
60	161	176	166
75	53	50	52

ARTICLE

ARTICLE IV.

De l'expreſſion des petites aſpérités par les ordonnées d'une ligne courbe.

ON VOIT que nous réuſſiſſons à compter, pour ainſi dire, les petites faces que chaque corps préſente vers tous les côtés, & que nous les démêlons les unes des autres par les différentes obliquités que nous donnons à la ſurface, quoiqu'elles ſoient imperceptibles chacune en particulier. Les méthodes d'interpolation connues des Géometres, donneront la facilité d'étendre, ſi l'on veut, la petite table, & de faire enſorte qu'elle contienne toutes les diverſes ſituations des petites faces. Mais, au lieu d'en marquer les rapports par des nombres, il eſt tout auſſi ſimple & auſſi naturel de les exprimer par les ordonnées d'une ligne courbe. C'eſt l'unique moyen de ſe mettre à la fois ſous les yeux le détail d'une infinité de faits, & d'en pouvoir déduire aiſément toutes les différentes conſéquences, qu'il ne faudra cependant toujours admettre qu'avec les ſages réſerves qui ſont preſque continuellement néceſſaires dans les matieres de Phyſique.

SI, AU MILIEU de la ſurface matte ou brute AB, de la *figure* 21, on éleve la perpendiculaire CD, & Figure 21.

Figure 21. qu'on la ſuppoſe de 1000 parties, pour exprimer la ſomme ou la multitude des petites faces que la ſurface brute préſente perpendiculairement à cette direction, on n'aura qu'à porter ſur tous les autres rayons du demi-cercle *EDF*, les nombres correſpondants de la petite table, en faiſant attention que les degrés du demi-cercle marquent ici les inclinaiſons des rayons, au lieu que dans la petite table on a marqué les inclinaiſons des petites faces mêmes qui en ſont le complément. Suppoſé donc qu'il s'agiſſe de la ſuperficie du plâtre, nous porterons ſur le rayon *C* 60, depuis *C* juſqu'en *G*, 554 parties, nous porterons depuis *C* juſqu'en *H*, 176; & faiſant la même choſe ſur tous les autres rayons, on trouvera un aſſez grand nombre de points, pour pouvoir tracer la courbe *CHDH*, qui nous fournira l'échelle que ſuivent les petites faces tournées vers tous les côtés.

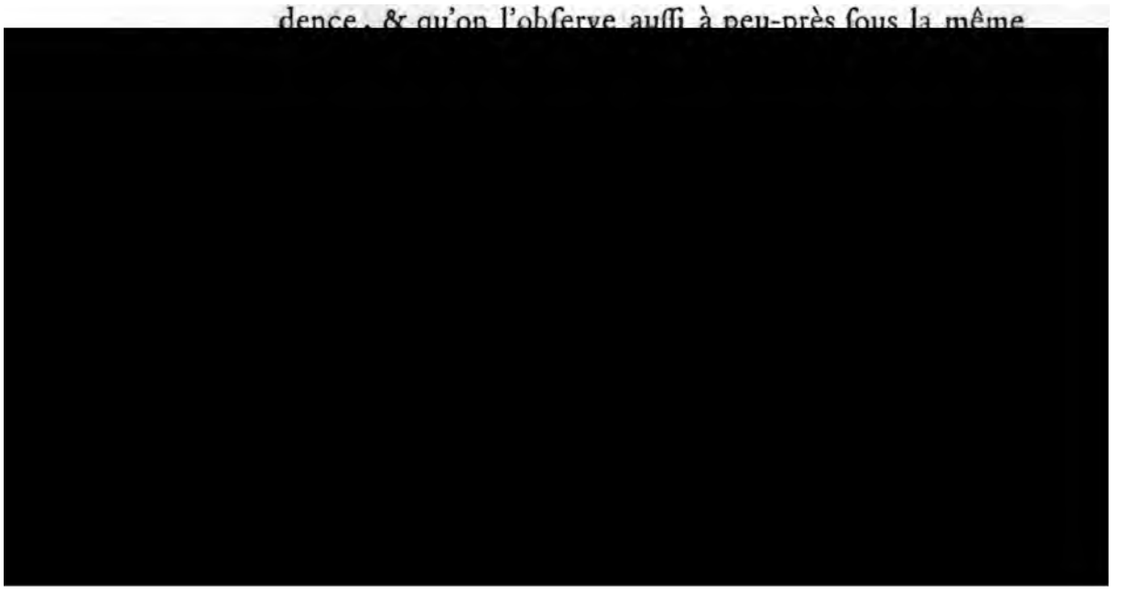
LES FACES de la même inclinaiſon ſont répandues uniformément ſur toute la ſurface brute, puiſque nous la ſuppoſons de la même couleur & également matte partout; mais nous raſſemblons, par la penſée, toutes les faces qui ſont également inclinées, & les concevant comme au centre de la ſurface, nous les exprimons toutes à la fois par les lignes *CD*, *CG* qui leur ſont perpendiculaires, & ces lignes ſont les ordonnées de notre courbe, à laquelle nous pouvons donner le nom de *Numératrice des aſpérités*.

CETTE COURBE a preſque toujours la forme d'une eſpece d'ovale moins large que haute, & dont la partie inférieure ſe termine ordinairement en pointe. Deux arcs de cercle d'environ 114 degrés, la repréſentent à peu-près pour les platines d'argent, pourvu qu'on faſſe diſparoître l'angle d'en haut que forment les deux arcs, & qu'on l'arondiſſe un peu. Cette ovale, dans la réalité, eſt ſenſiblement plus aiguë par en haut que par en bas pour le plâtre, & ſa largeur n'a qu'environ les $\frac{11}{10}$ de la longueur de ſon axe CD. Sa largeur pour le papier de Hollande, eſt environ les deux tiers du grand axe. Figure 21.

SI NOTRE ligne courbe, la *numératrice des aſpérités*, avoit exactement la forme d'un cercle $ChDh$, les ſurfaces brutes auroient une propriété fort ſinguliere, quoiqu'éclairées le plus obliquement; pourvu qu'elles fuſſent obſervées par le ſpectateur avec la même obliquité & du même côté, elles paroîtroient toujours du même ton de couleur ou de lumiere. Il eſt vrai que, lorſqu'on changeroit aſſez l'angle d'incidence pour le rendre, par exemple, de 30 degrés, après qu'il auroit été de 90 degrés, l'ordonnée Ch, qui exprimeroit la multitude des petites faces frappées perpendiculairement, ſeroit deux fois plus petite que CD, ſelon le rapport du ſinus de l'angle d'incidence, à cauſe de la propriété du cercle $ChDh$, dont les cordes CD, Ch, &c. ſont proportionnelles aux ſinus des angles ECD, ECh. Mais il ſe feroit

Figure 21. une exacte compenſation, puiſque, conformément à ce que nous avons déja fait remarquer pluſieurs fois, le rayon viſuel *hC* faiſant, avec la ſurface *AB*, un angle de 30 degrés, cette ſurface paroîtroit deux fois plus étroite; & une quantité deux fois moindre de rayons de lumiere tombant ſur un eſpace deux fois plus petit de la rétine, feroit ſur chaque point une impreſſion également vive. Ce ſeroit exactement encore alors la même choſe pour toutes les autres inclinaiſons; elles ne changeroient abſolument rien dans l'intenſité de la couleur ou de la lumiere.

IL SUIT DE-LA, que la circonférence du cercle *ChDg* conſidérée comme *numératrice des aſpérités*, ſert de ſéparation à deux cas extrêmement différents dans la réflection de la lumiere produite par les ſurfaces brutes. Toutes les fois que la numératrice eſt plus étroite que le cercle, la ſurface perd de l'intenſité de ſa lumiere ou de ſa couleur, lorſqu'après l'avoir éclairée ſous l'angle droit, on l'éclaire ſous un angle aigu d'incidence, & qu'on l'obſerve auſſi à peu-près ſous la même



un plus petit angle d'inclinaiſon *ECH*. Il faut même remarquer que, dans le cas particulier des petites aſpérités en hémiſphere, la ſurface deviendroit à la fin d'une intenſité de lumiere infinie, puiſqu'elle lanceroit toujours la même quantité de lumiere, & qu'elle ſe réduiroit en même temps dans l'œil au plus petit eſpace. Figure 21.

NOUS DEVONS cependant conſidérer qu'il s'agit ici principalement de la réflection oblique, comparée à la réflection perpendiculaire : car il eſt très-poſſible que dans deux différentes hypotheſes de numératrice, entre leſquelles le cercle *ChDh* ſert de limite, deux inclinaiſons différentes donnent exactement la même intenſité à la lumiere. Il ſuffit pour cela que les deux ordonnées *CG*, *CH* de la numératrice d'une des hypotheſes, ſoient exactement proportionnelles aux ordonnées correſpondantes de la numératrice des aſpérités de l'autre hypotheſe, qui eſt en dehors de *ChDh*. Alors les petites faces expoſées à la lumiere perpendiculairement, & par conſéquent les quantités même de rayons réfléchis, diminueront dans le même rapport que les deux images de la ſurface *AB* dans l'œil ; & l'intenſité de la lumiere ſera autant augmentée par cette cauſe, que diminuée par l'autre dans les deux hypotheſes.

MAIS, en général, je ne crois pas que ce ſoit parmi nos corps terreſtres d'ici-bas, qu'on doive chercher des numératrices d'aſpérités qui ſortent en dehors

Figure 21. du cercle *ChDh*. Je n'en vois que dans les planetes proprement dites, dont les parties me paroiſſent conſtituées un peu autrement que celles des corps qui nous environnent, comme nous le montrerons plus particuliérement dans la ſuite. Quelques-unes des Planetes ont des montagnes deux fois plus hautes que les nôtres, & leur ſurface préſente auſſi à proportion plus de petites faces inclinées. C'eſt-à-dire, que le nombre ou la ſomme de ces petites faces ne diminue pas dans un ſi grand rapport, que les ordonnées ou cordes *Cg*, *Ch* du cercle *CgDh*. Nous en ſommes parfaitement ſûrs; puiſque nous voyons, d'une maniere très-diſtincte, que pluſieurs de ces Planetes, comme la Lune & Venus, ont, toutes choſes d'ailleurs égales, les bords de leur diſque plus lumineux que les parties voiſines de leur centre.

ARTICLE V.

De l'intenſité de la Lumiere, ou de la couleur des Surfaces brutes, lorſqu'elles ſont éclairées & vues ſelon deux directions abſolument diffé-

temps par un ſpectateur ſitué ſur une autre ligne. Voici cependant un Théorême très-général & très-ſimple, dans lequel il ſuffit de ſuppoſer le corps lumineux & l'œil à une aſſez grande diſtance de la ſurface.

SI, DANS CE CAS, on diviſe en deux également, par l'ordonnée CE (fig. 22), *l'angle* LCO, *que forment les rayons incidents comme* LC *du corps lumineux, & les rayons viſuels* CO, *en ſe rencontrant au centre* C *de la ſurface* AB, *& qu'on faſſe paſſer par l'extrémité* E *de l'ordonnée la perpendiculaire* PM *aux rayons viſuels ; cette ligne, en coupant en* P *l'axe de la numératrice* CGEH, *nous donnera* CP, *qui exprimera la vivacité de la lumiere ſur la ſurface, ou le ton de ſa couleur.* Figure 22.

LA DÉMONSTRATION de ce Théorême ne ſouffre aucune difficulté, & nous la réduirons à une ſimple explication. Il eſt d'abord de la plus grande évidence, que l'ordonnée *CE*, qui coupe l'angle *LCO* par la moitié, & que nous nommerons quelquefois, par cette raiſon, l'ordonnée moyenne, exprime la grandeur des petites faces qui ont la ſituation propre à renvoyer la lumiere vers l'obſervateur. Mais la multitude des rayons qui tombent ſur ces petites faces, ne dépend pas uniquement de la grandeur de ces faces ; elle dépend auſſi de la grandeur du ſinus de l'incidence ; car plus ce ſinus eſt petit, moins les petites ſurfaces préſentent de largeur

Figure 22. à la lumiere, & moins elles reçoivent de rayons. Or l'ordonnée *CE*, étant perpendiculaire aux petites faces dont il s'agit ici, l'angle *ECL* ou l'angle *ECO*, eſt le complément de l'angle d'incidence, & *CEM* eſt donc égal à l'angle d'incidence même; d'où il ſuit que *CE*, qui exprime la grandeur des petites faces, ſe réduit à *CM*, ou ne reçoit de lumiere qu'à proportion de *CM*.

ENFIN *CM* repréſente bien la lumiere abſolue ou totale qui rejaillit vers *O*; mais il eſt queſtion de l'intenſité de cette lumiere, ou du ton de la couleur que prend la ſurface *AB*, & cette intenſité ſuit, comme nous l'avons vu, la raiſon inverſe du ſinus de l'angle que forment les rayons viſuels avec la ſurface. Ainſi il y a, pour ainſi dire, deux différents angles d'incidence à conſidérer dans la recherche préſente; celui que forment les rayons du corps lumineux en frappant les petites faces, & celui des rayons viſuels avec la ſurface même *AB*. Ce dernier eſt égal à l'angle *CPM*; & puiſque la lumiere paroît d'autant plus forte, ou que les rayons ſont

[redacted]

ON PEUT déduire différentes conſéquences aſſez curieuſes de ce Théorême : nous nous contenterons d'indiquer les principales. Figure 22.

ARTICLE VI.

Corollaires du Théorême précédent.

1°. IL EST ÉVIDENT que, pour chaque poſition du ſpectateur, on peut mettre le corps lumineux en deux différents endroits qui produiſent préciſément le même effet quant à l'intenſité de la lumiere de la ſurface, ou au ton de ſa couleur. La droite PM coupe la numératrice des aſpérités en deux points E & E'; & chacun de ces deux points a toutes les propriétés de l'autre, pourvû que l'ordonnée qui s'y termine, coupe par la moitié l'angle formé par les rayons incidents & par les rayons viſuels CO. Ainſi il n'y a qu'à faire de l'autre côté de CE' un angle égal à OCE', & on aura la ſeconde direction que doivent avoir les rayons incidents du corps lumineux, pour que la ſurface paroiſſe également éclairée que la premiere fois.

2°. SI L'OBSERVATEUR conſent à changer de place, on trouvera encore une infinité d'autres ſituations du corps lumineux, qui ſeront abſolument équivalentes. Du point P nous n'avons qu'à tirer une infinité de droites PM' qui rencontrent la courbe; & ſi du point C nous

Figure 22. abaiſſons des perpendiculaires CO' ſur ces droites, elles nous marqueront la ſituation des rayons viſuels, & pour chacune de ces ſituations il y aura toujours encore deux poſitions du corps lumineux qui ſeront abſolument équivalentes, les droites CE'' & CE''' ſervant d'ordonnées moyennnes.

LA POSITON de l'œil étant donnée, trouver la direction ſur laquelle il faut mettre le corps lumineux, pour que la ſurface ſoit le plus éclairée qu'il eſt poſſible.

3°. ON VOIT de plus, que lorſque la poſition de l'œil eſt donnée, il eſt très-facile de trouver la direction ſur laquelle il faut ſituer le corps lumineux, pour qu'il produiſe le plus grand effet poſſible. Il n'y a qu'à conduire la perpendiculaire $e\,m$ au rayon viſuel CO, de maniere qu'elle ſoit tangente à notre courbe ; elle donnera le *maximum* Cp pour l'intenſité de la lumiere, & on aura toujours la ſituation des rayons incidents en tranſportant l'angle OCe de l'autre côté de Ce.

neux ſur CO, & l'œil ſur CL, il eſt bien vrai que ce ſeroient les mêmes petites faces qui réfléchiroient la lumiere, & que ſa quantité abſolue ſeroit toujours la même; mais la ſurface étant vue moins obliquement dans le ſecond cas, elle paroîtroit plus large & les rayons ſeroient moins preſſés. On ſeroit auſſi obligé alors, conformément à notre Théorême général, d'abaiſſer du point E la perpendiculaire $E\mu$ ſur CL devenu rayon viſuel, & on auroit $C\pi$, & non pas CP pour l'intenſité de la lumiere. Figure 42.

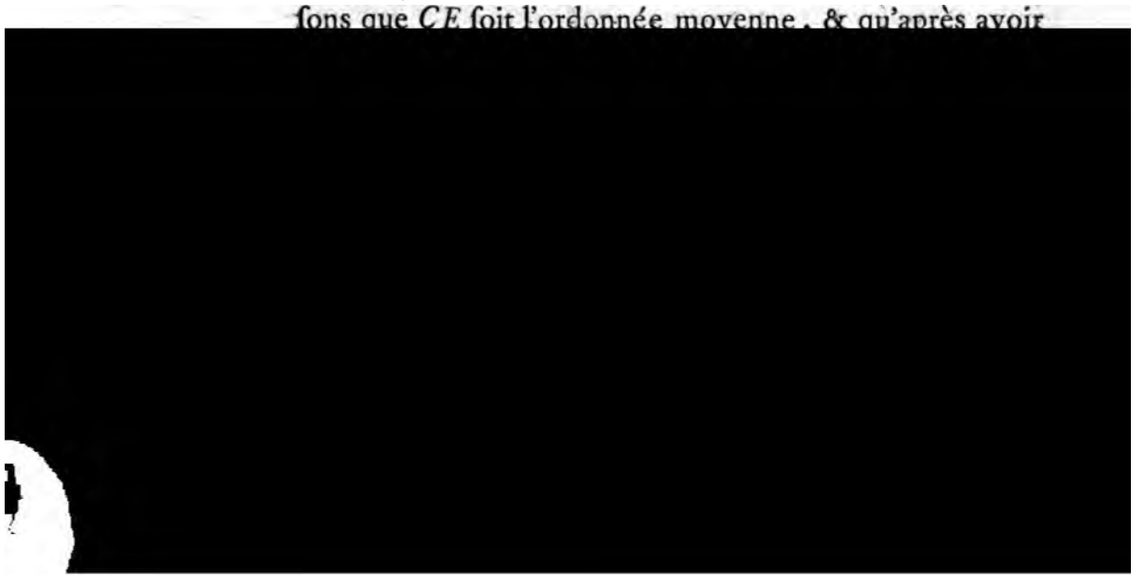
IL N'EST PAS plus difficile de vérifier par l'expérience ce 4me corollaire que les précédents : je les ai effectivement vérifiés tous, & l'expérience m'a toujours paru réuſſir autant que je pouvois l'eſpérer, non pas en me donnant préciſément ou rigoureuſement les mêmes réſultats que la théorie, mais en ne manquant jamais de me le confirmer juſqu'à un certain point. S'il devoit y avoir un *maximum*, il s'en eſt trouvé réellement un : ſi deux lumieres devoient être de même intenſité, ou ſi l'une devoit être beaucoup plus forte ou plus foible, l'obſervation y a été conforme; avec cette ſeule différence, qu'il a fallu quelquefois changer un peu les directions.

QU'UNE ſurface peut conſerver préciſément la même intenſité de ſa lumiere, quelque ſituation qu'on lui donne par rapport aux rayons incidents & aux rayons viſuels.

5°. ENFIN nous avons remarqué ci-devant que la

Figure 22. numératrice des aſpérités pour les platines d'argent mat, approchoit beaucoup de deux arcs de cercle qui étoient chacun de 114 degrés. Cette conformité fait naître une ſingularité qui eſt très-digne d'attention. Si l'angle que forment les rayons incidents de lumiere avec les rayons viſuels, eſt de 66 degrés, on peut donner à la platine d'argent toutes les ſituations qu'on voudra, & l'éclat de ſa blancheur ne ſouffrira aucun changement. Cette propriété a lieu en général pour toutes *les numératrices* de cette eſpece ; & c'eſt comme un nouveau Théorême que nous avons cru devoir remarquer. *Toutes les fois que l'angle que font les rayons incidents avec les rayons viſuels eſt égal à l'excès de 180 degrés ſur chacun des arcs de cercle de la numératrice, la ſituation de la ſurface brute qui reçoit la lumiere n'influe en rien alors ſur l'intenſité de ſa couleur.*

ON S'EN CONVAINCRA aiſément ſi on jette les yeux
Figure 23. ſur la *figure 23*, où la ligne courbe *CHDH*, qui exprime par ſes ordonnées les petites faces des aſpérités, eſt formée de deux arcs de cercle égaux. Si nous ſuppoſons que *CE* ſoit l'ordonnée moyenne, & qu'après avoir



une lumiere dont l'intenſité ſera exprimée par CD, qui eſt la même intenſité que lorſque la ſurface eſt éclairée perpendiculairement, & vue auſſi perpendiculairement. Mais l'angle CEM a pour ſa meſure, à cauſe de la propriété du cercle, la moitié de l'arc DEC, & l'angle ECM eſt par conſéquent égal à 90 degrés $-\frac{1}{2}DEC$. Ainſi l'angle MCL, compris entre les rayons incident & viſuel, eſt égal à 180 degrés $-DEC$. Or on trouvera exactement la même choſe, ſi on prend toute autre corde Ce pour ordonnée moyenne. L'angle Cem ſera toujours également la moitié de l'arc DeC; l'angle mCe en ſera le complément, & l'angle lCo, que forme le rayon incident lC avec le rayon viſuel Co, & qui en eſt double, ſera donc le ſurplus de 180 degrés ſur la moitié de l'arc entier DC, pendant que l'intenſité de la couleur de la ſurface AB ſera continuellement exprimée par la même ligne CD. Figure 23.

JE N'AI PU manquer de vérifier ce Théorême par l'expérience, de même que les précédents, & j'en ai eu la facilité à cauſe des platines d'argent dont j'étois muni, qui étoient parfaitement ſemblables & également mattes. J'en laiſſois une dans une ſituation conſtante, après avoir fait enſorte que les rayons de lumiere qu'elle recevoit, fiſſent un angle de 66 degrés avec les rayons viſuels. La ſurface étoit également inclinée à l'égard des uns & des autres, ou, ce qui revient au même, l'axe CD divi-

Figure 23. ſoit leur angle par la moitié, ou ſervoit d'ordonnée moyenne. On mettoit enſuite l'autre platine auprès, & on faiſoit varier beaucoup ſon inclinaiſon par rapport aux rayons. Elle me paroiſſoit, dans toutes ces différentes ſituations, auſſi éclatante que l'autre. Il ne ſe trouva de différence que lorſque la platine fut trop oblique par rapport aux rayons incidents, ou aux rayons viſuels. Les petites aſpérités qui ſont trop ſenſibles ſur ces platines, ſe nuiſoient alors les unes aux autres, & je ſavois d'avance que ces cas particuliers devoient être exceptés.

JE POURROIS étendre conſidérablement ces recherches, en donnant la ſolution de pluſieurs petits problêmes curieux; mais il nous ſuffit d'en avoir expoſé les principes, & nous devons craindre de nous écarter inſenſiblement de notre ſujet, en nous jettant dans des diſcuſſions purement géométriques. Nous nous contenterons donc de joindre ici à la ſolution d'un problême, dont nous avons déja réſolu l'inverſe, celle d'un autre qui pourra quelquefois être utile.

ARTICLE VII.

La ſituation du corps lumineux étant donnée par rapport à une ſurface matte, trouver la direction ſur laquelle il faut poſer l'œil, pour que l'intenſité de la lumiere réfléchie ſoit la plus grande qu'il eſt poſſible.

POUR RÉSOUDRE ce problême, il n'y a, de divers points E de la numératrice des aſpérités, (*fig.* 24.) qu'à élever des perpendiculaires EF à la courbe, & conduire de ces mêmes points les ordonnées EC. Après cela, du point G, qui eſt au quart du côté de E, on élevera la perpendiculaire GH, juſqu'à ce qu'elle rencontre la ligne EF. Prenant enſuite le point H pour centre d'un cercle qui paſſe par le point E, ce cercle coupera l'axe CD en deux points I & i. Je tire par ces points & par le point E des droites comme EM, & leur abaiſſant du point C la perpendiculaire CM, je tranſporte EM en EN perpendiculairement au rayon incident de lumiere LC, dont la ſituation eſt donnée, & je marque le point N. Je cherche de la même maniere une infinité de ces points qui formeront par leur ſuite une courbe nNn. Il ne reſtera plus qu'à voir le point où cette courbe coupe le rayon incident LC. Car on en déduira aiſément la ſituation qu'il faut donner au rayon viſuel, pour que l'intenſité Figure 24.

Figure 24. de la lumiere de la ſurface ſoit un *maximum* ou un *minimum*. Des points d'interſection N je ne fais qu'élever une perpendiculaire NE au rayon incident ; elle rencontrera la numératrice des aſpérités en E ; ce point m'indiquera l'ordonnée moyenne CE, & je n'aurai plus qu'à faire l'angle ECO égal à l'angle LCE, pour avoir la direction qu'il faut donner au rayon viſuel. Il ne ſera pas difficile aux lecteurs un peu verſés dans la Géométrie tranſcendente, d'en trouver la démonſtration, de même que celle du problême ſuivant :

L'ANGLE que ſont les rayons incidents avec les rayons viſuels étant donné, trouver la ſituation que doit avoir une ſurface matte, pour que ſon éclat ou l'intenſité de ſa couleur ſoit un maximum.

Figure 25. LA SURFACE AB (*fig.* 25.) eſt expoſée à la lumiere d'un corps lumineux ; l'angle que font les rayons incidents avec les rayons viſuels eſt donné, & on veut que l'intenſité de la couleur de cette ſurface ſoit un *maximum* ou un *minimum*. Nous ferons l'angle BCR égal à la moitié de l'an-

de la tangente correſpondante, nous aurons une infinité de points H, H', h, &c. La ſuite de tous ces points formera quelquefois une ligne droite; elle en forme par exemple une, lorſque la numératrice des aſpérités a pour ſes deux moitiés deux arcs de cercle, comme elle l'a ſenſiblement pour les deux platines d'argent mat; mais en général ce ſera une ligne courbe qui réunira tous les points H, H', h, &c. & ſon interſection H' avec la droite CR, nous fournira la ſolution du problême propoſé. Il n'y aura en effet qu'à tirer du point d'interſection H', la tangente $H'E'$ à la numératrice des aſpérités, & on aura le point E' où il faut conduire l'ordonnée moyenne CE'. Ainſi il ne reſtera plus qu'à diſpoſer la ſurface AB, de maniere que CE' coupe réellement par la moitié l'angle formé par les rayons incidents & les rayons viſuels, & alors la ſurface aura la couleur la plus vive ou la moins vive qu'il ſera poſſible. Figure 25.

ARTICLE VIII.

De l'intenſité de la Lumiere, ou de la couleur des Surfaces brutes, lorſque le plan qui paſſe par leur centre, par le corps lumineux & par l'œil, n'eſt pas perpendiculaire à ces mêmes ſurfaces.

NOUS CESSONS de rendre perpendiculaire à la ſurface matte, le plan qui paſſe par l'œil & par le corps lumineux, & nous allons conſidérer notre ſujet pendant quelques inſtants, d'une maniere plus générale qui aura ſon application dans un bien plus grand nombre de cas, que toutes les recherches particulieres que nous pourrions entreprendre. Nous ſuppoſons toujours que la diſtance du corps lumineux *L* (*fig.* 26), & celle de l'œil *O*, au plan *A B*, ſont extrêmement grandes par rapport au diametre de ce plan. Nous imaginons, après cela, une ſurface ſphérique qui paſſe par le corps lumineux & par l'œil, & dont *C* ſoit le centre. L'œil eſt dans le plan *F Z G*,

Figure 26.

ſphérique l'arc du grand cercle LO, il nous ſera facile d'en déterminer la grandeur ; ſi nous employons pour cela la trigonométrie ſphérique, nous aurons ſimplement à réſoudre le triangle LZO, dans lequel nous connoiſſons les côtés ZL & ZO, de même que l'angle compris ; nous trouverons l'arc LO, & nous chercherons auſſi l'angle ZOL, dont nous aurons beſoin dans la ſuite. Figure 26.

CELA SUPPOSÉ, on voit bien que dans la recherche préſente, nous ne pouvons pas nous borner à conſidérer la numératrice des aſpérités comme une ſimple courbe $CHDH$, & qu'il faut lui faire faire une révolution autour de ſon axe DC, pour avoir une ſurface conoïdale ou ſphéroïdale. L'ordonnée moyenne qui exprime la multitude ou la grandeur des petites faces, dont on reçoit, dans la circonſtance préſente, une réflection utile, ſe trouve dans la numératrice tranſportée en DEC, & cette direction moyenne étant prolongée en Q, diviſe par la moitié l'arc LO, ou l'angle qui fait le rayon incident de lumiere LC, avec le rayon viſuel CO.

AINSI, nous connoîtrons l'angle que fait cette ordonnée moyenne avec l'un & l'autre rayon. Nous n'aurons qu'à chercher auſſi le côté ZQ, dans le triangle ſphérique ZOQ, dont nous connoiſſons ZO, & dont nous aurons déja trouvé QO & l'angle O. Nous aurons

Figure 26. l'angle ZCQ que fait la direction ou ordonnée moyenne CE avec l'axe CD de la numératrice CED; & la connoiſſance que nous aurons de cette ligne courbe, nous donnera la longueur de l'ordonnée moyenne.

DU POINT E, j'abaiſſe la perpendiculaire EM, ſur le rayon viſuel, & je cherche CM. C'eſt un triangle rectangle rectiligne à réſoudre, qui eſt dans le plan LCO, & dont nous avons déja trouvé les angles & l'hypothénuſe CE. Le côté CM repréſentera, comme ci-devant, les petites faces des aſpérités réduites à cauſe de l'obliquité avec laquelle elles reçoivent la lumiere. Enfin, j'éleve du point M dans le plan FZG juſqu'à l'axe CD de la numératrice, une perpendiculaire MP au rayon viſuel, afin d'avoir CP, qui ſera d'autant plus grande par rapport à CM, que la petiteſſe du ſinus de l'angle OCG, formé par le rayon viſuel & la ſurface AB, fait augmenter l'intenſité de la lumiere de cette même ſurface; & il eſt évident que CP nous donnera l'intenſité que nous nous propoſions de découvrir.

LA MÊME méthode peut ſervir, lorſque la ſurface brute eſt éclairée en même temps par pluſieurs corps lumineux, lorſqu'elle l'eſt par exemple, par tous les points du ciel apparent, & qu'elle reçoit la lumiere du jour. Il y aura alors une infinité de petites faces d'inclinaiſons différentes qui contribueront à la réflection.

On trouvera donc une infinité de différentes valeurs de *CP*, & il n'y aura, pour en avoir l'effet total, qu'à avoir recours aux méthodes ordinaires de chercher les intégrales ou les ſommes des quantités élémentaires. Ce ſera encore à peu-près la même choſe, ſi le corps lumineux & l'œil, ne ſont pas à une diſtance qu'on puiſſe regarder comme infinie. Mais alors la recherche ſera beaucoup plus compliquée, puiſqu'il faudra, entr'autres attentions, avoir égard aux changements de l'angle *OCG*, qui ſe trouvera plus ou moins grand pour les différents points de la ſurface *AB*, à peu-près comme nous le faiſions remarquer dans l'Art. VI de la premiere Section. Figure 26.

ARTICLE IX.

De la numératrice des aſpérités dans les Planetes.

LES EXPÉRIENCES que nous avons indiquées dans l'Article II de cette Section, étoient préciſément dirigées comme ſi nous avions voulu découvrir la lumiere que nous renvoye chaque point de la planete dans ſes oppoſitions. Chaque partie de la planete eſt frappée alors plus ou moins obliquement par les rayons du ſoleil, ſelon qu'elle eſt plus ou moins voiſine du bord du diſque de la planete, & nous la voyons auſſi avec la même obliquité. Les circonſtances ſont donc abſolument les mêmes que lorſqu'on faiſoit les obſervations repréſentées par la

ARTICLE X.

Inférer de la numératrice des aſpérités une fois déterminée, le plus ou le moins d'éclat que doivent avoir les différents points de la Planete dans toutes leurs diverſes ſituations par rapport au Soleil.

LA NUMÉRATRICE des aſpérités étant tracée, on peut ſoumettre enſuite fort aiſément au calcul, tous les phénomenes auxquels la lumiere de la planete eſt ſujete, hors même de ſes oppoſitions. Repréſentons cette planete par le globe de la *figure* 27 : elle eſt éclairée par le ſoleil L, qu'il faut imaginer à une diſtance comme infinie, pendant que l'obſervateur eſt auſſi dans un très-grand éloignement ſur la direction EO. La ſituation du point C, dont nous voulons évaluer l'éclat, nous eſt parfaitement connu. Nous ſavons combien il eſt élevé au-deſſus du plan GMK, qui paſſe par le centre de la planete, par celui du Soleil & par l'œil de l'obſervateur. Il eſt élevé de l'arc QC dont CR eſt le ſinus, & le point Q eſt éloigné de tout l'arc QM, du rayon viſuel OM, qui tend au centre de la planete, & qui eſt perpendiculaire à ſon diſque apparent $GFKI$. La ligne EP coupe exactement par la moitié l'angle LEO, que forment les rayons incidents du ſoleil avec nos rayons viſuels, & cet

Figure 27.

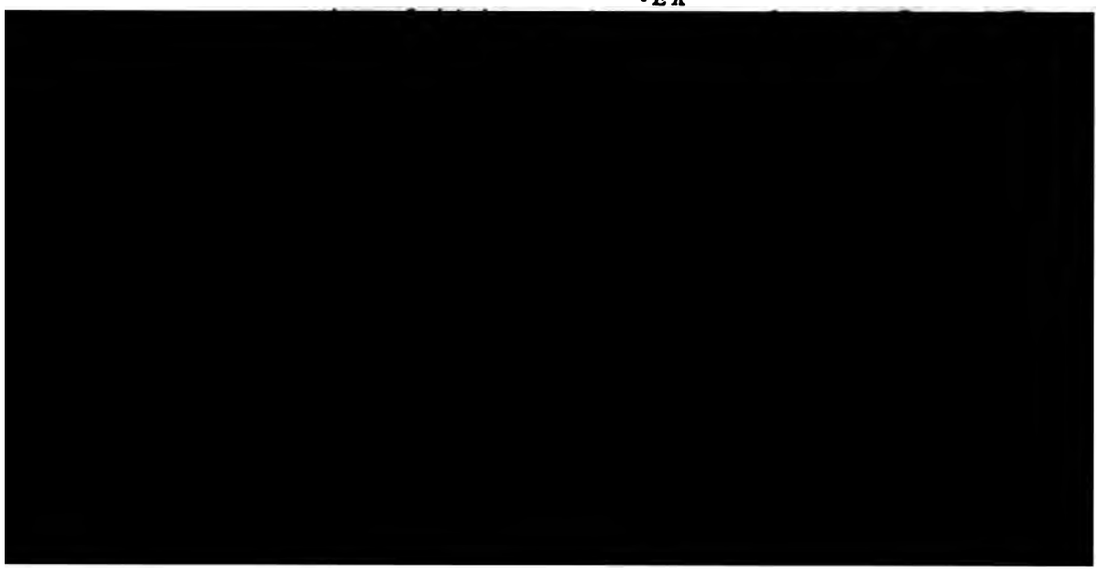
cet angle eſt réputé le même pour tous les points de la ſurface de la planete. Figure 27.

AINSI, la courbe CHD, étant la numératrice des aſpérités de la planete, la ligne moyenne CH, qui diviſe cet angle par la moitié, eſt exactement parallele à EP, & l'angle BCH eſt égal à l'angle ECR, puiſque les côtés de l'un ſont perpendiculaires aux côtés de l'autre. Or l'ordonnée CH, étant proportionnelle au ſinus de l'angle BCH, plus une certaine quantité, elle le ſera donc auſſi à ES, plus une quantité que nous indiquerons par $b \times \left(\frac{ES}{EK}\right)^m$, conformément à ce que nous diſions il n'y a qu'un moment, c'eſt-à-dire, que nous aurons $ES + b\left(\frac{ES}{EK}\right)^m$, pour la ſomme de toutes les petites aſpérités ou faces qui contribuent à rendre brillants les *environs* du point C de la planete.

NOUS MULTIPLIERIONS cette ſomme par le ſinus d'incidence des rayons directs, ſi cet angle n'étoit pas le même pour tous les points de la ſurface de la planete. L'angle OEL étant conſtant, & EP étant parallele à CH, les rayons incidents ſont, avec CH, le même angle qu'avec EP; & c'eſt le complément de cet angle que nous regardons toujours comme celui d'incidence, & qui eſt ici toujours le même. Nous pouvons donc négliger cette multiplication, qui ne changeroit rien dans les rapports que nous voulons découvrir: mais nous

Figure 27. devons faire une extrême attention à l'angle formé par les rayons viſuels, & par la petite partie de la ſurface de la planete qui environne le point *C*. Plus le ſinus de cet angle eſt petit, ou plus les environs du point *C* ſont vus obliquement, plus l'intenſité de leur lumiere doit paroître grande, puiſque la petite ſurface, ſans ſouffrir de diminution dans la lumiere dont elle eſt frappée, occupera moins de place ſur la rétine, comme nous l'avons déja répété tant de fois.

DU POINT *R*, j'abaiſſe la perpendiculaire *RT* ſur le rayon viſuel *OE*, qui tend au centre de la planete; & du point *C*, je conduis la ligne *CT*, qui ſera perpendiculaire au même rayon viſuel, & le ſinus de l'angle *CEO*. Or *CE* étant perpendiculaire à la ſurface de la planete en *C*, & *TC* étant perpendiculaire au rayon viſuel, l'angle *ECT* ſera égal à l'angle que forment en *C* les rayons viſuels avec la ſurface, nous aurons donc *ET* pour le ſinus de cet angle. Ainſi il ne nous reſte plus qu'à diviſer $ES + b\left(\frac{ES}{EK}\right)^m$, qui eſt la ſomme des



employe la Trigonométrie rectiligne ou la ſphérique. Il n'y aura, après cela, qu'à faire le même calcul pour tout autre point, & on verra combien une des deux intenſités de la lumiere eſt plus forte ou plus foible dans un point que dans l'autre. Figure 27.

ARTICLE XI.

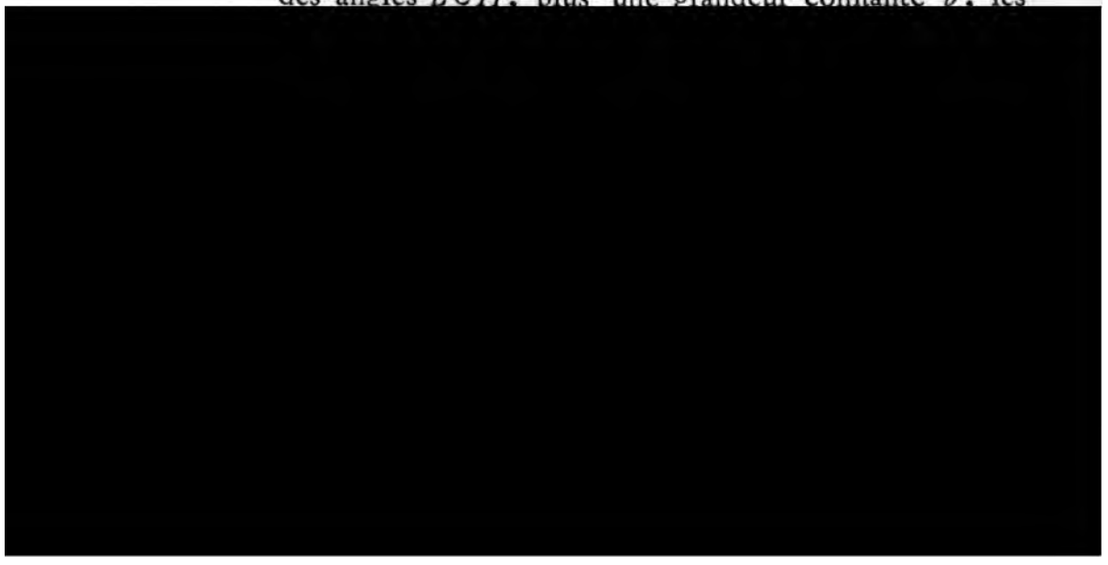
Qu'il y a toujours, ſur la ſurface de la Planete, une infinité de points qui ſont également éclatants les uns que les autres.

AU SURPLUS, il eſt évident qu'il y a ſur la ſurface de la planete une infinité de points qui ont exactement le même éclat, & que cela doit arriver toutes les fois qu'il y a même rapport entre ET & $ES + b\left(\frac{ES}{EK}\right)^m$, qu'entre les quantités correſpondantes qui appartiennent à l'autre point différent de C. Si dans le plan GMK, nous tirons une parallele sr à SR, & que nous conduiſions une parallele tr à TR, & que $\frac{Es + b\left(\frac{Es}{EK}\right)^m}{Et}$ ſoit égale à $\frac{ES + b\left(\frac{ES}{EK}\right)^m}{ET}$, il eſt bien clair que nous n'aurons qu'à élever du point r, interſection de sr & de tr, une perpendiculaire au plan GMK, juſqu'à la ſurface de la planete, & qu'elle nous marquera un autre point qui aura préciſément le même éclat que le premier C.

NOUS AVONS donc le moyen de trouver d'une maniere directe, ou pour ainſi dire *à priori*, quoique dépendamment de quelques obſervations préalables, une infinité de points qui auront le même éclat que le point *C*. Nous ajouterons à *ES* qui eſt connue, l'intervalle *SP* pour $b\left(\frac{ES}{EK}\right)^{m}$. Ayant enſuite conduit *sr* parallelement à *SR*, nous ajouterons auſſi à *Es* la quantité $Sp = b\left(\frac{Es}{EK}\right)^{m}$; & ſi nous tirons une ligne *pt* parallelement à *PT*, en mettant le même rapport entre *Ep* & *Et*, qu'entre *EP* & *ET*, nous aurons le point *t*, d'où il faudra mener *tr* parallélement à *TR*, pour avoir le point de concours *r*, qui répondra exactement au-deſſous du nouveau point *c* de la ſurface de la planete, dont l'éclat eſt le même que celui du premier point *C*.

Des circonſtances dans leſquelles tous les points également lumineux de la planete ſont ſitués ſur des arcs d'Ellipſe.

LORSQUE les Ordonnées *CH* de la numératrice des aſpérités ſeront ſimplement proportionnelles aux ſinus des angles *BCH*, plus une grandeur conſtante *b*, les



points de la ſurface de la planete qui auront le même éclat, ſeront donc ſitués ſur la circonférence d'un petit cercle; mais ce petit cercle vu de loin & projetté ſur le plan *GFK* du diſque, paroîtra un arc d'Ellipſe. En un mot, tous les points de la planete qui ſeront également lumineux, formeront des portions de cette ligne courbe, comme 121 dans la figure 28, & plus ces arcs ſeront éloignés du centre, plus l'éclat en ira en augmentant. C'eſt auſſi ce qui eſt aſſez conforme à l'obſervation, pourvu qu'on excepte dans ces lignes courbes leurs extrémités vers leſquelles les petites aſpérités ſe couvrent, ou ſe cachent les unes les autres.

DANS les oppoſitions, toutes ces Ellipſes ſe convertiſſent en cercles parfaitement concentriques qui augmentent de lumiere en approchant des bords du diſque. Mais il faut toujours néceſſairement pour cela que les petites faces des aſpérités ne ſoient pas ſimplement proportionnelles au co-ſinus *S*, de leur inclinaiſon à l'égard de la grande ſurface; mais que ces co-ſinus ſoient augmentés d'une certaine quantité, qui, quoique peut-être la même pour tous, augmente plus à proportion les uns que les autres.

QUATRIEME SECTION.

De la grandeur abſolue des petites Faces de la même inclinaiſon dans les ſurfaces brutes, & de la quantité de Lumiere totale qu'elles réfléchiſſent.

NOUS N'AVONS comparé juſqu'à préſent la grandeur des petites faces des aſpérités, que les unes avec les autres, ſelon qu'elles étoient plus ou moins inclinées ; mais ne ſeroit-il pas poſſible de les mieux connoître ? Ne pourroit-on pas les déterminer abſolument, ou découvrir quelle partie toutes celles de la même inclinaiſon forment de la grande ſurface ? Ce rapport doit être fini ; car ſi chaque petite face eſt d'une petiteſſe énorme, il s'en trouve d'un autre côté de la même inclinaiſon dans toutes les parties de la grande ſurface, & leur multitude prodigieuſe doit ſuppléer à leur extrême petiteſſe. Nous avons auſſi déja vu, qu'en fait de réflection, l'effet des aſpérités en hémiſphere, eſt très-comparable à celui que produit toute la ſurface, lorſqu'elle eſt parfaitement polie. Les aſpérités de toutes les autres figures ont certainement des propriétés analogues, & nous ne devons pas nous borner à connoître de ſimples relations, s'il nous eſt poſſible de parvenir à la détermination des grandeurs abſolues.

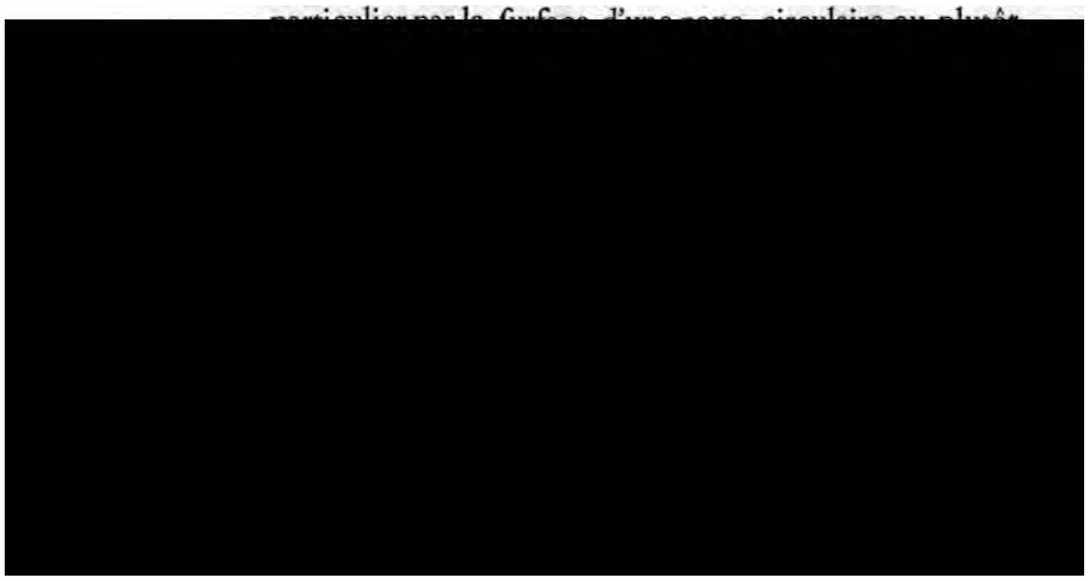
ARTICLE I.

Déterminer, dans les Surfaces brutes, le rapport qu'il y a entre leur étendue totale, & celle des petites Faces de chaque inclinaiſon.

CE PROBLÈME n'eſt pas auſſi difficile qu'il peut le paroître d'abord. Plus il y a de petites faces d'une certaine inclinaiſon, moins il doit y en avoir des autres; car, puiſqu'elles occupent chacune une certaine place ſur la grande ſurface, elles ſe donnent toutes les unes aux autres une eſpece d'excluſion. Connoiſſant donc par nos obſervations la loi que ſuivent, dans leur diſtribution, les petites faces, nous n'avons qu'à partager l'étendue de la grande ſurface ſelon cette loi, & nous aurons la partie qui eſt occupée par les petites faces de chaque inclinaiſon. Il nous ſuffira, dans cet examen, de ne pas perdre de vue une attention qui eſt eſſentielle : c'eſt que les petites faces de la même grandeur occupent plus ou moins d'eſpace, ſelon qu'elles ſont plus ou moins inclinées. Une petite face qui eſt parallele à la grande ſurface, embraſſe un eſpace auſſi grand qu'elle, au lieu que les autres en embraſſent beaucoup moins.

NOUS VOYONS, après cela, deux différentes manieres de réſoudre le problême; l'une qui ſeroit peut-être

plus élégante, à la conſidérer géométriquement; l'autre peut-être plus conforme à la Phyſique ou à la nature même de la choſe. Nous pourrions ſubſtituer, par la penſée à toutes les petites aſpérités, un grand conoïde qui leur fût ſemblable, & qui couvrît toute la grande ſurface; & de cette ſorte la queſtion ſe réduiroit à chercher la figure des aſpérités, par le rapport qu'il y a entre les petites faces de différentes inclinaiſons. Nous avons ſuivi cette méthode à l'égard des ſurfaces dont les rugoſités préſentent de petites faces égales vers tous les côtés. Les aſpérités ont alors la forme de petits hémiſpheres, & nous en avons imaginé un grand qui leur fût ſeul équivalent à tous. Mais il y a bien lieu de croire que toutes les petites aſpérités ne ſont pas ſemblables, & que quelques-unes n'offrent pas de petites faces de toutes les inclinaiſons. Quelques-unes en préſentent plus, d'autres moins, & l'irrégularité ne diſparoît qu'à cauſe de leur nombre extrême, dans chaque partie ſenſible de la grande ſurface. Quoi qu'il en ſoit, nous repréſenterons l'étendue des faces de chaque inclinaiſon en

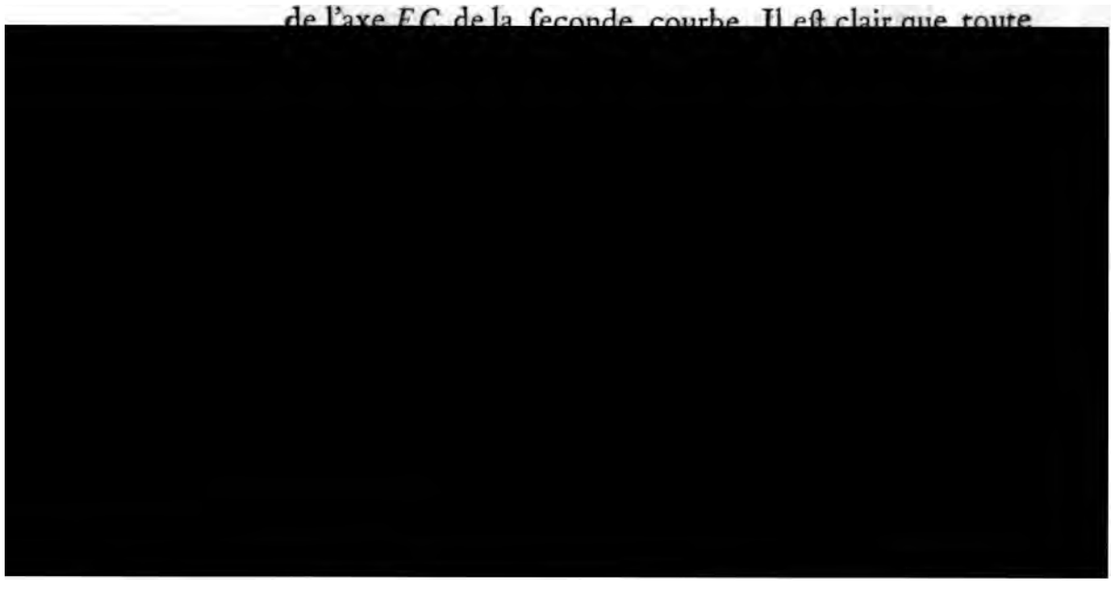


lement la lumiere à la ronde ſous chaque inclinaiſon, ce qui eſt exactement vrai dans une infinité de cas ; & nous feindrons en même temps auſſi, mais pour la ſeule diſtinction de notre figure, que ces zônes ſont poſées comme par échelons, les unes au-deſſus des autres, d'une maniere interrompue.

SOIT DONC *CHDT* (*fig.* 29), la numératrice des aſpérités de la ſurface *AB*. Nous connoiſſons par nos expériences, la relation qu'il y a entre les ordonnées *CH*, *CD* de cette courbe ; nous ſavons quelle eſt la forme de cette courbe, ou, ſi on veut, quelle en eſt la nature ; mais nous voulons donc actuellement en régler la grandeur exacte, ou en découvrir les dimenſions abſolues. Figure 29.

NOUS COMMENCERONS par changer cette courbe en une autre *EKC*, dont les ordonnées correſpondantes ſeront comme les racines quarrées des ordonnées de la premiere. Celles de *EKC*, ſerviront de rayons aux zônes dont nous venons de parler ; & les portions ſemblables de ces différentes zônes, étant comme les quarrés de leur rayon, ces portions ſeront réellement proportionnelles aux ordonnées de la numératrice *CHD* des aſpérités, comme il faut qu'elles le ſoient, pour tenir lieu de la ſomme de toutes les petites faces de chaque inclinaiſon.

Figure 29. NOUS NE POUVONS gueres nous diſpenſer, dans cette Section, de même que nous y avons déja été obligés dans quelques-uns des Articles de la Section précédente, d'avoir recours à l'Analyſe algébrique. Tous nos lecteurs doivent ſavoir que la Géométrie & l'Algebre ſont comme la Logique de la vraie Phyſique, & ceux d'entr'eux qui ne ſeroient pas aſſez verſés dans ces hautes ſciences, n'auront qu'à paſſer nos calculs, & ſe contenter d'en voir les ſeuls réſultats. Nous nommons a le rayon AC de la ſurface AB, qu'il nous eſt toujours permis de rendre circulaire, & c ſa circonférence. Nous aurons $\frac{1}{2}ac$ pour ſon étendue. Nous déſignerons de plus par s les ſinus des angles variables FCA, qui ſont les compléments des inclinaiſons des petites faces; z exprimera les ordonnées correſpondantes CH, de la numératrice, qui ont avec s une relation connue par nos obſervations, & dont la plus grande valeur eſt égale au ſinus total a; u déſignera les ordonnées CK de la ſeconde déterminatrice, leſquelles ſont comme les racines quarrées des ordonnées de la premiere. Enfin r marquera la longueur de l'axe EC de la ſeconde courbe. Il eſt clair que toute



ſeconde, nous aurons $u^2 = \frac{r^2 z}{a}$. Ainſi nous aurons KC ou $u = r\sqrt{\frac{z}{a}}$. Cette ordonnée ſert de rayon au petit arc Kk qui, en faiſant une révolution autour de l'axe CE, forme la zône par laquelle toutes les petites faces de même inclinaiſon ſont repréſentées. Nous obtiendrons l'étendue de cette zône en multipliant KL, qui eſt ſa hauteur verticale, par la circonférence du cercle dont KC eſt le rayon. A l'égard de KL, nous l'avons par cette proportion, $FC = a : FG = ds :: KC = \frac{r\sqrt{z}}{a} : KL = \frac{r\,ds}{a}\sqrt{\frac{z}{a}}$; & la circonférence, dont KC eſt le rayon, étant $KC \times \frac{c}{a}$ ou $\frac{cr}{a}\sqrt{\frac{z}{a}}$, nous aurons $\frac{cr^2 z\,ds}{a^3}$ pour la ſurface de la zône. Figure 29.

IL EST ÉVIDENT, d'un autre côté, que cette zône occupe ſur la ſurface AB, une étendue d'autant moindre, qu'elle fait un plus grand angle avec cette ſurface. Le petit arc Kk ſe projette en Mm, qui eſt d'autant plus petite par rapport à Kk, que $FP = s$ l'eſt à l'égard du ſinus total $FC = a$. Nous aurons donc $\frac{cr^2 z s\,ds}{a^4}$, pour la projection entiere de la zône, ou pour la partie de la ſurface AB qui lui ſert de baſe. Mais puiſque nous connoiſſons la relation qu'il y a entre toutes les ordonnées de la numératrice CHD des aſpérités, & le ſinus $FP = s$, nous pouvons réduire la projection $\frac{cr^2 z s\,ds}{a^4}$, à une ſeule variable, ce qui nous permettra de l'intégrer ou d'avoir la valeur de $\frac{cr^2}{a^4}\int z s\,ds$, ſomme des baſes de toutes les petites faces ou aſpérités. Or cette ſomme doit être égale

Figure 29. à l'aire $\frac{1}{2}ac$ de la surface entiere AB qui sert de base à toutes les petites faces ou aspérités dont elle est couverte. Nous aurons donc l'équation $\frac{cr^2}{a^4}\int zsds = \frac{1}{2}ac$, dont nous tirons $r^2 = \frac{a^5}{2\int zsds}$; & c'est tout ce que nous voulions découvrir.

AYANT TROUVÉ la valeur de r ou de l'axe CE, de la seconde déterminatrice des aspérités, nous aurons les quarrés de ses ordonnées u ou KC, d'une maniere également connue $u^2 = \frac{a^4 z}{2\int zsds}$. Ainsi nous saurons à quelle sphere particuliere chaque petite face d'une certaine inclinaison doit être comparée; & au lieu d'avoir de simples rapports comme ci-devant, nous soumettrons désormais à un calcul exact la quantité absolue de la lumiere réfléchie, pourvû qu'il n'y en ait aucune partie d'absorbée. Cette derniere partie, nous pourrons même aussi la découvrir, en comparant notre calcul avec l'observation immédiate.

AU SURPLUS, la surface AB étant un cercle dont a [redacted]

elle n'eſt ſujette à aucune extinction, ſera diminuée, comme on le ſait, par l'éloignement, dans le même rapport, que le quarré de la diſtance à laquelle on la reçoit, ſera plus grand que le quart des quarrés r^2 ou u^2, puiſque nos petites zônes ne ſont autre choſe que des portions de ſphéres. *

ARTICLE II.

Application de la ſolution précédente aux platines d'argent mat, & aux ſurfaces de plâtre; & détermination préciſe de la quantité de lumiere abſorbée par ces dernieres ſurfaces.

CES DEUX diverſes ſurfaces ne différent pas extrêmement dans la loi que ſuit la réflection qu'elles produiſent; & on peut preſque toujours négliger les différences qui ſe trouvent principalement en bas entre les numératrices des aſpérités; car cette partie inférieure répond aux petites faces qui ſont de fort grands angles avec la ſurface *AB* (*figure 29*), & cette ſituation eſt cauſe qu'elles y occupent beaucoup moins de place. Cependant nous avons cru ne pas devoir confondre ces deux ſortes de ſurfaces, & nous avons voulu en faire les calculs abſolument à part. On ſe ſouvient que la numératrice des aſpérités pour l'argent mat, n'eſt pas Figure 29.

* Voyez l'Article V. de la premiere Section de ce Livre.

Figure 29. fort différente de deux arcs de cercle, qui ſont chacun de 114 degrés, & qui ont DC pour corde commune. Cette obſervation importante fera que nous pourrons intégrer parfaitement nos formules générales pour ces plâtines, au lieu que, dans la plûpart des autres cas, on n'y réuſſira que par approximation. Je tire du point C la tangente CQ à un des arcs DHC, DTC. Je nomme e le ſinus QS, & f le coſinus CS ou DV. De plus j'abaiſſe FR perpendiculairement ſur QC, & je nomme x cette perpendiculaire ou ce ſinus qui eſt variable.

LA TRIGONOMÉTRIE nous apprend que le ſinus FP de la ſomme des deux arcs AQ & FQ, eſt égal à $\frac{fx+e\sqrt{a^2-x^2}}{a}$. Cette expreſſion eſt celle de FP, que nous avions nommé s dans notre ſolution générale. D'un autre côté, les cordes $HC=z$, étant continuellement proportionnelles aux ſinus $FR=x$ dans cet examen particulier où il s'agit de la réflection cauſée par les platines d'argent mat, ou par la ſurface du plâtre, nous aurons cette analogie $DV=f : DC=a :: FR=x : HC=z=\frac{ax}{f}$: Ainſi nous

[redacted]

par l'intégration effective ſe change dans l'équation Figure 29.
$r^2 = \frac{\frac{1}{2}a^6 f}{(f^2-e^2)x^3 + 2efx^2\sqrt{a^2-x^2} + a^2 ef\sqrt{a^2-x^2} - a^3 ef}$.
Il ne reſte plus qu'à y mettre $DV = f$ pour la plus grande valeur de x, & $VC = e$, pour la derniere de $\sqrt{} - a^2 - x^2$; & on trouvera enfin $r^2 = \frac{\frac{1}{2}a^6}{a^2e^2 + e^2f^2 + f^4 - a^2e^2}$ & $r^2 = \frac{3a^2}{2a-2e}$, ou $r = a\sqrt{\frac{3a}{2a-2e}}$.

AINSI on voit que l'axe CE de la ſeconde déterminatrice CKE des aſpérités de l'argent mat, ou que le rayon des petites faces qui ſont paralleles à la ſurface AB, eſt ſenſiblement plus grand que le rayon CA ou CD de cette même ſurface. Il ne lui eſt pas égal, comme cela arrive lorſque les petites aſpérités ſont équivalentes à de petits hémiſpheres, parce que les petites faces obliques ſont ici plus petites ou en moindre nombre, ce qui eſt à l'avantage des autres faces, puiſque tout l'eſpace qui n'eſt pas occupé par les unes, le doit être néceſſairement par les autres. Les arcs DHC & DTC, étant chacun de 114 degrés, l'angle DCQ eſt de 57 degrés, & l'angle ACQ de 33 degrés, dont e & f, ſont le ſinus & le coſinus, & on trouve CE de 1815 parties à proportion de 1000 pour CD. S'il s'agit donc de la réflection qui ſe fait perpendiculairement à la ſurface AB, nous pouvons déſormais employer la proportion ſur laquelle nous avons ſi fort inſiſté. Prenant le quarré de la moitié de CE, nous le comparerons au quarré de la diſtance à laquelle on recevra la lumiere réfléchie, &

Figure 29. on ſaura combien la réflection affoiblit cette lumiere, en ſuppoſant qu'il n'y en ait aucune partie d'abſorbée.

A L'ÉGARD du plâtre, il m'a paru plus ſûr de ne pas attribuer une courbure fictice Géométrique à la numératrice de ſes aſpérités; mais d'emprunter de la Table de l'Article III. de la Section précédente, les valeurs de z, ou le rapport qu'il y a entre ſes petites faces imperceptibles, & de les introduire immédiatement dans nos formules $r^2 = \frac{a^5}{2\int zsds}$ & $u^2 = \frac{a^4 z}{2\int zsds}$. J'ai enſuite cherché les intégrales par approximation, & je l'ai fait non-ſeulement pour le plâtre, mais auſſi pour le papier de Hollande. La table ſuivante contient le petit nombre de réſultats qu'il m'a paru ſuffiſant de calculer.

Table des Valeurs de $\frac{a^4 z}{2\int zsds}$ *ou des ordonnées* CK *de la* fig. 29, *élevées au quarré, dont le quart exprime les quantités de lumiere réfléchie par le plâtre & par le papier de Hollande, en ſuppoſant qu'il n'y a aucune extinction de rayons.*

CES VALEURS ſont les quarrés des demi-diametres des zones ſphériques qui ſont parfaitement équivalentes aux petites faces que préſentent les aſpérités des ſurfaces du plâtre & du papier de Hollande. Ainſi, il n'y a déſormais qu'une ſimple proportion à faire, conformément à ce que nous avons établi dans la premiere Section de ce troiſieme Livre, pour avoir les quantités de lumiere que réfléchiſſent ces ſurfaces à une diſtance D; cette diſtance ſera exprimée en parties dont le demi-diametre de la ſurface circulaire AB en contient 100, & on dira enſuite, le quarré D^2 eſt à l'intenſité de la lumiere que reçoit la ſurface, comme le quart de la valeur de CK^2, marquée dans la petite Table, eſt à l'intenſité de la lumiere réfléchie à la diſtance D. Il faut néanmoins faire encore toujours une réduction pour l'angle d'incidence, ſi les rayons ne tombent pas perpendiculairement ſur les petites faces qui produiſent la réflection. Figure 29.

LORSQU'ON ſe conforme à cette regle pour découvrir combien un diſque de plâtre d'un pouce de diametre renvoye de lumiere à 3 pouces de diſtance dans le ſens perpendiculaire, pendant qu'il eſt éclairé ſelon la même direction, on trouve que c'eſt environ la 58me partie, au lieu que ce ne ſeroit que la 144me, ſi les petites aſpérités étoient équivalentes à de petits hémiſpheres. Il eſt vrai, que ſi l'incidence ne ſe fait pas ſous un angle droit, mais ſous un angle de 75 degrés, il faudra,

Figure 29. comme nous venons de le dire, diminuer un peu cette 58me partie, en ſuivant le rapport des ſinus d'incidence; mais la différence ſera peu conſidérable. Eu égard à tout, le plâtre pourroit renvoyer environ la 60me partie de la lumiere qu'il reçoit; mais cette quantité eſt bien différente de celle que nous a fourni l'expérience, puiſque nous avons obſervé qu'il n'y a eu réellement de réfléchie que la 149 ou 150me partie de la lumiere reçue. Il ſuit de-là, que le plâtre, malgré ſon extrême blancheur, abſorbe ou éteint beaucoup de rayons. De 10000 qui le frappent, il devroit y en avoir 166 ou 167 de réfléchis, & il n'y en a réellement que 67. Sur 167 rayons il s'en trouve donc 100 qui ſont éteints, ou environ les trois cinquiemes.

ARTICLE III.

Application de la ſolution générale de l'Article I. à la numératrice des aſpérités qui paroît convenir le mieux à pluſieurs Planetes.

NOUS AVONS reconnu que la numératrice des aſpérités pour pluſieurs planetes, ne pouvoit pas être auſſi étroite que la numératrice des aſpérités de notre plâtre, & qu'il falloit même donner plus de largeur à cette ligne courbe pour ces corps celeſtes, qu'à un cercle parfait. Continuant à nommer a le ſinus total & s le coſinus des inclinaiſons des petites faces, ou les ſinus des angles

ACH, *ACG* (*fig.* 21), nous prendrons, comme nous l'avons déja fait, pour les ordonnées z de la numératrice, les quantités $s+b\left(\frac{s}{a}\right)^m$; faiſant enſuite les ſubſtitutions néceſſaires dans nos formules générales $r^2=\frac{a^5}{2\int zsds}$ & $u^2=\frac{a^4z}{2\int zsds}$, qui nous donnent les quarrés de l'axe $CE=r$ de la ſeconde déterminatrice *GKEN*, des aſpérités (*fig.* 29) & de ſes ordonnées variables $CK=u$, nous aurons $r^2=\frac{3a^4}{2a+\frac{6}{m+2}b}$ & $u^2=\frac{3a^2s+3a^2bs^m}{2a+\frac{6}{m+2}b}$, qui déterminent les ſphéres dont les ſurfaces ſont propres à repréſenter toutes les petites aſpérités des parties ſenſibles de la planete.

SUPPOSÉ qu'on puiſſe, comme il y a bien lieu de croire, au moins juſqu'à ce que nous ayons un plus grand nombre d'obſervations, regarder comme abſolument conſtante la quantité ajoutée aux ſinus s des inclinaiſons des petites faces, l'expoſant m deviendra nul, & les ordonnées z de la numératrice étant proportionnelles à $s+b$, nous aurons alors pour la ſeconde déterminatrice $r^2=\frac{3a^4}{2a+3b}$ & $u^2=\frac{3a^4b+3a^2s}{2a+3b}$.

ARTICLE IV.

De la Lumiere totale que nous réfléchiſſent les Planetes dans leurs différentes phaſes.

IL SE PRÉSENTE un très-grand nombre de recherches, ſur la lumiere des planetes. Nous avons déja examiné dans la Section précédente, combien ces corps céleſtes ſont plus lumineux dans quelques points de leur diſque que dans d'autres, lorſqu'ils n'ont point de tache. On peut demander encore le rapport qui ſe trouve entre leur lumiere totale dans leurs différentes phaſes. Nous tâcherons de réſoudre cette ſeconde queſtion.

Figure 27. LA FIGURE 27, nous repréſente la planete qui eſt éclairée par le Soleil, ſelon la direction LE, pendant que l'Obſervateur eſt ſitué ſur EO à une diſtance qu'on peut auſſi regarder comme infinie. Nous ne répétons pas tout ce que nous avons déja dit pour ſervir d'explication à cette figure, & nous n'entrons dans aucun détail ſur la maniere de trouver la valeur de ES & de ET. Nous nommerons a le rayon du globe, y le ſinus CR de l'arc DQ, dont le point C eſt élevé ou abaiſſé par rapport au plan GMK, t le ſinus QZ de l'angle que fait QE avec la ligne EP, qui diviſe par la moitié l'angle que forment les rayons incidents de la lumiere avec les rayons

viſuels, & enfin g le ſinus de la moitié de ce dernier angle. Nous aurons après cela $ES = \frac{\sqrt{a^2-y^2}\sqrt{a^2-t^2}}{a}$ & $ET = \frac{\sqrt{a^2-g^2}\sqrt{a^2-t^2}\sqrt{a^2-y^2} - gt\sqrt{a^2-y^2}}{a^2}$. Figure 27.

LA PREMIERE de ces quantités eſt le ſinus de complément de l'inclinaiſon des petites faces qui ſervent aux environs de C à la réflection de la lumiere dans le cas préſent, & l'autre quantité ET eſt le ſinus de l'angle ECT, qui eſt égal à celui que font les rayons viſuels, ou pour mieux dire, les rayons réfléchis avec la ſurface de la planete dans les environs du même point, puiſque CT eſt perpendiculaire à ces rayons, de même que EC l'eſt à la ſurface du globe.

SI NOUS concevons après cela à côté du quart de cercle FQ, un autre quart de cercle Fq infiniment voiſin du premier, nous aurons $\frac{adt}{\sqrt{a^2-t^2}}$ pour la valeur du petit arc Qq, & il faudra multiplier ce petit arc par $CX = dy$ conformément à la doctrine d'Archimede, pour avoir le petit trapeze, qui étant compris ſur la ſurface de la planete entre les deux quarts de cercle FQ, & Fq, a le petit arc Cx pour hauteur inclinée. Nous aurons donc $\frac{adydt}{\sqrt{a^2-t^2}}$ pour ce petit trapeze, & il nous reſte à découvrir combien il contient de petites faces qui contribuent à la réflection à proportion de ſa grandeur, ou ce qui revient au même, nous devons chercher le rayon de la petite ſphere qui lui eſt comparable.

Figure 27. NOUS POUVONS à la rigueur nous contenter de multiplier la petite ſurface ſphérique $\frac{adydt}{\sqrt{a^2-t^2}}$, qui répond à Cx, par $ES+b\left(\frac{ES}{EK}\right)^m$, ou par $\frac{\sqrt{a^2-y^2}\sqrt{a^2-t^2}}{a}+\frac{b\times a^{2\frac{1}{2}m}\times a^{2\frac{1}{2}m}}{a^{2m}}$, qui étant le ſinus ES de l'angle BCH, augmenté d'une certaine quantité $b\left(\frac{ES}{EK}\right)^m$, exprime la ſomme des petites faces de même inclinaiſon, dont BCH eſt le complément. C'eſt la même choſe, quant au rapport entre les quantités totales de lumiere, que de multiplier, par le quart du quarré u^2 des ordonnées de la ſeconde déterminatrice, puiſque ces quarrés ſont proportionnels aux ordonnées z de la numératrice. Il nous vient donc $dydt\sqrt{a^2-y^2}+\frac{bdydt\times a^{2\frac{1}{2}m}\times a^{2\frac{1}{2}m-1}}{a^{2m-1}}$, pour la ſomme de petites faces qui réfléchiſſent la lumiere d'une maniere efficace dans le cas préſent; mais il faut y faire une réduction, en la diminuant dans le même rapport que le ſinus d'incidence de la lumiere directe eſt plus petit que le ſinus total. C'eſt-à-dire, que la valeur que nous venons de trouver, doit être diviſée par le ſinus total a, & multipliée par le ſinus d'incidence, qui eſt $\sqrt{a^2-g^2}$, puiſque CH étant parallele à PE & perpendiculaire aux petites faces, l'angle d'incidence eſt le complément de l'angle NEP, dont g eſt le ſinus. Nous aurons par conſéquent $\frac{dtdy\sqrt{a^2-y^2}\sqrt{a^2-g^2}}{a}+\frac{bdtdy\times a^{2\frac{1}{2}m}\times a^{2\frac{1}{2}m-\frac{1}{2}}\times\sqrt{a^2-g^2}}{a^{2m}}$, pour la quantité de lumiere que nous renvoye chaque

petit trapeze élementaire $\frac{adtdy}{\sqrt{a^2-y^2}}$ de la ſurface de la planete. Figure 27.

MAIS CETTE lumiere eſt elle-même une quantité élémentaire, & il eſt évident qu'il faut l'intégrer deux fois, puiſqu'elle eſt, à cauſe de la petiteſſe du trapeze, un infiniment-petit du ſecond ordre. L'intégration du premier terme dépend de la quadrature du cercle ; celle du ſecond peut en dépendre auſſi ; mais elle peut ſe trouver beaucoup plus compliquée, & ce ſecond terme peut d'autres fois s'intégrer parfaitement. Nous ne nous livrons pas à ces recherches qui appartiennent abſolument à la Géométrie : nous examinerons ſimplement la choſe dans deux hypotheſes particulieres : 1°, lorſque $m=0$; & 2°, lorſque $m=2$.

DANS *la premiere hypotheſe* qui donne $ES+b$, pour les ordonnées CH de la numératrice des aſpérités, notre lumiere élementaire ſe réduit à $\frac{dtdy\sqrt{a^2-y^2}\sqrt{a^2-g^2}}{a} + \frac{bdtdy\sqrt{a^2-g^2}}{\sqrt{a^2-t^2}}$. Nous l'intégrons d'abord en ſuppoſant ſeulement y ou CR variable ; & ſi nous prenons Q pour l'aire du quart de cercle dont a eſt le rayon, nous aurons $\frac{Qdt\sqrt{a^2-g^2}}{a} + \frac{abdt\sqrt{a^2-g^2}}{\sqrt{a^2-t^2}}$, pour la quantité de lumiere réfléchie par le petit triangle ſphérique entier QFq. Paſſant après cela à la ſeconde intégration dans laquelle les ſinus t ou QZ ſont variables, il nous viendra

Figure 27. $\frac{\sqrt{a^2-g^2} \times Q \times \text{sin. de } KW}{a} + b\sqrt{a^2-g^2} \times KW$, pour la quantité de lumiere réfléchie par toute la ſurface de la planete, qui s'étend depuis la ligne moyenne EW juſqu'au bord FK du diſque. Nous aurons encore une autre quantité égale pour la lumiere réfléchie par toute la ſurface, qui en commençant à la ligne moyenne EW, va de l'autre côté juſqu'à la ſéparation de la lumiere & de l'ombre. Ainſi la partie éclairée totale, tant celle qui eſt au-deſſus du plan GMK qu'en-deſſous, nous renvoyera la quantité de lumiere $\frac{4Q\sqrt{a^2-g^2} \times \text{sin. de } KW}{a} + 4b\sqrt{a^2-g^2} \times KW$, *formule qui eſt générale pour toutes les phaſes de la planete* dans la premiere hypotheſe.

SI LA PLANETE eſt dans ſes oppoſitions, l'angle MEW diſparoîtra; g deviendra nul, & nous aurons $4aQ + 8bQ$ pour la lumiere totale; au lieu que ſi la planete eſt dans ſes quadratures, l'angle MEW ſera de 45 degrés de même que l'angle NEW, & nous aurons $2aQ + 2\sqrt{2} \times bQ$. Ainſi la lumiere que nous recevrions dans l'oppoſition, ſeroit à celle que nous recevrions dans les quadratures, comme $2a + 4b$ eſt à $a + b\sqrt{2}$, & elle n'auroit pas dans le ſecond cas la moitié de la force qu'elle auroit dans le premier.

DANS *la ſeconde hypotheſe*, ou lorſque $m = 2$, nous avons $ES + b \times \frac{ES^2}{EK}$ pour les ordonnées CH de la numératrice des aſpérités, & notre lumiere élementaire

$dtdy$

$\frac{dtdy\sqrt{a^2-y^2}\sqrt{a^2-g^2}}{a} + \frac{bdtdy \times \overline{a^2-y^2}^{\frac{1}{2}m} \times \overline{a^2-t^2}^{\frac{1}{2}m-\frac{1}{2}} \times \sqrt{a^2-g^2}}{a^{2m}}$,

se réduira à $\frac{dtdy\sqrt{a^2-y^2}\sqrt{a^2-g^2}}{a} +$ Figure 27.
$\frac{bdt\sqrt{a^2-g^2}\sqrt{a^2-t^2} \times a^2dy-y^2dy}{a^4}$. La premiere intégration donnera $\frac{dt\sqrt{a^2-g^2} \times Q}{a} + \frac{2}{3} \times \frac{bdt\sqrt{a^2-t^2}\sqrt{a^2-g^2}}{a}$; & la ſeconde, $Q\frac{\sqrt{a^2-g^2}}{a} \times$ ſin. de $KW + \frac{1}{3} \times b\sqrt{a^2-g^2}$ $\left(\frac{a \times KW + \text{ſin. } KW \times \text{ſin. de } MW}{a}\right)$. Cette intégrale n'exprime la lumiere que pour une partie de la ſurface, qui eſt d'un des côtés de EW, & il faut la quadrupler pour comprendre auſſi les parties qui ſont au-deſſous du plan GMK. C'eſt-à-dire, que nous aurons pour le tout, $\frac{4Q\sqrt{a^2-g^2} \times \text{ſin. de } KW}{a} + \frac{4}{3} \times \frac{b\sqrt{a^2-g^2}}{a}$ ($a \times KW +$ ſin. de $KW \times$ ſin. de MW), qui exprime donc alors toute la lumiere réfléchie vers nous par la partie éclairée de la planete dans toutes ſes différentes phaſes.

CETTE QUANTITÉ devient $4aQ + \frac{8}{3}a^2b$ dans les oppoſitions, & $2aQ + \frac{2+\sqrt{2}}{3}a^2b$ dans les quadratures. Ainſi la planete nous éclaire toujours moins à proportion dans ſes quadratures, que dans ſes oppoſitions; elle perd, dans l'une & l'autre hypotheſe, plus de la moitié de ſa lumiere, en paſſant de l'oppoſition aux quadratures; car $2aQ + \frac{2+\sqrt{2}}{3}a^2b$, eſt moindre que la moitié de $4aQ + \frac{8}{3}a^2b$, de même que dans la premiere hypotheſe, $a + b\sqrt{2}$ étoit moindre que la moitié

Figure 27. de $2a+4b$. Au ſurplus, je ne crois pas qu'il ſoit poſſible de choiſir entre les deux, par des obſervations faites ſur la lune, à cauſe de la multitude des taches de cette planete; on y réuſſiroit peut-être ſur Venus.

MAIS nous ne connoiſſons toujours que les rapports entre les lumieres totales; nous ne connoiſſons pas ces lumieres abſolument comme nous le ſouhaitions, ou ce qui revient au même, nous ignorons toujours le rapport qu'elles ont avec la lumiere que reçoit la planete. Il eſt vrai qu'il nous ſuffit de trouver ce dernier rapport pour une ſeule phaſe, & que nous n'aurons qu'à changer tous les réſultats précédents proportionnellement. Il nous reſte donc à réſoudre le problême rigoureuſement pour les oppoſitions, ſuppoſé que nous les préférions, comme cela eſt très-naturel.

ARTICLE V.

Trouver dans l'oppoſition des Planetes, quelle partie elles doivent nous renvoyer de la Lumiere qu'elles reçoivent du Soleil, en ſuppoſant qu'il n'y ait aucun rayon éteint.

NOUS RETOURNONS dans cette nouvelle recherche à la formule que nous avons trouvée à la fin du premier Article de cette Section. Nous avons vu

que a & c, étant le rayon & la circonférence de la ſurface circulaire AB (*fig.* 29), on avoit pour tous les rayons u ou CK, des ſpheres qui ſont équivalentes aux petites faces des aſperités, l'expreſſion générale $u^2 = \frac{a^4 z}{2\int z s ds}$, dans laquelle s déſigne les coſinus FP des inclinaiſons des petites faces, & z les ordonnées HC de la numératrice, ou la ſomme de toutes les petites faces qui ſont également inclinées de chaque côté. Figure 29.

CELA SUPPOSÉ, nous regardons le globe ADB de la figure 13, comme la planete qui eſt éclairée par les rayons du Soleil paralleles à KD, & qui eſt vue par un obſervateur ſitué ſur la même direction. Nous concevons après cela la ſurface de la planete, comme partagée en une infinité de zones qui ſont formées par la révolution des petits arcs Ee autour de l'axe CD. Chaque zone offrira au ſoleil & au ſpectateur, de petites faces préciſément de la même inclinaiſon, & la réflection ſe fera perpendiculairement de même que l'incidence. Le complément de l'inclinaiſon des petites faces ſera marqué par l'arc AE; nous aurons donc FE pour le coſinus s. Nous aurons en même temps cds pour l'étendue de chaque zone, & nous n'aurons qu'à faire l'analogie ſuivante pour trouver le rayon de la ſphere à laquelle elle eſt équivalente en fait de réflection. L'aire $\frac{1}{2}ac$ eſt à $u^2 = \frac{a^4 z}{2\int z s ds}$, comme cds eſt à $\frac{a^4 z ds}{\int z s ds}$, & ce quatrieme terme ſera le quarré du rayon de la ſphere infini-

ment petite, qui ſeule eſt capable du même effet que les petites faces de la zone cds. Ce quarré eſt proportionnel à la ſomme des petites faces qui ſont efficaces dans le cas préſent : il eſt un des termes de la proportion dont nous avons commencé à faire uſage dès la premiere Section de ce ſecond Livre. Ce quarré ou plutôt ſon quart, tient lieu de la lumiere réfléchie par la zone entiere, & il eſt l'élément immédiat de la lumiere totale. Nous n'avons, outre cela, aucune réduction à y faire, puiſque l'incidence eſt perpendiculaire. Nous intégrons ; & il nous vient : u^2 ou plutôt $r^2 = \frac{a^3 \int z\,dz}{\int z s\,ds}$ c'eſt l'*expreſſion abſolument générale du quarré du rayon d'une ſphere, qui étant parfaitement polie, réfléchiroit préciſément la même lumiere que la planete dans ſes oppoſitions.*

SI, POUR FAIRE quelqu'uſage de cette formule, nous ſuppoſons que les ordonnées de la numératrice ſont égales à $s + b\left(\frac{s}{a}\right)^m$, c'eſt-à-dire, qu'elles ſont proportionnelles aux cordes du cercle $ChDg$ de la fig. 21, mais augmentées de la quantité $b\left(\frac{s}{a}\right)^m$, nous trouverons par les ſubſtitutions & par l'intégration $\frac{a^3 + \frac{2}{m+1} a^2 b}{\frac{2}{3}a + \frac{2}{m+2} b}$, pour le quarré du rayon de la ſphere dont la ſurface ſeroit polie, & dont l'effet ſeroit le même que celui de la planete. Nommant D la diſtance à laquelle on reçoit la lumiere renvoyée, il ne reſtera plus qu'à faire cette proportion : D^2 eſt à la force de la lumiere ſur la planete,

comme le quart de $\frac{a^3+\frac{2}{m+1}a^2b}{\frac{2}{3}a+\frac{2}{m+2}b}$, eſt à la force de la lumiere réfléchie dans les oppoſitions.

NOUS nous bornons au ſeul cas, peut-être encore aſſez général, dans lequel $m=0$, ce qui convertit l'expreſſion $s+b\left(\frac{s}{a}\right)^m$ de z, en $s+b$. Nous aurons alors pour l'expreſſion de la lumiere réfléchie $\frac{a^3+2a^2b}{\frac{8}{3}a+4b}$, qui deviendra $\frac{3}{8}a^2$ ou $\frac{1}{2}a^2$, ſelon qu'on rendra la conſtante b nulle ou infinie, & cela, pendant que la planete ſuppoſée parfaitement polie, nous renverroit la quantité de lumiere $\frac{1}{4}a^2$.

AINSI les petites aſpérités ſont cauſe que nous ſommes mieux éclairés par la planete. Mais il n'y a point ici de *maximum* abſolu, l'expreſſion générale $\frac{a^3\int z\,ds}{4\int zs\,ds}$ n'en a pas; plus, toutes choſes d'ailleurs égales, la planete eſt lumineuſe vers les bords, plus elle doit nous renvoyer de lumiere. Quoi qu'il en ſoit, la variation énorme de b, ne fait changer la lumiere que dans le rapport de 3 à 4. Dans le cas de $b=0$, ou lorſque la numératrice des aſpérités eſt parfaitement ſemblable au cercle $Cg\,Dh$ de la fig. 21; la lumiere que nous recevrions ici de la Lune ſeroit la 127600me partie, à peu-près, de celle du Soleil; & elle en ſeroit la 95900me partie, ſi la conſtante b ajoutée aux cordes ou aux ordonnées du cercle étoit infinie. C'eſt ce qu'on trouve pour $\frac{3}{8}a^2$ & $\frac{1}{2}a^2$, à propor-

tion de la 191700me ou 191800me partie, qui convient à $\frac{1}{4}a^2$, lorſque toute la ſurface de la planete eſt parfaitement polie *. Tout ce que l'obſervation nous donne réellement de moins, doit être attribué par conſéquent à l'extinction de la lumiere, & à l'effet des taches. De 300000 rayons, il y en a au moins 172000 qui ſont abſorbés, ou peut-être 204100.

ARTICLE VI.

Premier éclairciſſement. Les petites faces des aſpérités renvoyent-elles parallelement les rayons paralleles qu'elles reçoivent, ou les réfléchiſſent-elles à la maniere des ſurfaces convexes?

NOUS NE DEVONS pas manquer, avant que de terminer ce ſecond Livre, de diſſiper quelques difficultés qui peuvent ſe préſenter aſſez naturellement. Nous avons conſidéré d'abord les faces des aſpérités comme de petits plans; mais pouvons-nous après cela les comparer à la ſurface convexe d'une ſphere d'un plus grand ou d'un moindre rayon? Il me paroît très-évidemment que nous le devons, à l'égard au moins de tous les corps dont le ton de la couleur n'eſt point ſujet à changer, lorſqu'on les regarde de différents côtés. En quelqu'endroit qu'on ſe place pour les conſidérer, la lumiere que ren-

* Voyez l'Article VII de la premiere Section.

voye chacun de leur point ſenſible, vient de pluſieurs petites faces; mais il eſt certain qu'elles n'ont pas toutes abſolument la même ſituation, & que leur aſſemblage doit former comme une ſurface courbe. Ainſi chaque petite partie ſenſible de l'objet agit à la maniere d'une ſurface convexe, & elle devient comme un point lumineux par la divergence qu'elle donne aux rayons.

CE NE SEROIT pas la même choſe ſi les aſpérités du corps lumineux formoient de petites ondes ou rugoſités paralleles entr'elles, comme nous en avons des exemples dans pluſieurs ſurfaces que la Nature & même l'art nous préſente. Il faudroit pour ces ſurfaces changer nos regles; mais nous n'avons toujours entendu parler, & nous croyons même l'avoir dit expreſſément quelque part, que nous n'examinions que les ſeules ſurfaces dont les petites aſpérités offroient les mêmes phénomenes, de quelque côté qu'on les obſervât, pourvu que ce fût avec la même obliquité.

MAIS ſi l'aſſemblage des petites faces qui ont une ſituation très-peu différente les unes des autres, & qui contribuent à la même réflection, eſt comparable à la ſurface convexe d'une ſphere; pourquoi avons-nous égard actuellement au ſinus d'incidence des rayons, au lieu que nous ne faiſions point entrer ce ſinus dans nos recherches de la premiere Section ſur la lumiere

réfléchie par les ſurfaces ſphériques ? Je réponds que j'ai été obligé par la force des obſervations, à faire ici cette attention de plus. Comme j'ai eu ſoin de tout rapporter à l'expérience, j'ai reconnu que je ne pouvois pas me diſpenſer de regarder l'incidence de la lumiere avec un moindre angle comme une des cauſes de ſa diminution : & il eſt bien facile de s'en aſſurer.

APRÉS AVOIR éclairé avec une inclinaiſon de 50 ou 60 degrés une ſurface brute, & l'avoir regardée du côté oppoſé avec la même inclinaiſon, on n'a qu'à diminuer de part & d'autre les deux angles, & les rendre de 20 ou 25 degrés. L'éclat de la ſurface augmenteroit environ du double, ſi l'angle d'incidence n'apportoit pas une diminution capable de détruire ce plus grand éclat, & de le réduire toujours ſenſiblement au même degré. En effet, la réflection ſe fait toujours alors ſur les mêmes petites faces qui ſont paralleles à la grande ſurface, & plus on regarde celle-ci obliquement, plus ſa couleur doit paroître vive ; puiſque, comme nous l'avons déja fait remarquer tant de fois, la lumiere qu'elle renvoye tombe

ne me ſuis pas contenté de la vérifier à l'égard des petites faces qui ſont paralleles à la grande ſurface, j'en ai fait auſſi l'expérience ſur celles qui ſont inclinées.

JE CROIS même avoir à la fin apperçu la raiſon de ce fait, dont les obſervations m'avoient déja inſtruit. Chaque petite face conſidérée en particulier, eſt de la plus grande irrégularité. On peut en juger par les parties qui ne ſont pas abſolument imperceptibles, & que nous pouvons diſtinguer par nos meilleurs microſcopes. Preſque toute la ſurface eſt interrompue; ce ſont de petits vuides à côté de petites parties ſaillantes: ces irrégularités forment les prétendues petites faces dont il a été queſtion; les unes ſont réellement concaves, & les autres convexes; mais en les réduiſant à un état moyen, nous les conſidérons comme planes, & il ne faut pas s'étonner ſi le nombre de rayons que chacune reçoit en particulier, eſt proportionnel au ſinus d'incidence. Cependant nous ne les traitons comme planes, que quant à la réception des rayons; car comme preſque toutes ſont courbes, & qu'outre cela, pluſieurs de celles qui ont une ſituation peu différente les unes des autres contribuent au même effet, les rayons partent toujours comme d'un foyer actuel ou virtuel, & ils vont au loin, en s'écartant les uns des autres par leur divergence.

ARTICLE VII.

Second éclairciſſement. On demande ce que deviennent les rayons qui ſe réfléchiſſent d'une petite aſpérité vers une autre.

QUELQUES RAYONS ſe réfléchiſſent deux fois, étant renvoyés d'une petite aſpérité à une autre : les uns viennent enſuite vers l'œil, & ils fortifient l'impreſſion faite par les autres ; mais le plus ſouvent leur action eſt peu conſidérable, & il n'eſt pas rare qu'ils ſoient perdus pour le ſpectateur. Pour ſoumettre plus aiſément cet effet au calcul, j'ai ſuppoſé qu'une ſurface plane étoit couverte de petites aſpérités parfaitement équivalentes à des hémiſpheres, & qu'étant éclairée perpendiculairement, elle étoit auſſi regardée ſelon la même direction.

SI ON DÉSIGNE par l'unité la lumiere qui eſt réfléchie par le haut des petits hémiſpheres, on trouvera

rence immenſe entre le Phyſique & le pur Géométrique; & preſque toute cette différence tombe ſur les ſeconde & troiſieme réflections.

PREMIÉREMENT, nous ſuppoſons que les petites aſpérités ſont équivalentes à de petits hémiſpheres; mais il n'y a pas peut-être de corps dans la nature qui ayent des aſpérités ſemblables. Tous les terreſtres que nous avons examinés, ont beaucoup moins de petites faces inclinées, que de celles qui ſont paralleles à de grandes ſurfaces, & peut-être la moitié ou les deux tiers moins. Ainſi on croit qu'on ne tombe dans aucune exagération, en ſuppoſant que l'excès des $\frac{17}{10}$ ſe réduit au moins d'abord à 20 ou 25 cinquantiemes.

EN SECOND LIEU, les petites faces qui produiſent les ſecondes réflections ſont inclinées de 45 degrés; & comme dans le Phyſique, la force de la lumiere ſuit ſenſiblement le rapport des ſinus d'incidence, & que ce rapport eſt répété deux fois, l'excès $\frac{20}{10}$ ou $\frac{25}{10}$, devient deux fois plus petit, & n'eſt plus que de $\frac{1}{5}$ ou $\frac{1}{4}$.

EN TROISIEME LIEU, pour que l'effet des ſecondes réflections réuſſiſſe, il faut que les deux petites faces également inclinées de 45 degrés des aſpérités voiſines, ſe répondent avec une extrême préciſion, & c'eſt ce qui ne peut avoir lieu que le plus difficilement, vu la grande

irrégularité qui eſt comme inſéparable du Phyſique. Cette irrégularité n'altere rien à l'égard de la réflection qui ſe fait ſur le ſommet des petites aſpérités ; ſi la petite face qui produit cette réflection, n'eſt pas tout-à-fait en haut, il y en aura toujours une autre à côté qui y ſuppléera. Mais le ſuccès des deux réflections dépend de deux ou de pluſieurs circonſtances qui ne peuvent ſe trouver enſemble que très-difficilement. Si les deux petites faces qui ont ce commerce de lumiere, ont l'inclinaiſon convenable, elles ſeront peut-être tournées un peu plus de côté l'une que l'autre ; ou ſi cette ſeconde condition eſt remplie, la premiere ne le ſera pas. Or ce concours de circonſtances délicates doit être très-rare, & il ſuit delà, qu'outre que la lumiere qui a ſouffert pluſieurs réflections eſt ordinairement très-affoiblie, elle eſt encore très-ſouvent perdue pour le ſpectateur, parce qu'elle ne prend pas le même chemin, que celle qui n'eſt réfléchie qu'une ſeule fois. Une grande partie de celle qui ſouffre deux réflections, s'engage entre les petites aſpérités, & s'inſinuant dans le corps, elle contribue principalement à l'échauffer.

LIVRE TROISIEME.

Recherches ſur la Tranſparence & l'Opacité des Corps.

NOUS AVONS VU que la Lumiere en entrant dans un corps tranſparent, rebrouſſoit en partie en ſe réfléchiſſant, & que la partie qui traverſoit & qui ſortoit par le côté oppoſé, ſe ſéparoit encore par une nouvelle réflection, en même temps que pluſieurs rayons s'amortiſſoient ou s'éteignoient, ce qui contribuoit derechef à ſon affoibliſſement. Mais, outre ces trois altérations qui ſont très-ſenſibles, la lumiere en ſouffre une quatrieme, qui peut encore devenir quelquefois beaucoup plus grande par la longueur de ſon trajet dans le corps diaphane. Les trois autres altérations ne dépendent pas de l'épaiſſeur du milieu; elles ne ſont produites que par la ſeule rencontre de ſes deux ſurfaces; au lieu que l'altération dont il s'agit actuellement, vient de l'obſtacle mis par les parties intérieures du corps tranſparent, qui devient opaque lorſqu'il eſt trop épais. Nous avons donc à examiner la relation qui ſe trouve entre cet affoibliſſement

de la lumiere, & la longueur des chemins qu'elle parcourt dans les milieux.

PREMIERE SECTION.

De la loi que ſuit la Lumiere dans ſes diminutions, en traverſant différentes épaiſſeurs du corps diaphane.

ARTICLE I.

LA PREMIERE penſée qui ſe préſente ſur ce ſujet, c'eſt que ſi on conçoit un corps diaphane diviſé en quantité de couches paralleles de même épaiſſeur, toutes ces couches intercepteront le même nombre de rayons; de ſorte que la lumiere recevant dans le paſſage de chaque tranche, une diminution toujours exactement égale, elle décroîtroit en progreſſion Arithmétique, ou en ſuivant le rapport des ordonnées d'un triangle.

lumiere qui étoit égale à celle de 32 chandelles, & elle ſe trouva enſuite deux fois plus foible; car elle ne me parut égale qu'à la lumiere de 16 chandelles. Or ſi une autre épaiſſeur de deux morceaux de verre eût produit un égal affoibliſſement, il eſt évident que tous les rayons euſſent été interrompus; & à plus forte raiſon, 8 ou 10 morceaux de verre euſſent formé une épaiſſeur tout-à-fait impénétrable à la lumiere. Cependant, ayant ajouté deux morceaux aux deux premiers, il s'en fallut beaucoup qu'ils ne formaſſent un corps abſolument opaque; la lumiere ſe trouva encore très-vive; & lorſque je la fis paſſer au travers de dix morceaux, elle étoit encore ſenſiblement auſſi forte que celle d'une chandelle.

ARTICLE II.

Que lorſque les épaiſſeurs croiſſent de quantités égales, la Lumiere diminue ſelon les termes d'une progreſſion géométrique.

MAIS SANS DOUTE qu'il ſuffit d'y avoir fait penſer les Lecteurs, & qu'ils voyent bien que, pour qu'une ſeconde épaiſſeur interceptât préciſément le même nombre de rayons que la premiere, il faudroit qu'il ſe préſentât auſſi préciſément le même nombre de rayons pour la traverſer. Mais puiſqu'il ne parvient peut-être à cette tranche que le tiers ou le quart du nombre total des

rayons, parce que tous les autres ont déja été interrompus, il eſt certain que cette tranche doit intercepter auſſi trois ou quatre fois moins de rayons que la premiere. Ainſi les tranches égales ne doivent pas détruire des quantités égales, mais ſeulement des quantités proportionelles. C'eſt-à-dire, que ſi une certaine épaiſſeur intercepte la moitié de la lumiere, l'autre épaiſſeur qui ſuivra la premiere, & qui lui ſera égale, n'interceptera pas toute l'autre moitié, mais ſeulement la moitié de cette moitié, & la réduira par conſéquent au quart: & toutes les autres tranches détruiſant de ſemblables parties, il eſt ſenſible que la lumiere diminuera toujours en progreſſion géométrique.

IL EST CLAIR auſſi que ce que nous diſons doit être également vrai, de quelque maniere que la lumiere ſe tranſmette au travers des corps tranſparents. Car ſuppoſons que les rayons ne puiſſent paſſer que par les pores, & qu'il y en ait une ſi grande quantité, que les parties ſolides ne faſſent que la centieme partie du volume extérieur que le corps paroît occuper; ſi on conçoit ce corps diviſé en un nombre preſque infini de tranches, dont l'épaiſſeur ſoit égale au diametre de ſes petites parties, la premiere tranche n'interceptera que la centieme partie des rayons, & de 100000, il y en aura 99000, qui parviendront à la ſeconde tranche. Et comme il y aura auſſi 100 fois plus de pores dans la ſeconde tranche, que

que de parties ſolides, à cauſe de l'homogénéité du corps; il eſt clair que la multitude des rayons diminuera encore de la centieme partie, en traverſant la ſeconde tranche, & qu'elle ſe réduira à 98010. Or toutes les autres tranches produiront un ſemblable effet; elles feront toujours diminuer la lumiere de la centieme partie; ainſi la progreſſion géométrique ſera toujours exactement obſervée. D'un autre côté, ſi les petites parties ſolides dont les corps ſont compoſés, ſervent ſouvent elles-mêmes à tranſmettre la lumiere, ce ſera encore la même choſe. Car on peut conſidérer comme des pores, ces grains de matiere qui tranſmettent les rayons, & on peut fort bien ne faire attention qu'aux autres grains qui détournent ou qui affoibliſſent la lumiere; & comme il ſe trouve toujours dans chaque tranche un égal nombre de ces derniers, il eſt évident qu'ils feront toujours décroître la lumiere d'une ſemblable partie, ou d'une partie proportionnelle.

ARTICLE III.

De l'uſage de la Logarithmique, pour repréſenter les affoibliſſements de la Lumiere.

IL SUIT DE-LA, que ſi nous ſuppoſons que le corps lumineux eſt infiniment loin, afin que ſes rayons ſoient ſenſiblement paralleles, & que ſa lumiere ne diminue

que par la ſeule interpoſition du corps tranſparent, ſans que la divergence des rayons y ait aucune part, il ſuit, dis-je, de-là, que les forces qu'a la lumiere, après avoir traverſé différentes épaiſſeurs, peuvent être repréſentées par les ordonnées d'une logarithmique, qui a pour axe l'épaiſſeur du corps. La Logarithmique eſt une ligne courbe très-connue des Géométres; c'eſt la ſeule qui ait toutes ſes ſoutangentes égales; & ſa principale propriété eſt d'avoir toutes ſes ordonnées en progreſſion géométrique, lorſque ſon axe eſt diviſé en parties égales.

POUR faire ici l'application de cette ligne courbe, nous conſidérerons le corps *ABCD* (*fig.* 30), qui eſt parfaitement homogene; nous le diviſerons par la penſée en pluſieurs tranches de même épaiſſeur, & nous ſupposerons que la lumiere venant pour le traverſer perpendiculairement à la face *AB*, la ligne *QB* repréſente la multitude & la force des rayons. Lorſque la lumiere aura traverſé l'épaiſſeur *BF* ou *AE*, & qu'elle viendra rencontrer *EF*, pluſieurs rayons auront été interceptés, & pluſieurs autres auront perdu de leur vivacité, & la

Figure 30.

ordonnées SH, TL, VN, &c, diminuent toutes d'une quantité proportionnelle, de même que la force de la lumiere. Si VN eſt donc la moitié de QB, ce ſera une marque que la lumiere qui parvient en MN, & qui eſt répandue dans toute cette ſurface, n'eſt que la moitié de la lumiere totale QB, qui ſe préſente pour entrer dans le corps tranſparent. Pareillement ſi YC eſt le quart de QB, on conclura que la lumiere qui parvient juſqu'en DC, n'eſt que le quart de la lumiere totale. Enfin toutes les ordonnées de la logarithmique QVY, exprimeront toujours les diverſes quantités de lumiere qui traverſeront toutes les différentes épaiſſeurs.

ON VOIT auſſi que, ſelon que le corps ſera plus ou moins tranſparent, la logarithmique ſera différente, & approchera plus ou moins promptement de ſon axe BC; ou ce qui revient à la même choſe, les ordonnées de même longueur ſeront placées à plus ou moins de diſtance les unes des autres le long de l'axe. Par exemple, la logarithmique $qruy$ (*fig.* 31), qui marque les diminutions que ſouffre la lumiere en paſſant par le corps ac, & qu'on peut appeller pour cette raiſon ſa *Gradulucique*, ne differe de la logarithmique $QRVY$ (*fig.* 30) qui ſert de *Gradulucique* dans le corps AC, que parce que les mêmes ordonnées ſont deux fois plus proche les unes des autres dans la premiere logarithmique que dans la ſeconde; & cela ne vient que de ce qu'une épaiſſeur bf, Figure 31.

ou *ac* deux fois plus petite, cauſe dans le corps *ac* la même diminution à la lumiere, qu'une épaiſſeur deux fois plus grande *BF* ou *AE* dans le corps *AC*.

IL EST CLAIR que *bf*, étant deux fois plus petite que *BF*, toutes les autres épaiſſeurs *fh*, *hl*, *ln*, du corps *ac* le doivent être également des épaiſſeurs correſpondantes *FH*, *HL*, *LN*, *&c*, du corps *AC*, puiſque toutes ces dernieres parties ſont égales entr'elles, & que la même choſe doit arriver auſſi aux premieres *fh*, *hl*, *ln*, &c. Si on compare donc un certain nombre de parties *fh*, *hl*, &c, ou tout un eſpace *bn* à un même nombre de parties *FH*, *HL*, &c, ou à un eſpace *BN*, le premier de ces eſpaces ſera encore deux fois plus petit que l'autre. Cela nous montre que lorſqu'on prend pluſieurs ordonnées égales dans deux différentes logarithmiques, les parties correſpondantes des deux axes, ſont toujours proportionnelles; & il ſuit de-là qu'il faut que la lumiere pénetre toujours des épaiſſeurs proportionnelles dans deux milieux différents, pour diminuer de la même quantité.

ARTICLE IV.

De quel rapport on doit faire dépendre la Tranſparence ſpécifique des milieux.

CECI nous donne occaſion de réſoudre une queſtion qui ſemble n'appartenir qu'à la Grammaire, mais qui dans le fond ne peut être décidée que par les Géometres. Il s'agit de déterminer ce qu'on doit entendre, lorſqu'on dit, en parlant généralement, *qu'un certain milieu eſt plus tranſparent qu'un autre, un certain nombre de fois*. L'uſage, le ſouverain maître des langues, n'a rien déterminé ſur ce ſujet, parce qu'on s'eſt contenté juſques-ici de ſentir que certains corps ſont plus tranſparents que d'autres, ſans ſe mettre en peine de ſavoir exactement de combien; & on n'a point cherché à exprimer un rapport qu'on ne cherchoit point à découvrir. S'il ne s'agiſſoit que de la tranſparence abſolue de deux corps d'une certaine grandeur déterminée, on pourroit dire ſans doute, que celui qui donne paſſage à deux ou trois fois plus de rayons, eſt deux ou trois fois plus tranſparent : dans ce ſens une très-petite épaiſſeur de porcelaine eſt plus tranſparente, qu'une très-grande épaiſſeur de verre commun. Mais ce n'eſt plus la même choſe, lorſqu'il s'agit de la tranſparence ſpécifique, ou lorſqu'on demande généralement combien l'air, par exemple, eſt plus tranſparent que l'eau.

ON DEMANDE alors un rapport général, qui au lieu de convenir ſimplement à telle & telle épaiſſeur, doit convenir à toutes : & dans ce cas, on ne peut pas dire, que le milieu deux ou trois fois plus tranſparent, eſt celui qui étant de même épaiſſeur que l'autre, tranſmet deux ou trois fois plus de lumiere. Pour s'en convaincre, on n'a qu'à conſidérer les deux différentes logarithmiques *AVY* (*fig.* 32) & *auy*↓ (*fig.* 33) qui expriment par leurs ordonnées, les diverſes forces qu'a la lumiere en chaque endroit de ſon paſſage, lorſqu'elle traverſe perpendiculairement aux faces *AB* & *ab*, les deux milieux inégalement diaphanes *ABCD*, *ab*×↓. Si on fait l'épaiſſeur *BM* égale à l'épaiſſeur *bc*, & qu'on juge de la tranſparence par la force qu'a la lumiere, après avoir traverſé ces deux épaiſſeurs, on dira que le premier milieu eſt plus tranſparent que le ſecond dans le rapport de *VM* à *yc*; & ſi on prenoit des épaiſſeurs deux fois plus grandes, comme *BC* & *b*×, on trouveroit que la tranſparence ſeroit dans le rapport de *YC* à ↓×. Mais de cette ſorte le rapport de la tranſparence ſpécifique, au lieu d'être conſtant & général, & de convenir à toutes les épaiſſeurs poſſibles, changeroit continuellement ; car les Géometres ſavent que les ordonnées *VM* & *yc*, ne ſont pas en même raiſon que les ordonnées *YC* & ↓×.

Figure 32. & 33.

ON PEUT s'aſſurer auſſi très-aiſément de ce chan-

gement de rapport, en attribuant aux ordonnées *AB*, *VM*, *YC*, des nombres comme 16, 8, & 4, qui ſoient en progreſſion géométrique & aux ordonnées *ab*, *yc*, ϕ*x*, d'autres nombres comme 16, 4, 1, qui ſuivent une autre progreſſion géométrique, afin de marquer la diverſité de la tranſparence. A ne conſidérer enſuite que les ordonnées *VM* & *yc*, ou les quantités de lumieres qui traverſent les premieres épaiſſeurs *BM* & *bc*, le premier milieu ſeroit plus tranſparent que le ſecond dans le rapport de 8 à 4; c'eſt-à-dire, qu'il ſeroit deux fois plus tranſparent; au lieu qu'à conſidérer les ordonnées ou les quantités de lumiere *yc* & ϕ*x*, qui traverſent les ſecondes épaiſſeurs *BC* & *bx*, il le ſeroit quatre fois plus: & on trouveroit ainſi toujours du changement, ſi on prenoit d'autres épaiſſeurs.

IL N'EST PAS plus difficile d'examiner de la même maniere tous les autres ſens, dans leſquels on peut comparer la tranſparence ſpécifique des corps diaphanes; & on verra qu'on eſt toujours ſujet à trouver différents rapports, à moins qu'on ne faſſe conſiſter cette tranſparence dans le plus ou le moins de chemin que la lumiere fait dans les différents milieux, pour diminuer de la même quantité. C'eſt-à-dire, *que les matieres cinq ou ſix fois plus tranſparentes, ſont celles qui ne cauſent la même diminution à la lumiere, que lorſqu'elles ſont cinq ou ſix fois plus épaiſſes.* Suppoſé donc que les quantités de

umiere AB, RF, VM, YC &c, ſoient égales aux uantités ab, rf, um, yc, le milieu $ABCD$, ſera plus iaphane que le milieu $ab\omega\delta$ dans le rapport de BF à bf, u de BM à bm, ou encore de BC à bc. Il eſt clair ue tous ces rapports ſont égaux, puiſque nous avons u que, lorſque les ordonnées de différentes logarithmi- ues ſont égales, les parties de leurs axes ſont toujours

ON PEUT remarquer auſſi que les ſoutangentes BZ & bz ſont encore dans le même rapport ; car ſi on conçoit deux ordonnées ab & rf, infiniment proches l'une de l'autre, & égales aux deux ordonnées AB & RF, & qu'on tire les petites lignes $r\omega$ & $R\Omega$, égales & paralleles à fb & à FB; il y aura même raiſon de AB à $A\Omega$, ou de ab à $a\omega$, que de la ſoutangente BZ à $R\Omega$ ou à BF, & de la ſoutangente bz à $r\omega$, ou à bf: d'où il ſuit que les ſoutangentes BZ & bz ſont en même raiſon que les petites épaiſſeurs BF & bf. Ainſi les tranſparences ſpécifiques ſont, non-ſeulement proportionnelles aux diverſes épaiſſeurs que la lumiere traverſe dans les différents milieux, pour diminuer de la même quantité, mais elles ſont auſſi proportionnelles aux ſoutangentes des logarithmiques qui appartiennent à ces corps diaphanes, ou qui leur ſervent de *graduluciques*.

ARTICLE

ARTICLE V.

Que tout ce qu'on vient d'établir peut auſſi s'appliquer aux Corps qu'on nomme Opaques.

IL EST peut-être maintenant aſſez inutile d'ajouter, que tout ce que nous venons d'expoſer, convient également aux corps diaphanes, & à ceux que dans l'uſage ordinaire on nomme *opaques*. Il paroît aſſez que tous ces corps ne different les uns des autres que du plus au moins, & que dans le fond ils doivent tous être tranſparents. Nous en avons la preuve dans l'expérience; car les corps que nous regardons comme les plus opaques donnent ſenſiblement paſſage à la lumiere, auſſi-tôt qu'on les réduit à une très-petite épaiſſeur. La Logarithmique, (mais il faut que c'en ſoit une qui avance très-promptement vers ſon axe, & dont la ſoutangente ſoit très-petite); la Logarithmique, dis-je, doit donc repréſenter toujours dans tous ces corps, les affoibliſſements de la lumiere. Mais puiſque cette ligne courbe ne rencontre jamais ſon axe, quoiqu'elle s'en approche continuellement, ou puiſqu'une progreſſion géométrique diminue à l'infini, ſans que ſes termes deviennent jamais nuls, il eſt clair que la lumiere qui diminue en ſuivant la même proportion, doit décroître auſſi à l'infini, ſans qu'elle puiſſe jamais ſe détruire tout-à-fait. Ainſi les

corps opaques ne ſont pas tels, parce qu'ils ferment entiérement le paſſage à la lumiere, mais parce que, comme nous l'avons déja dit, ils lui font ſouffrir une trop grande diminution, pour qu'elle puiſſe faire enſuite ſur nos yeux une impreſſion ſenſible. Il faut ſans doute que la diminution ſoit portée préciſément au même degré dans tous les corps, pour qu'ils commencent à devenir opaques; & delà, il ſuit que les épaiſſeurs qui produiſent l'opacité, ſont proportionnelles aux tranſparences ſpécifiques des corps, ou aux ſoutangentes de leurs logarithmiques. Si l'air eſt donc environ 4600 fois plus tranſparent que l'eau, ou que la ſoutangente de la logarithmique qui lui appartient, ſoit 4600 fois plus grande que celle de la logarithmique de l'eau, comme nous avons lieu de le penſer, il faudroit, pour rendre ces deux milieux également opaques, donner 4600 fois plus d'épaiſſeur au premier qu'au ſecond, 4600 fois plus d'épaiſſeur à l'air qu'à l'eau.

ARTICLE VI.

Que ſi on eſt obligé, lorſque la Lumiere traverſe perpendiculairement un corps diaphane, d'avoir égard aux altérations qu'elle ſouffre par la rencontre des deux ſurfaces, on peut négliger abſolument l'effet des ſecondes réflections, des troiſiemes, &c.

NOUS ne faiſons pas abſtraction de l'affoibliſſement que ſouffre la lumiere, lorſqu'en traverſant un corps diaphane elle rencontre ſes deux ſurfaces: nous ſuppoſons qu'on y a déja eu égard, & cette attention n'engagera jamais dans aucune difficulté ſi les deux ſurfaces ſont frappées avec un angle d'incidence médiocre; la partie de la lumiere qui ſera détournée par la réflection, de même que celle qui ſera éteinte, ſeront très-conſidérables. Dans l'incidence perpendiculaire ſur les matieres dont on fait nos glaces ordinaires, elles forment, en ſe compliquant, comme on l'a vu, environ une dixieme partie, ou elles diminuent la lumiere dans le rapport de 10 à 9. Ainſi ce ſera une dixieme partie à retrancher d'abord ſur le tout, à moins qu'on ne commence par chercher l'effet des autres cauſes d'affoibliſſement, & qu'on ne retranche enſuite la dixieme partie du dernier réſultat. Si les autres cauſes de diminution réduiſent,

par exemple, la lumiere aux trois quarts de ſa premiere force, on diminuera ces trois quarts dans le rapport de 10 à 9; & ce ſera préciſément la même choſe, que ſi on prenoit les $\frac{3}{4}$ de $\frac{9}{10}$. On compoſe ou on multiplie les deux rapports l'un par l'autre, & l'ordre qu'on met entr'eux n'y fait rien, comme nous croyons avoir déja eu occaſion de le remarquer. Auſſi les deux différents procédés nous font-ils trouver ici également $\frac{27}{40}$ pour la derniere force de la lumiere.

MAIS OUTRE le premier effet que produiſent les deux ſurfaces du corps diaphane, effet auquel il faut avoir néceſſairement égard pour ne pas tomber dans des erreurs trop ſenſibles, ces mêmes ſurfaces produiſent d'autres effets, qu'on peut toujours négliger à cauſe de leur extrême petiteſſe. Suppoſons qu'on regarde un objet éloigné perpendiculairement aux faces *AB* & *BC* du morceau de criſtal *AC* (*fig.* 30), la lumiere de cet objet en traverſant le corps diaphane, viendra frapper la ſurface poſtérieure *DC* en dedans, & y ſouffrira une réflection, qui en faiſant rebrouſſer chemin à une 28me ou 30me partie des rayons, les portera juſques vers le côté intérieur de la ſurface antérieure *AB*, où ils ſouffriront une réflection ſemblable à la premiere. Une nouvelle partie des rayons reprendra donc ſa route vers l'œil, & en venant ſe joindre à la lumiere principale, elle fortifiera l'image de l'objet. Mais ce ne ſera pas encore tout;

Figure 30.

il n'y aura qu'une partie des rayons qui traverſeront cette ſeconde fois de même que la premiere, la ſurface poſtérieure *DC*, & qui ſortiront du corps diaphane; l'autre partie rejaillira en dedans, retournera derechef frapper la ſurface *AB*, & reprendra en partie le chemin de l'œil, & la même choſe ſe répétera une infinité de fois. Ainſi, à parler géométriquement, il arrive que lorſque nous croyons voir un objet d'une maniere très-ſimple, & en ne recevant qu'une ſeule de ſes images, nous en recevons réellement une infinité qui tombent les unes ſur les autres, qui contribuent à fortifier la premiere par la répétition des mêmes traits, mais qui pourroient auſſi ne pas s'accorder parfaitement avec elle, & la troubler ou la rendre confuſe, ſi elles avoient aſſez de force.

SI NOUS voulons évaluer la ſomme de toutes ces lumieres ſeconde, troiſieme, quatrieme, &c, nous n'avons qu'à chercher le rapport qu'il y a de l'une à l'autre, & remarquer qu'elles ſuivent dans leur diminution les termes d'une progreſſion géométrique. La lumiere qui eſt réfléchie en dedans du morceau de cryſtal, par la ſurface poſtérieure *CD*, n'eſt que la 28me ou 30me partie de la lumiere que reçoit cette ſurface; & cette lumiere, lorſqu'elle eſt renvoyée vers l'œil par la ſurface extérieure *AB*, eſt rendue encore 30 fois plus foible, c'eſt-à-dire, qu'elle eſt réduite à la 900me partie. Elle eſt outre cela diminuée encore 4 fois. Si nous ſuppoſons qu'un ſeul

trajet dans le morceau de glace, réduiſe par ſon défaut de tranſparence la lumiere ſimplement à la moitié de ſa force, elle n'eſt donc en revenant vers l'œil, lorſqu'elle ſe préſente pour traverſer la ſurface poſtérieure CD, que la 3600me partie de ce qu'elle étoit la premiere fois qu'elle s'y eſt préſentée; & tel eſt le rapport qui ſe trouvera entre tous les autres termes. Ainſi, déſignant par 3600 la premiere lumiere ou la principale, nous aurons 1 pour la ſeconde, $\frac{1}{3600}$ pour la 3me, & ainſi de ſuite. Or ſi on imagine que cette progreſſion géométrique eſt continuée à l'infini, & qu'on en cherche la ſomme totale, on trouvera qu'elle ne forme que $3601\frac{1}{3544}$, ce qui ne differe pas aſſez de 3600 que nous fournit la premiere lumiere ſeule, pour qu'on ſoit obligé d'avoir égard au petit excès.

NOUS TROUVERIONS encore en y regardant de plus près, & en apprétiant tout dans la derniere rigueur, d'autres ſuites de termes ou de petites lumieres, qui en formant d'autres progreſſions géométriques, peuvent contribuer à fortifier l'apparence de l'objet; mais leurs ſommes ſont encore moindres que celles que nous venons d'examiner, & malgré leur complication, il n'en réſulteroit rien de ſenſible dans la rencontre préſente. Nous avons vu qu'on ne peut pas dire la même choſe des premiers effets que produiſent les deux ſurfaces, leſquels ſont toujours au contraire en déduction de la lumiere principale, & on ne doit gueres, nous le répétons, ſe diſpenſer d'y avoir égard.

SECONDE SECTION.

METHODE de calculer les forces qu'a la Lumiere, en traverſant différentes épaiſſeurs des Corps tranſparents, lorſque les rayons ſont ſenſiblement paralleles.

NOUS COMMENCERONS, pour n'y pas manquer, à exprimer par la premiere ordonnée *QB* dans la figure 30, non pas la quantité de lumiere qui ſe préſente pour entrer dans le corps diaphane *ABCD*, mais cette même quantité, après qu'elle aura été déja diminuée de la dixieme partie, ou de la ſomme des trois divers affoibliſſements que lui cauſe ſucceſſivement la rencontre des deux ſurfaces *AB* & *CD*. Cela ſuppoſé, ſi les ordonnées de la logarithmique, ou les quantités de lumiere *QB*, *RF*, *SH*, *TL*, &c, ſont en progreſſion géométrique, toutes les épaiſſeurs *BF*, *FH*, *HL*, ſeront égales entr'elles; & ſi on cherche les logarithmes de toutes ces ordonnées ou quantités de lumiere, on ſait que les différences des logarithmes ſeront auſſi toutes égales, parce que les logarithmes ſont en progreſſion arithmétique, lorſque les grandeurs ſont en progreſſion géométrique. Mais puiſque les différences des logarithmes ſont ainſi égales les unes aux autres, en même temps que les épaiſſeurs *BF*, *FH*,

HL, &c, le ſont auſſi, il eſt clair qu'il y a même rapport de chaque différence des logarithmes à chaque petite épaiſſeur, que de toute autre différence des logarithmes à toute autre petite épaiſſeur; & il eſt également clair, que ſi on compare pluſieurs différences à un égal nombre de petites épaiſſeurs, le rapport ſe trouvera encore le même.

AINSI, ſi nous prenons la différence des logarithmes de deux ordonnées fort éloignées l'une de l'autre, comme de *RF* & de *XP*, cette différence aura encore préciſément la même raiſon à l'épaiſſeur *FP*, compriſe entre ces deux ordonnées. Car la différence du logarithme de *RF* au logarithme de *XP*, ſera formée des différences des logarithmes de toutes les ordonnées qui ſont entre *RF* & *XP*; & la différence totale contiendra préciſément autant de petites différences, que l'épaiſſeur totale *FP* contiendra de petites épaiſſeurs particulieres *FH*, *HL*, &c. Nous pouvons donc prendre pour principe que, *lorſque la lumiere traverſe diverſes épaiſſeurs d'un même corps, il y a toujours même rapport de la différence des logarithmes des deux ordonnées ou quantités de lumiere* QB *&* RF *à l'épaiſſeur* BF *qui eſt entre deux, que de la différence des logarithmes de toutes autres ordonnées ou quantités de lumiere, à l'épaiſſeur correſpondante.*

POUR RENDRE cette vérité plus ſenſible, nous ferons ici

ici conſidérer au Lecteur la correſpondance qu'il y a entre la courbe logarithmique & la table des logarithmes qu'a inventé le Baron Néper. Les nombres de cette Table, lorſqu'on prend, avec la caractériſtique, ſept figures, ne ſont que marquer les dimenſions d'une certaine logarithmique, dont la ſoutangente eſt de 4342945 parties. Les nombres naturels expriment la longueur des ordonnées, pendant que les logarithmes marquent la longueur des diverſes parties de l'axe, à commencer depuis un certain point; & les différences des logarithmes marquent par conſéquent les différences des parties de l'axe ou les diſtances d'une ordonnée à l'autre. C'eſt pour cette raiſon, que lorſqu'on prend pluſieurs nombres en progreſſion géométrique, leurs logarithmes ſont en progreſſion arithmétique; ou ce qui revient à la même choſe, les différences des logarithmes ſont parfaitement égales.

IL SUIT delà, que la Table des logarithmes peut exprimer la gradation de la lumiere dans un milieu d'une certaine tranſparence. Les nombres qu'on appelle naturels, étant pris dans un ordre rétrograde, parce que la lumiere va toujours en diminuant, ſeroient les degrés même de la lumiere; & les différences des logarithmes exprimeroient les diverſes épaiſſeurs du milieu, ou les diverſes parties de l'axe de la logarithmique, interceptées entre les ordonnées. Mais la même table peut ſervir

auſſi pour tous les autres corps tranſparents, puiſque toutes les logarithmiques ne different de celle dont on peut concevoir que la table eſt tirée, qu'à cauſe que les mêmes ordonnées ſont ſituées à plus ou à moins de diſtance les unes des autres, mais toujours à des diſtances proportionnelles. Ces vérités étant établies, nous allons nous propoſer les problêmes ſuivants.

PROBLEME I.

Ayant trouvé par les méthodes expliquées dans le premier Livre, la partie de la Lumiere qui traverſe une certaine épaiſſeur d'un corps partout également tranſparent, trouver la partie de la Lumiere qui traverſe toutes les autres épaiſſeurs du même corps.

LA QUESTION ſe réduit à trouver toutes les ordonnées, comme VN, XP, &c, d'une logarithmique $QRVY$ (*fig.* 30) lorſqu'on en connoît déja deux, comme QB & RF; l'une qui repréſente la quantité de lumiere qui vient pour entrer dans le corps, & l'autre qui marque la quantité qui traverſe l'épaiſſeur BF ou AE, ſans être interrompue. Toutes les fois que les épaiſſeurs BN, BP, &c, contiennent exactement l'épaiſſeur BF un certain nombre de fois, on peut déterminer les ordonnées correſpondantes VN, XP, &c, en continuant la progreſſion géométrique ſelon laquelle la

Figure 30.

lumiere diminue, ou ſelon le rapport qui eſt entre les deux ordonnées QB & RF. Sachant, par exemple, que la lumiere diminue de deux ſeptiemes, ou qu'elle ſe réduit aux cinq ſeptiemes de ſa force, en paſſant au travers d'un morceau de verre le plus commun, dont on fait les vitres; il n'y a qu'à mettre l'unité & $\frac{5}{7}$ pour repréſenter les deux ordonnées QB & RF, & cherchant tous les autres termes de la progreſſion géométrique. $:: 1 . \frac{5}{7} . \frac{25}{49} . \frac{125}{343} . \frac{625}{2401} . \frac{3125}{16807} . \frac{15625}{117649} . \frac{78125}{823543} . \frac{390625}{5764801}$. &c, ils marqueront de ſuite la longueur de toutes les ordonnées SH, TL, VN, &c, ou les quantités de lumiere qui traverſeront les différentes épaiſſeurs BH, BL, BN, &c. Le neuvieme terme $\frac{390625}{5764801}$. exprimera, par exemple, la neuvieme ordonnée YC, ou la force qu'a encore la lumiere, après avoir traverſé 8 morceaux de verre; ce qui montreroit que la lumiere n'auroit alors qu'environ la quinzieme partie de ſa premiere force.

ON PEUT rendre cette méthode plus ſimple & plus générale, en faiſant attention à une propriété très-remarquable de la progreſſion géométrique. Il eſt facile de démontrer que le quarré du premier terme eſt au quarré du ſecond, comme le premier terme eſt au troiſieme; que le cube ou la troiſieme puiſſance du premier terme eſt à la troiſieme puiſſance du ſecond, comme le premier terme eſt au quatrieme, & ainſi toujours de ſuite; de ſorte qu'en général une certaine puiſſance du premier

terme, eſt toujours à la même puiſſance du ſecond, comme le premier terme eſt à un autre terme qui en eſt éloigné d'autant d'intervalles que la puiſſance du premier & du ſecond a de degrés. Ainſi, ſi nous déſignons par la lettre a, la quantité de lumiere, comme QB, qui ſe préſente pour entrer dans le milieu $ABCD$; par la lettre b la quantité connue de lumiere RF, qui paſſe au travers de l'épaiſſeur connue $BF = m$, & qui parvient juſqu'en EF; & enfin par y la quantité inconnue XP qui peut traverſer une épaiſſeur propoſée $BP = n$: nous n'avons qu'à diviſer l'épaiſſeur $BP = n$ par l'épaiſſeur $BF = m$, pour voir combien la premiere contient de fois la ſeconde, ou pour ſavoir le nombre $\frac{n}{m}$, d'intervalles qu'il y a entre QB, qui eſt le premier terme de la progreſſion, & XP qui en eſt le dernier, & nous pourrons faire enſuite cette analogie; le premier terme QB, élevé à la puiſſance dont $\frac{n}{m}$ exprime le degré, eſt au ſecond terme RF, élevé à la même puiſſance, comme le premier terme QB ſera au dernier XP. Nous aurons en expreſſions algébriques, $a^{\frac{n}{m}} : b^{\frac{n}{m}} :: a : y$, ce qui donne $y = \frac{b^{\frac{n}{m}}}{a^{\frac{n}{m}-1}}$, & cette formule marque, comme on le voit, la valeur de y en grandeurs entiérement connues.

MAIS comme il doit être ſouvent impoſſible de faire les extractions de racines que cette formule preſcrit, je crois qu'il vaut mieux avoir recours dans la pratique

à la table des logarithmes, & ſe ſervir du principe que nous avons établi au commencement de cette Section. Nous ferons donc cette proportion, *l'épaiſſeur* BF *eſt à la différence des logarithmes des ordonnées ou quantités de lumiere* QB *&* RF, *comme toute autre épaiſſeur* BP *ſera à la différence des logarithmes des ordonnées* QB *&* XP; *& ôtant cette différence du logarithme de* QB, *il reſtera le logarithme de* XP. De ſorte qu'il n'y aura plus qu'à chercher dans les tables, à quel nombre répond ce logarithme, & on aura la quantité de lumiere qui traverſe l'épaiſſeur propoſée *BP* ou *AO*, & qui parvient en *OP* ſans être interceptée.

PROPOSONS-NOUS, par exemple, de trouver la partie de la lumiere, qui traverſe une épaiſſeur d'air groſſier de 100000 toiſes, en ſuppoſant que la lumiere diminue dans le rapport de 2500 à 1681, lorſqu'elle traverſe 7469 toiſes, comme nous l'avons inſinué dans la ſeconde Section du premier Livre; nous prendrons la différence des logarithmes * de 2500 & de 1681, ou de quelques autres nombres qui ſoient en même raiſon, & nous ferons cette analogie: 7469 toiſes, eſt à 1723723, qui eſt la différence des logarithmes de 2500 & [illegible] ou qui eſt le logarithme de $\frac{2500}{1681}$, comme 100[illegible] eſt à 23078364, pour la différence des logarit[illegible]

* Les Logarithmes dont nous nous ſervirons toujours, ne ſero[illegible] de 7 figures précédées de la caractériſtique.

deux forces qu'a la lumiere au commencement & à la fin du trajet des 100000 toiſes, ou pour le logarithme du rapport ſelon lequel la lumiere diminue. Or ce logarithme répond à environ 203 ou à $\frac{203}{1}$; ce qui nous apprend que la diminution ſe fait dans le rapport de 203 à 1, ou que la lumiere deviendroit 203 fois plus foible en traverſant 100000 toiſes d'air groſſier d'ici bas.

NOUS PRENDRONS pour ſecond exemple les morceaux de verre commun dont nous nous ſervions dans nos premieres expériences, & nous chercherons quelle diminution ils faiſoient ſouffrir à la lumiere lorſqu'on en mettoit 74 l'un ſur l'autre. Puiſque 16 morceaux de ce verre faiſoient diminuer 247 fois la lumiere, ou la faiſoient diminuer dans le rapport de 247 à 1, nous pouvons faire cette proportion, 16 eſt à 2, 3926969 qui eſt la différence des logarithmes de 247 & de 1, ou qui eſt le logarithme du rapport $\frac{247}{1}$, comme 74 eſt à 11.0662232 pour la différence des logarithmes des deux forces qu'avoit la lumiere à ſon entrée & à ſa ſortie, ou pour le logarithme du nombre de fois qu'elle diminuoit en paſſant au travers de 74 morceaux de verre. On trouve de cette ſorte qu'elle diminuoit environ 11647240000 fois; diminution prodigieuſe, mais qui n'étoit cependant pas encore aſſez grande pour empêcher la lumiere du ſoleil d'agir ſur nos yeux.

PROBLEME II.

Connoiſſant la diminution que ſouffre la Lumiere en traverſant une certaine épaiſſeur d'un corps tranſparent, trouver l'épaiſſeur qu'il faut que la Lumiere pénetre dans le même corps, pour ſouffrir quelle autre diminution on voudra.

CE PROBLEME eſt l'inverſe du précédent, & nous pouvons le réſoudre auſſi par le principe général que nous avons aſſez établi, que lorſque la lumiere paſſe au travers d'un corps diaphane, il y a toujours un rapport conſtant entre la différence des logarithmes de ſes diverſes forces, & les épaiſſeurs qu'elle traverſe : ſuppoſons donc que l'ordonnée QB repréſentant la quantité de lumiere qui vient pour entrer dans le corps tranſparent $ABCD$; l'ordonnée RF, repréſente la partie de cette lumiere, qui parvient juſqu'en EF, après avoir pénétré l'épaiſſeur connue BF ou AE, & ſuppoſons qu'il s'agiſſe de trouver l'épaiſſeur BP, qu'il faut que la lumiere traverſe pour ſe réduire à la quantité XP : nous n'avons ſimplement qu'à faire cette proportion : *la différence des logarithmes des ordonnées, ou quantités de lumiere* QB *&* RF *eſt à l'épaiſſeur* BF, *comme la différence des logarithmes des ordonnées* QB *&* XP *eſt à l'épaiſſeur requiſe* BP. Figure 30.

SI ON DEMANDE, par exemple, combien il faut

de morceaux de verre pour affoiblir 61009 fois la lumiere, lorſque le verre eſt de la même qualité que celui que nous avons employé dans pluſieurs de nos expériences, & lorſque 16 morceaux font diminuer 247 fois la lumiere : on trouvera par l'analogie que nous venons d'indiquer, qu'il faut trente-deux morceaux ; car le logarithme 2.3926969 de 247, eſt à 16, comme le logarithme 4.7853939 de 61009, eſt à 32.

SI ON DEMANDE pareillement quel chemin il faut que la lumiere faſſe dans l'eau marine, pour devenir 300000 fois plus foible, ou pour que la lumiere du ſoleil n'ait dans le fond de la mer que l'intenſité que nous trouvons à la lumiere de la pleine lune, nous nous ſervirons du rapport de 3 à 2, que nous pouvons regarder comme celui que ſuit la lumiere en s'affoibliſſant, lorſqu'elle traverſe 10 pieds d'épaiſſeur d'eau de mer *. Nous ferons enſuite cette analogie ; 1760912 qui eſt le logarithme de $\frac{3}{2}$, ou l'excès du logarithme de 3 ſur celui de 2, eſt à 10 pieds, comme le logarithme 5.4771212 de 300000 ou de $\frac{300000}{1}$, eſt à environ 311 pieds. Ainſi la lumiere du

PROBLEME III.

Connoiſſant par les Méthodes expliquées dans le premier Livre, la diminution que ſouffre la Lumiere en traverſant une certaine épaiſſeur de différents corps diaphanes, trouver la tranſparence ſpécifique de ces Corps.

NOUS avons vu ci-devant que la tranſparence ſpécifique conſiſte dans le plus ou le moins de chemin que la lumiere fait dans différents milieux, pour diminuer de la même quantité. Ainſi, il nous eſt tout-à-fait facile de réſoudre ce Problême par le moyen du précédent. Nous n'avons qu'à chercher quelle épaiſſeur il faut donner à chaque milieu pour faire diminuer la lumiere, il n'importe de quelle quantité, pourvu qu'elle ſoit toujours la même ; & nous ſaurons enſuite par les diverſes épaiſſeurs que nous trouverons, de combien ces différentes eſpeces de milieux ſont plus tranſparentes les unes que les autres. On trouve, par exemple, par le moyen du Problême précédent, qu'il faut que l'eau de la mer ait $2\frac{974}{1000}$ pouces ou $\frac{2479}{10000}$ de pied d'épaiſſeur pour faire diminuer la lumiere d'une centieme partie, ou pour la faire diminuer dans le rapport de 100 à 99 ; & qu'il faut que l'air groſſier d'ici-bas ait 189 toiſes d'épaiſſeur, pour pouvoir produire le même degré d'affoibliſſement. Il ne reſte donc qu'à voir combien 189 toiſes ſont de fois plus grandes que

$\frac{1479}{0000}$ de pied, & on ſaura par-là que l'air eſt environ 4575 fois plus tranſparent que l'eau de la mer. On peut trouver encore la même choſe en cherchant la grandeur des ſoutangentes des logarithmiques qui appartiennent aux différents milieux. C'eſt ce qui nous invite à chercher ces ſoutangentes : & nous le faiſons auſſi, afin de mieux connoître les logarithmiques qui ſervent de *graduluciques* à chaque corps.

PROBLEME IV.

Trouver la Soutangente de la Logarithmique qui appartient à chaque Corps tranſparent.

NOUS N'AVONS pour cela qu'à faire attention à ce que nous avons tâché d'établir à la fin de la Section précédente, que ſi on prend pluſieurs ordonnées de même longueur dans deux logarithmiques différentes ; comme par exemple, dans la logarithmique $QRVY$, qui ſert de *graducilique* au corps diaphane $ABCD$, & dans la logarithmique, dont on peut concevoir qu'eſt tirée la table des logarithmes ; les parties de l'axe interceptées entre ces ordonnées, ſeront en même raiſon que les ſoutangentes des deux courbes. C'eſt-à-dire, que les parties de l'axe de la logarithmique des tables, ou ce qui eſt la même choſe, la différence des logarithmes de ſes ordonnées, ſera aux parties de l'axe de l'autre logarithmique, comme la ſoutangente de la premiere ſera à la

Figure 30.

ſoutangente de la ſeconde. Ainſi lorſque nous connoîtrons deux ordonnées comme QB & RF, ou que nous ſaurons la quantité de lumiere qui ſe préſente pour entrer dans le corps tranſparent AB, & celle qui parvient juſqu'en EF, après avoir traverſé l'épaiſſeur BF ou AE; nous n'aurons qu'à chercher les logarithmes de ces deux quantités de lumiere QB & RF dans la table des logarithmes, & nous pourrons faire enſuite cette proportion : *la différence de ces deux logarithmes eſt à l'épaiſſeur* BF *comme la ſoutangente* 4342948 *de la logarithmique de la table, ſera à la ſoutangente de notre logarithmique* QRVY.

IL EST FACILE de voir que la ſoutangente de la logarithmique de la table eſt de 4342948 parties. Car ſi on ſuppoſe deux ordonnées, dont l'une ſoit de 10000, & l'autre de 10001, les logarithmes de ces deux ordonnées ſeront 4. 0000000, & 4. 0000434 $\frac{1718}{10000}$; & ſi on ſouſtrait l'une de l'autre, il reſtera 434 $\frac{1718}{10000}$ pour la petite partie de l'axe interceptée entre ces deux ordonnées. Et ſi on fait de plus attention, que le petit triangle formé par l'excès 1 de la premiere ordonnée ſur la ſeconde, par la diſtance 434 $\frac{1718}{10000}$ d'une ordonnée à l'autre, & par une petite partie de la courbe, eſt ſenſiblement rectiligne, & qu'il eſt à peu-près ſemblable au grand triangle rectangle formé par l'ordonnée moyenne 10000 $\frac{1}{2}$ qui tient le milieu entre les deux autres 10000 & 10001, par la ſoutangente & par la tangente; on verra qu'on

peut faire cette proportion ; la différence 1 des deux ordonnées eſt à leur diſtance $434\frac{1718}{10000}$, comme l'ordonnée moyenne 10000 $\frac{1}{2}$ eſt à la ſoutangente 4342948.

AINSI nous connoiſſons le troiſieme terme de toutes les regles de Trois qu'il nous faudra employer pour découvrir la ſoutangente des logarithmiques comme *QVY*, dont les ordonnées expriment les divers degrés de lumiere ; & il n'y aura que le premier & le ſecond termes qui ſeront ſujets à changer, leſquels dépendent de la différente tranſparence des corps.

SI NOUS voulons avoir, par exemple, la ſoutangente de la logarithmique, qui appartient à l'eau de la mer, nous ſuppoſerons, comme ci-devant, qu'une épaiſſeur de 10 pieds fait diminuer la lumiere dans le rapport de 3 à 2, nous prendrons la différence des logarithmes de ces deux nombres ; & comme il vient 1760912, nous ferons cette proportion : 1760912 eſt à l'épaiſſeur de 10 pieds, comme la ſoutangente 4342948 de la table des logarithmes eſt à $24\frac{2}{3}$ pieds. D'où il ſuit que la logarithmique qui ſert de *gradulucique* à l'eau de mer, ou dont les ordonnées expriment les quantités de lumiere qui paſſent au travers, aura ſa ſoutangente de $24\frac{2}{3}$ pieds.

SI ON VEUT faire la même choſe pour l'air groſſier qui intercepte environ le tiers de la lumiere, ou qui la

réduit de 2500 rayons à 1681, lorſqu'il a une épaiſſeur de 7469 toiſes, on n'a qu'à faire cette proportion : la différence 1723723 des logarithmes de 2500 & de 1681 eſt à 7469 toiſes, comme la ſoutangente 4342948 de la table eſt à environ 18818 toiſes, pour la ſoutangente de la logarithmique, qui repréſente, par ſes ordonnées, les forces de la lumiere dans l'air groſſier. Ce ſera la même choſe pour tous les autres milieux; & les ſoutangentes qu'on trouvera ſeront toujours les *expoſants* de leurs tranſparences ſpécifiques, de même que les diverſes épaiſſeurs que la lumiere traverſe pour diminuer de la même quantité. Auſſi voyons-nous que la ſoutangente 18818 toiſes de l'air eſt environ 4580 fois plus grande que celle de l'eau de mer; ce qui marque que le premier milieu eſt plus tranſparent que le ſecond, comme nous l'avons déja trouvé.

PROBLEME V.

Connoiſſant par l'expérience la diminution que ſouffre la Lumiere en traverſant une certaine épaiſſeur d'un corps tranſparent, déterminer l'épaiſſeur qu'il faut donner à ce Corps pour le faire devenir opaque.

L'OPACITÉ des Corps conſiſte, comme nous l'avons vu ci-devant, dans une diminution très-conſidérable de la lumiere qui les traverſe; & il eſt certain que cette

diminution doit être portée au même terme dans tous les corps qui commencent à devenir opaques. Cela ſuppoſé, il ſuffiroit de connoître ce terme, ou ce degré d'affoibliſſement, pour qu'on fût en état de trouver, par le moyen du ſecond problême, l'épaiſſeur qui le produit, ou l'épaiſſeur qui fait perdre aux corps leurs tranſparences; mais il paroît d'abord aſſez difficile de pouvoir découvrir quel eſt le degré précis de cette grande diminution.

CEPENDANT, nous avons trouvé un moyen très-aiſé d'en venir à bout, en faiſant ſimplement quelques obſervations ſur un ſeul corps tranſparent. C'eſt d'examiner par les méthodes de la premiere Section, combien ce corps fait diminuer la lumiere, lorſqu'il n'a qu'une épaiſſeur médiocre; on augmentera enſuite cette épaiſſeur, juſqu'à ce que le corps devienne opaque; & on découvrira la diminution qu'il cauſe dans ce ſecond cas, par la connoiſſance qu'on aura de la diminution qu'il produit dans le premier.

POUR EXÉCUTER cela plus commodément, j'employai pluſieurs morceaux de verre ordinaire dont on fait les vitres, de ce même verre qui fait diminuer 247 fois la lumiere, lorſqu'elle paſſe au travers de 16 morceaux. J'en arrangeai 74 à quelques diſtances les uns des autres dans un tuyau; & me tournant enſuite vers le ſoleil, qui

avoit environ 50 degrés de hauteur, je voyois encore quelque apparence de cet aſtre, quoique ſa lumiere fût diminuée environ 116472400000 fois, comme nous l'avons trouvé dans le premier Problême. Pluſieurs perſonnes qui firent la même expérience avec moi, voyoient auſſi une foible lueur qu'ils ne diſtinguoient qu'avec peine, & qui s'évanouiſſoit auſſi-tôt que leurs yeux n'étoient pas tout-à-fait dans l'obſcurité. Mais enfin, lorſque j'eus ajouté encore 2 ou 3 morceaux de verre aux 74 premiers, nous ne vîmes plus tous aucune lumiere.

CEPENDANT, je crois qu'on doit ſuppoſer 80 morceaux, afin de former une épaiſſeur qui paroiſſe n'avoir abſolument aucune tranſparence, & qui ſoit opaque par rapport aux vues mêmes les plus délicates. Or 80 morceaux doivent faire diminuer 919358226007 fois la lumiere : c'eſt ce qu'on trouve par cette analogie, 16 morceaux ſont au logarithme 2.3926969 de $\frac{247}{1}$ ou de 247, comme 80 ſont à 11.9634848 qui eſt le logarithme de 919358226007. Ainſi les 80 morceaux de verre qui paroiſſent fermer entiérement le paſſage aux rayons, ne le ferment pas abſolument; mais ils rendent la lumiere environ neuf cens milliards de fois plus foible.

CES OBSERVATIONS faites ſur le verre étant admiſes, il eſt facile de trouver maintenant l'épaiſſeur que doivent avoir tous les autres corps diaphanes pour perdre

leurs tranſparences. Il ne s'agit que de trouver, par le moyen du ſecond Problême, l'épaiſſeur qu'il faut qu'ils ayent, pour faire diminuer neuf cens milliards de fois la lumiere ; car auſſi-tôt qu'ils l'affoibliront, ce grand nombre de fois, ils doivent avoir autant d'opacité que nos 80 morceaux de verre, & ils doivent être opaques, non-ſeulement par rapport à la lumiere du ſoleil, mais auſſi par rapport à celle de tous les autres objets, puiſque nous n'en connoiſſons aucun qui ait autant d'éclat que cet aſtre. Auſſi-tôt donc que nous aurons trouvé par quelques expériences la diminution que cauſe une épaiſſeur médiocre d'un corps tranſparent, nous n'aurons qu'à faire l'analogie ſuivante, conformément au ſecond Problême: *le logarithme du rapport ſelon lequel ſe fait la diminution, eſt à l'épaiſſeur qui la produit, comme le logarithme* 11.9634848 *de neuf cents milliards, eſt à l'épaiſſeur qui doit rendre opaque le corps propoſé.* Il n'y aura dans cette proportion que le premier & le ſecond terme qui ſeront ſujets à changer ; & pour le troiſieme, il ſera toujours conſtant.

SI ON CHERCHE par cette analogie l'épaiſſeur que doit avoir l'eau marine, pour perdre ſenſiblement toute ſa tranſparence, on trouvera 679 pieds. La même méthode appliquée à l'air d'ici-bas, donne 518385 toiſes ou environ 227 lieues communes : ce qui nous apprend que ſi l'Atmoſphere s'étendoit à une ſemblable diſtance de la terre, en conſervant par-tout la même denſité qu'ici-bas,

bas, nous ne recevrions aucune lumiere des aſtres, & nous ſerions continuellement plongés dans la plus ſombre nuit.

TROISIEME SECTION.

Méthode de calculer les forces de la Lumiere, lorſque le corps lumineux n'eſt pas à une diſtance infinie.

NOUS VENONS de ſuppoſer que le corps lumineux étoit à une diſtance comme infinie, & que ſes rayons étoient ſenſiblement paralleles. Nous ne le ſuppoſerons pas déſormais dans un ſi grand éloignement, & nous ferons attention à l'effet que doit cauſer la divergence de ſes rayons.

DANS ce dernier cas, la vivacité de la lumiere eſt ſujette à recevoir deux diminutions ; l'une par le défaut de tranſparence du milieu, lequel intercepte toujours quelques rayons ; & l'autre, parce que les rayons qui continuent leur chemin ſans être interrompus, vont toujours en s'éloignant les uns des autres, & occupent continuellement de plus grands eſpaces ; ce qui fait qu'il en tombe moins en chaque endroit. Or, ſi on combine cette derniere diminution, qui ſuit la raiſon inverſe des

quarrés des diſtances, avec l'autre diminution cauſée par le défaut de tranſparence, on verra que les diverſes forces de la lumiere doivent être en raiſon compoſée de la raiſon directe des ordonnées de la logarithmique & de la raiſon inverſe des quarrés des diſtances; ou ce qui revient à la même choſe, qu'elles doivent être proportionnelles aux ordonnées de la logarithmique, diviſées par les quarrés de diſtances aux corps lumineux.

IL EST FACILE de voir que le défaut de tranſparence du milieu, doit faire diminuer la lumiere préciſément de la même façon que ci-devant, & la faire ſuivre le rapport des ordonnées de la même logarithmique. Car ſi les rayons qui ſortent d'un flambeau, forment un cône par leur divergence, & vont toujours en s'éloignant les uns des autres, ils ne doivent être pour cela ni plus ni moins ſujets à être interrompus, puiſqu'en même temps que les eſpaces dans leſquels ils ſe répandent, ont plus de parties groſſieres, ou de parties quelles qu'elles ſoient, qui interceptent la lumiere, ils ont auſſi plus de pores qui la laiſſent paſſer. Toutes les hypotheſes imaginables ſur la tranſmiſſion de la lumiere, ſeront ſuſceptibles d'une explication ſemblable. Suppoſé donc qu'on diviſe le cône de lumiere en une infinité de tranches paralleles entr'elles & perpendiculaires à l'axe, & qu'une de ces tranches intercepte, par exemple, la dixieme partie des rayons, toutes les autres tranches de même

épaiſſeur, quoiqu'elles ayent continuellement plus d'étendue, n'intercepteront auſſi que la dixieme partie des rayons, & la lumiere totale diminuera toujours en progreſſion géométrique, & ſera encore exprimée par les ordonnées de notre logarithmique.

MAIS au lieu que cette lumiere n'occupe que des eſpaces de même grandeur, lorſque le corps lumineux eſt à une diſtance infinie, & que ſes rayons ſont paralleles, elle occupe ici des eſpaces qui ſont toujours de plus grands en plus grands, & qui augmentent comme les quarrés des diſtances. C'eſt pourquoi la vivacité de la lumiere qu'on ſent à différents éloignements, ne doit plus ſuivre ſimplement le rapport des ordonnées de la logarithmique, mais le rapport de ces ordonnées diviſées par les quarrés des diſtances ; car la lumiere ne peut pas ſe répandre dans de plus grands eſpaces, ſans être en même temps plus foible à proportion.

IL SUIT delà, que lorſque les rayons ne ſont pas paralleles, & que leur divergence eſt ſenſible, on doit concevoir le corps lumineux *A* (*fig.* 34) accompagné de deux différentes lignes courbes, ſavoir de la logarithmique *BQY*, que nous avons montré à déterminer, & d'une autre ligne, dont les ordonnées ſoient égales à celles de la logarithmique, diviſées par les quarrés des abſciſſes, ou par les quarrés des diſtances au corps Figure 34.

lumineux; & cette ſeconde ligne courbe ſera la *gradulucique.*

CE SERA auſſi la même choſe, lorſque le corps tranſparent n'environnera pas le corps lumineux A, (*fig.* 35) & qu'il ſera renfermé entre les deux ſurfaces planes, paralleles OS & TX, expoſées perpendiculairement à la lumiere. Car tous les rayons comme $ABCD$ & $AEFG$, ſi on en excepte le ſeul rayon perpendiculaire AP, ſouffrent réfraction à la rencontre des deux ſurfaces OS & TX; mais ils ſont enſuite dirigés comme s'ils partoient du foyer virtuel a, & ils occupent préciſément le même eſpace, que s'ils ſortoient effectivement de ce point. Figure 35.

AINSI, il n'y a point ici de nouvelle difficulté; & pour comparer la vivacité qu'a la lumiere en entrant en N dans le corps tranſparent $OSTX$, avec celle qu'elle a en ſortant en P, il n'y a qu'à concevoir la logarithmique VQ, qui exprime par ſes ordonnées les diverſes quantités de lumiere qui parviennent dans tous les endroits du corps OX: & ſi nous diviſons la quantité NV, par l'eſpace qu'elle occupe, ou par le quarré de la diſtance AN, au flambeau A, & la quantité PQ qui parvient juſqu'en P, par l'eſpace qu'elle occupe en cet endroit, ou par le quarré de la diſtance aP au point de divergence a, les quotients $\frac{NV}{AN^2}$ & $\frac{PQ}{aP^2}$, marqueront les

différents degrés de force ou de vivacité qu'aura la lumiere, lorſqu'elle entrera dans le corps tranſparent, & lorſqu'elle en ſortira.

EN UN MOT, c'eſt toujours une regle générale, pour trouver les divers degrés de force qu'a la lumiere, de diviſer la multitude totale des rayons, par l'étendue de la ſurface dans laquelle ces rayons ſont répandus. Mais au lieu de diviſer par l'étendue même des ſurfaces, on peut le faire par quelques grandeurs qui ſoient en même raiſon ; c'eſt pourquoi nous diviſons ici par les quarrés des diſtances au flambeau, ou au foyer virtuel.

AU SURPLUS, comme la courbe MRF (*fig.* 34) dépend abſolument de la logarithmique BVQ, il eſt ſenſible qu'elle doit être auſſi du nombre des courbes qu'on nomme méchaniques ou tranſcendantes. Ainſi, il n'eſt pas poſſible d'exprimer généralement & d'une maniere finie la relation de ſes ordonnées & de ſes abſciſſes : tout ce qu'on peut faire eſt d'employer une ſérie qui ſoit d'autant plus exacte qu'on la pouſſera plus loin. Suppoſé que h déſigne les ſoutangentes de la logarithmique BVQ, & que x repréſente les parties de l'axe de cette courbe ou ſes abſciſſes comme AN ou AP, les Lecteurs qui ſont Géometres, ſavent que $1 - \frac{x}{h} + \frac{x^2}{2h^2} - \frac{x^3}{6h^3} + \frac{x^4}{24h^4} -$ &c, exprime la valeur des ordonnées correſpondantes comme NV ou PQ. Or ſi on diviſe cette valeur des ordonnées Figure 34.

de la logarithmique, par le quarré x^2 de ſes abſciſſes, nous aurons conformément à ce que nous venons d'établir, la ſuite infinie $\frac{1}{x^2} - \frac{1}{hx} + \frac{1}{2h^2} - \frac{x}{6h^3} + \frac{x^2}{24h^4} - \frac{x^3}{120h^5} + \frac{x^4}{720h^6}$ — &c, pour l'expreſſion des ordonnées NM ou PR de l'autre courbe, la *gradulucique*, ou pour l'expreſſion des forces qu'a la lumiere à toutes les différentes diſtances x du corps lumineux.

MAIS nous pouvons nous ſervir encore des Tables des logarithmes, pour calculer d'une maniere commode, les différents degrés de la lumiere. Nous n'avons qu'à nous ſouvenir de ce que nous avons déja répété tant de fois, que ſi on cherche dans la Table inventée par Neper les logarithmes des ordonnées PQ, CY, &c, de la logarithmique BQY, (*fig.* 34) les différences de tous ces logarithmes, ſeront proportionnelles aux parties NP, PC, &c, de l'axe AC; & elles ſeront toujours à ſes parties, en même rapport que la ſoutangente 4342948 de la logarithmique dont on peut ſuppoſer que la Table de Neper eſt déduite, eſt à la ſoutangente de la logarithmique BQY.

Figure 34.

PAR LE MOYEN de ce principe, nous calculerons, comme ci-devant, toutes les ordonnées de cette logarithmique BQY; & diviſant enſuite ces ordonnées par le quarré de leur diſtance au corps lumineux, il nous viendra les divers degrés de force de la lumiere à diffé-

rentes diſtances ou les ordonnées de la *gradulucique EMF*. Si nous connoiſſons au contraire quelqu'une des ordonnées de cette ſeconde courbe, nous n'aurons qu'à les multiplier par les quarrés des diſtances au corps lumineux, ou par les quarrés des diſtances au foyer virtuel lorſque les rayons ſouffriront réfraction; & les produits nous donneront toujours les ordonnées correſpondantes de la logarithmique *BQY*. Ainſi, nous n'aurons toujours, pour déduire les ordonnées de la *gradulucique* des ordonnées de la logarithmique, ou pour inférer au contraire celles-ci des autres, qu'à diviſer ou multiplier par les quarrés des diſtances au corps lumineux : c'eſt ce dont il eſt très-important pour la ſuite de ſe reſſouvenir.

NOUS CONNOISSONS, par exemple, les forces *NM* & *PR* de la lumiere en *N* & en *P*, & nous voulons découvrir la force *CF* qu'a la lumiere en quelqu'autre point *C*; nous multiplierons les forces connues *NM* & *PR* par les quarrés des diſtances *AN* & *AP*, pour avoir les ordonnées *NV* & *PQ* de la logarithmique *BVY*; & connoiſſant ces deux ordonnées, nous chercherons la troiſieme *CY* par cette analogie : la partie *NP* de l'axe, eſt à la différence des logarithmes des deux ordonnées *NV* & *PQ*, comme la partie *NC* eſt à la différence des logarithmes de *NV* & de *CY*. Cette différence étant trouvée, nous l'ôterons du logarithme de *NV*, pour avoir celui de *CY*; & enfin, nous n'aurons

qu'à diviſer CY, par le quarré de la diſtance AC, & nous trouverons l'ordonnée requiſe CF, qui repréſente la force qu'a la lumiere au point propoſé C. En ſuivant la même méthode, & en paſſant ainſi des ordonnées d'une des lignes courbes, aux ordonnées de l'autre, on pourra réſoudre tous les problêmes qui ſe préſentent ſur la force de la lumiere. On en va voir l'eſſai dans les trois propoſitions ſuivantes, qui me paroiſſent renfermer les principaux problêmes qu'on peut ſe propoſer ſur cette matiere, en s'abſtenant de ceux qui n'appartiendroient proprement qu'à la Géométrie, & dont la meſure de la lumiere ſeroit moins le ſujet que la ſimple occaſion. Mais nous employerons le calcul algébrique, afin de rendre nos ſolutions plus générales, & afin de n'être pas obligés non plus de nous répandre dans de trop longs diſcours.

PREMIERE PROPOSITION.

Comparer généralement les differentes forces qu'a la Lumiere, à différentes diſtances du Corps lumineux, lorſque cette Lumiere paſſe au travers d'un Corps par-tout également diaphane.

PRÉPARATIONS.

JE SUPPOSE d'abord que le corps tranſparent
Figure 35. $OTXS$ (*fig.* 35) eſt renfermé entre deux ſurfaces planes OS, TX, perpendiculaires aux rayons AP, & qu'on connoiſſe

connoiſſe le rapport du ſinus d'incidence au ſinus de réfraction, lorſque la lumiere ſe détourne, en entrant obliquement dans ce corps. Je déſigne ce rapport des ſinus d'incidence & de réfraction, par les lettres e & f; & nommant m & n les deux diſtances AN & AP, il eſt clair par les choſes que nous avons dites dans le premier livre (Article IV, de la premiere Section) que le foyer virtuel a, ſera en-deçà du corps lumineux A de la quantité $Aa = \frac{e-f}{e} \times \overline{n-m}$; & ſi on ôte cette quantité de $AP = n$, on trouvera que $aP = n\frac{-e+f}{e} \times \overline{n-m} = \frac{\overline{e-f} \times m + fn}{e}$. Figure 35.

JE NOMME enſuite g, la ſoutangente de la logarithmique des tables des logarithmes, & h la ſoutangente de la logarithmique VQ, qui appartient au corps tranſparent OX, & qui détermine ſa tranſparence. La ſoutangente g eſt de 4342948 parties; & on trouvera toujours aiſément la ſoutangente h, de la logarithmique OX. Je nomme enfin p la force qu'a la lumiere du flambeau A, lorſqu'elle entre en N dans le corps tranſparent OX. Je déſigne par p' cette même force après qu'elle a, par exemple, été déja diminuée d'une dixieme partie pour les trois altérations que cauſe à la lumiere, la rencontre ſucceſſive des deux ſurfaces OS & TX; & q exprimera la force qu'elle a en ſortant en P.

SI NOUS multiplions enſuite p' par le quarré m^2

Figure 35. de la distance AN au flambeau A, & q par le quarré $\overline{\frac{e-f\times m+fn}{e^2}}^2$ de la distance aP au foyer virtuel a, d'où il semble que sortent les rayons du flambeau, après qu'ils ont traversé le corps transparent, il viendra $p'm^2$ & $q\times\overline{\frac{e-f\times m+fn}{e^2}}^2$, pour la valeur des deux ordonnées NV & PQ de la logarithmique VQ; & prenant ensuite la lettre L pour désigner les logarithmes des grandeurs, nous pourrons faire cette analogie: la différence $Lp'm^2 - Lq\times\overline{\frac{e-f\times m+fn}{e^2}}^2$ des logarithmes de deux ordonnées NV & PQ, est à la partie NP de l'axe de la logarithmique VQ, ou à l'épaisseur $NP=n-m$ du corps transparent OX, comme la soutangente g de la logarithmique des tables, sera à la soutangente h de la logarithmique du corps transparent.

CETTE ANALOGIE nous donnera l'équation $h\times Lp'm^2 - h\times Lq\times\overline{\frac{e-f\times m+fn}{e^2}}^2 = gn-gm$, ou $Lp'm^2 - Lq\times\overline{\frac{e-f\times m+fn}{e^2}}^2 = \frac{g}{h}\times\overline{n-m}$; & si nous faisons attention que par une propriété particuliere aux logarithmes $Lp'm^2 = Lp' + Lm^2 = Lp' + 2Lm$, & que $Lq\times\overline{\frac{e-f\times m+fn}{e^2}}^2 = Lq + L\overline{\frac{e-f\times m+fn}{e^2}}^2 = Lq + 2L\overline{\frac{e-f\times m+fn}{e}}$, nous changerons l'équation $Lp'm^2 - Lq\times\overline{\frac{e-f\times m+fn}{e^2}}^2 = \frac{g}{h}\times\overline{n-m}$, en $Lp' + 2Lm -$

$Lq - 2L\frac{\overline{e-f}\times m+fn}{e} = \frac{g}{h}\times\overline{n-m}$, qui ſe réduit à $L\frac{p'}{q} - 2L\frac{\overline{e-f}\times m+fn}{em} = \frac{g}{h}\times\overline{n-m}$. Or comme cette équation exprime d'une maniere générale, la relation qu'ont entr'elles les différentes forces p' & q de la lumiere, & les différentes diſtances m & n, nous n'avons qu'à la réſoudre, en traitant ſucceſſivement les différentes lettres qui la compoſent, comme inconnues; & de cette ſorte nous réſoudrons toutes les queſtions qu'on peut propoſer ſur la force de la lumiere reçue à deux diverſes diſtances du corps lumineux. Figure 35.

SOLUTIONS.

I.

Connoiſſant les diſtances m *&* n *au corps lumineux, trouver le rapport* $\frac{p}{q}$ *de forces* p *&* q *de la Lumiere.*

L'ÉQUATION $L\frac{p'}{q} - 2L\frac{\overline{e-f}\times m+fn}{em} = \frac{g}{h}\times\overline{n-m}$ nous fournit cette autre $L\frac{p'}{q} = \frac{g}{h}\times\overline{n-m} + 2L\frac{\overline{e-f}\times m+fn}{em}$, par le moyen de laquelle il eſt facile de découvrir le rapport $\frac{p'}{q}$ qu'on demande, pourvu qu'on ait toujours, comme nous le ſuppoſons, une table de logarithmes. Il n'y a qu'à ajouter le double du logarithme de $\frac{\overline{e-f}\times m+fn}{em}$ avec $\frac{g}{h}\times\overline{n-m}$, on aura le logarithme $\frac{p'}{q}$; & cherchant

Figure 35. ce logarithme dans la table on trouvera $\frac{p'}{q}$ vis-à-vis, & ſi le corps tranſparent eſt du criſtal, il n'y aura qu'à augmenter le rapport $\frac{p'}{q}$ d'une dixieme partie, pour ſavoir combien de fois la lumiere qu'on reçoit en N, eſt plus forte que celle qu'on peut recevoir en P.

SI OX eſt, par exemple, une maſſe d'eau de mer, on pourra mettre les nombres 4 & 3, à la place des lettres e & f; parce que le ſinus de l'angle d'incidence eſt au ſinus de l'angle de réfraction, à peu-près comme 4 eſt à 3, lorſque la lumiere entre dans l'eau. On aura donc $L\frac{p'}{q} = \frac{g}{h} \times \overline{n-m} + 2L\frac{m+3n}{4m}$; & ſi on met 4342948 à la place de g, & environ 25 pieds à la place de h, il viendra $L\frac{p'}{q} = \frac{4342948}{25.} \times \overline{n-m} + 2L\frac{m+3n}{4m}$, dans laquelle il ne reſte plus qu'à introduire la valeur des diſtances AN & AP exprimées en pieds, pour avoir le logarithme du rapport $\frac{p'}{q}$, & enſuite celui $\frac{p}{q}$ des forces qu'a la lumiere en N & en P, à ſon entrée dans la maſſe d'eau & à ſa ſortie.

SI d'un autre côté la lumiere traverſe le corps tranſparent ſans ſouffrir de réfraction; ce qui doit arriver lorſque le corps tranſparent environne tout le corps lumineux, ou lorſqu'il eſt renfermé lui-même entre deux ſurfaces ſphériques OS, TX qui ont le corps lumineux pour centre; on peut regarder les lettres e & f comme égales, la diſtance Aa deviendra nulle, & au lieu de

la formule $L\frac{p'}{q} = \frac{g}{h} \times \overline{n-m} + 2L\frac{\overline{e-f} \times m+fn}{em}$, il viendra cette autre $L\frac{p'}{q} = \frac{g}{h} \times \overline{n-m} + 2L\frac{n}{m}$, qui eſt beaucoup plus ſimple, & qui peut cependant encore ſervir dans un très-grand nombre de cas. Il n'y a, par exemple, qu'à mettre 4342948 & 18818 toiſes à la place de g & de h, pour déterminer cette formule à marquer le rapport des forces p & q qu'a la lumiere d'un flambeau, lorſqu'on la reçoit à toutes ſortes de diſtances m & n du corps lumineux, & qu'elle ne traverſe que l'air groſſier. Figure 35.

II.

Trouver à quelles diſtances (m & n) *du Corps lumineux, il faut ſe placer, pour que ces deux diſtances ſoient dans un certain rapport donné* (*de* b *à* c), *& pour que les forces de la Lumiere ſoient auſſi dans un rapport donné* (*de* p *à* q).

De l'équation $L\frac{p'}{q} - 2L\frac{\overline{e-f} \times m+fn}{em} = \frac{g}{h} \times \overline{n-m}$, nous déduiſons cette autre $n-m = \frac{h}{g} \times L\frac{p'}{q} - \frac{2h}{g} L\frac{\overline{e-f} \times m+fn}{em}$, ou $n-m = \frac{h}{g} L\frac{p'}{q} - \frac{2h}{g} L\overline{\frac{e-f}{e} + \frac{fn}{me}}$, qui marque en grandeurs entiérement connues, la différence $n-m$ des deux diſtances au corps lumineux. Car le terme $\frac{2h}{g} L\overline{\frac{e-f}{e} + \frac{fn}{em}}$, ne ſuppoſe pas qu'on connoiſſe les diſtances m & n, mais qu'on connoiſſe

Figure 35. ſeulement leur rapport $\frac{n}{m}$; & ſi on veut repréſenter ce rapport par $\frac{c}{b}$, nous aurons $n - m = \frac{h}{g^{\circ}} L \frac{p'}{q} - \frac{2h}{g} \times L \frac{e-f}{e} + \frac{fc}{eb}$. Or lorſqu'on aura découvert par le moyen de cette formule la différence $n - m$, la queſtion ſera réduite à trouver deux nombres dont on connoît la différence $n - m$ & le rapport $\frac{c}{b}$. Ainſi nous n'aurons qu'à faire cette analogie : $c - b$ eſt à $n - m$ comme b eſt à m, & comme c eſt à n.

APPLIQUONS ceci à un flambeau dont la lumiere ſe répand dans l'air d'ici-bas; & cherchons à quelles diſtances il faut ſe placer pour que l'une étant double de l'autre, la lumiere ſoit dix fois plus forte dans la premiere Station que dans la ſeconde.

LA FORMULE générale $n - m = \frac{h}{g} L \frac{p'}{q} - \frac{2h}{g} L \frac{e-f}{e} + \frac{fc}{eb}$ deviendra $n - m = \frac{18818}{4142948} \times L \frac{p'}{q} - \frac{37636}{4342948} L \frac{c}{b}$, parce que nous devons mettre 4342948 & 18818 à la place des ſoutangentes g & h, & que les grandeurs e & f ſont égales, à cauſe que les rayons ne ſouffrent point alors de réfraction. Si on veut enſuite que la lumiere ſoit effectivement 10 fois plus foible, quoiqu'on ne ſe mette qu'à deux fois plus de diſtance du flambeau, il n'y aura qu'à ſubſtituer les nombres 10 & 1 à la place des lettres p' & q; & 2 & 1 à la place de c & de b, & on aura $n - m = \frac{18818}{4342948} L \frac{10}{1} - \frac{37636}{4342948} L \frac{2}{1} =$

$\frac{18818}{4342948} \times 10000000 - \frac{37636}{4342948} \times 3010300$; ce qui nous apprend que la différence $n - m$ des deux distances n & m, doit être d'environ 17243 toises. Figure 35.

IL NE RESTERA plus après cela, qu'à faire ces deux proportions, $c - b = 1$, est à $n - m = 17243$ toises, comme $b = 1$, est à m, & comme $c = 2$ est à n; & on verra que les deux distances m & n qui satisfont à la question sont de 17243 toises & de 34486. C'est-à-dire, qu'il faut s'éloigner du flambeau de 17243 toises, & de 34486, pour que les forces de la lumiere soient dans le rapport de 10 à 1, pendant que les deux distances ne sont que dans celui de 2 à 1.

III.

Trouver à quelle distance m *&* n, *il faut se mettre d'un corps lumineux, lorsqu'on connoît la différence* n — m *de ces distances, ou l'epaisseur du corps diaphane, & qu'on veut que les forces* p *&* q *de la Lumiere soient dans un rapport donné.*

NOUS aurons la formule $L \frac{\overline{e-f} \times m + fn}{em} = \frac{1}{2} L \frac{p'}{q} - \frac{g}{2h} \times \overline{n - m}$, dans laquelle le second membre est entiérement connu; puisque nous connoissons les soutangentes g & h, & le rapport $\frac{p'}{q}$ des forces p' & q de la lumiere, aussi bien que la différence $n - m$ des deux distances n & m.

Figure 55. Or ſi nous cherchons dans les logarithmes à quel nombre naturel répond $\frac{1}{2} L \frac{p'}{q} - \frac{g}{2h} \times \overline{n-m}$, nous trouverons la valeur de $\frac{\overline{e-f} \times m+fn}{em}$; puiſque le logarithme de cette grandeur eſt égal à $\frac{1}{2} L \frac{p}{q} - \frac{g}{2h} \times \overline{n-m}$, ſelon notre formule.

MAIS connoiſſant la valeur de $\frac{\overline{e-f} \times m+fn}{em}$ avec celle de $n-m$, qui eſt donnée, il eſt très-facile de découvrir les diſtances n & m. Nous n'avons qu'à appeller k la valeur de $\frac{\overline{e-f} \times m+fn}{em}$, & i celle de $n-m$, nous aurons les deux équations $k = \frac{\overline{e-f} \times m+fn}{em}$, & $i = n-m$; qui nous fourniront deux différentes expreſſions de n; ſavoir, $n = \frac{\overline{ek-e+f} \times m}{f}$, & $n = i+m$; & ſi nous comparons enſemble ces expreſſions, il viendra $\frac{\overline{ek-e+f} \times m}{f} = i+m$, dans laquelle on trouve que $m = \frac{fi}{ek-e}$; & l'autre diſtance n ſera par conſéquent égale à $\frac{fi}{ek-e} + i$.

AINSI, lorſque nous connoîtrons la différence $n-m$ des deux diſtances AN & AP; ou lorſque nous connoîtrons l'épaiſſeur NP d'un corps tranſparent $OTXS$, & que nous voudrons ſavoir à quelle diſtance du corps lumineux il faut le placer, pour que les forces de la lumiere, à ſon entrée en N & à ſa ſortie en P, ſoient dans le rapport de p à q, nous n'aurons, conformément à la formule, qu'à chercher dans la table des logarithmes

le

le nombre dont $\frac{1}{2} L \frac{p'}{q} - \frac{g}{2h} \times \overline{n - m}$, ou $\frac{1}{2} L p' - \frac{1}{2} L q - \frac{g}{2h} \times \overline{n - m}$ eſt le logarithme; nous aurons de cette ſorte la valeur de $\frac{\overline{e-f} \times m + fn}{em}$: & introduiſant cette valeur à la place de k, l'épaiſſeur $n - m$ du corps tranſparent à la place de i, & les nombres qui expriment le rapport du ſinus d'incidence, & du ſinus de refraction, à la place de e & de f; la formule $m = \frac{fi}{ek - e}$, nous donnera la diſtance requiſe AN dont le corps tranſparent OX doit être éloigné du flambeau A, pour produire l'effet que l'on ſouhaite. Figure 35.

IV.

Connoiſſant la force de la Lumiere à une certaine diſtance du Corps lumineux, trouver à quelle autre diſtance il faut ſe mettre, pour que la Lumiere ſe trouve plus ou moins forte, préciſément dans un certain rapport.

CE PROBLEME eſt plus difficile que les précédents; car au lieu qu'on réſout les autres d'une maniere directe, en ſe ſervant ſimplement des tables de logarithmes, on ne peut réſoudre celui-ci avec le même ſecours, que par tâtonnement ou par voie de médiation. Cette différence vient de ce que les diſtances m & n ſont non-ſeulement employées dans l'équation $L \frac{p'}{q} - 2 L \frac{\overline{e-f} \times m + fn}{em} = \frac{g}{h} \times \overline{n - m}$, mais de ce que leurs logarithmes le ſont auſſi:

Figure 35. car comme on ne ſait pas, à parler généralement, le rapport qu'a une grandeur avec ſon logarithme, cela fait qu'on ne peut pas dégager par les regles de l'Algebre, la diſtance m ou n, qu'on regarde comme inconnue.

SI PAR EXEMPLE, nous connoiſſons la force p de la lumiere du flambeau A, lorſqu'on la reçoit à la diſtance $AN = m$, & que nous nous propoſions de trouver la diſtance $AP = n$, où il faut ſe mettre, pour que la grandeur q exprime la force de la lumière, nous aurons la formule $\frac{g}{h} n + 2L\frac{\overline{e-f} \times m + fn}{em} = \frac{g}{h} m + L\frac{p'}{q}$, en faiſant paſſer d'un des côtés du ſigne d'égalité, les termes où la lettre n ſe trouve: & ſi nous conſidérons que $2L\frac{\overline{e-f} \times m + fn}{em} = 2L\frac{\overline{e-f} \times m + fn}{e} - 2Lm$, nous aurons encore $\frac{g}{h} n + 2L\frac{\overline{e-f} \times m + fn}{e} = \frac{g}{h} m + 2Lm + L\frac{p'}{q}$; mais il eſt clair que nous ne pourrons pas aller plus loin, par la raiſon que nous avons dite. C'eſt pourquoi il faudra néceſſairement, pour découvrir la diſtance n, employer ou le tâtonnement, ou quelques eſpeces d'approximation.

CE SERA encore la même choſe, ſi la lumiere ne ſouffre point de réfraction en paſſant au travers du corps tranſparent; car nous aurons la formule $\frac{g}{h} n + 2Ln = \frac{g}{h} m + 2Lm + L\frac{p'}{q}$, dans laquelle on ne peut point encore dégager n. Ainſi, on ſera obligé d'attribuer dif-

férentes valeurs à la lettre n, juſqu'à ce que $\frac{g}{h}\,n + 2\,L\,n$, ou généralement $\frac{g}{h}\,n + 2\,L\frac{\overline{e-f}\times m+fn}{e}$, ſoit égal à la grandeur connue $\frac{g}{h}\,m + 2\,L\,m + L\frac{p'}{q}$. Figure 35.

SUPPOSONS qu'on reçoive dans l'air libre, la lumiere d'un flambeau à 1000 toiſes de diſtance, & qu'on demande à quelle autre diſtance il faut ſe mettre, pour que la lumiere ſoit quatre fois plus foible. En ſubſtituant 4342948 & 18818 toiſes à la place de g & de h, 1000 à la place de m, & 4 & 1 à la place des lettres p & q qui expriment le rapport des lumieres, on trouvera d'abord 66251386 pour la valeur de $\frac{g}{h}\,m + 2\,L\,m + L\frac{p}{q}$. Mais il faudra enſuite ſuppoſer n de différentes grandeurs, juſqu'à ce qu'on en rencontre une qui rende $n + 2\,L\,n$ égal à 66251386. Cette valeur de n ſe trouve de 1950 toiſes environ 1 pied; ainſi, c'eſt à cette diſtance qu'il faudroit ſe mettre du flambeau, pour que ſa lumiere fût quatre fois plus foible, que lorſqu'on la reçoit à 1000 toiſes.

Conſtruction du Problême par l'interſection de deux lieux.

MAIS ſi nous ne pouvons pas réſoudre généralement & d'une maniere directe par le calcul, l'équation $\frac{g}{h}\,n + 2\,L\frac{\overline{e-f}\times m+fn}{e} = \frac{g}{h}\,m + 2\,L\,m + L\frac{p'}{q}$; nous pourrons toujours la conſtruire aiſément par le moyen

d'une figure, en nous ſervant de deux lieux convenables, dont l'un doit être naturellement une logarithmique. Pour rendre l'opération plus ſimple, je prens une nouvelle inconnue s, & je ſuppoſe $L\frac{\overline{e-f\times m+fn}}{e} = Ls$, ou $\frac{\overline{e-f\times m+fn}}{e} = s$, ce qui me donne $n = \frac{es+\overline{f-e}\times m}{f}$; & introduiſant cette valeur à la place de n, & Ls à la place de $L\frac{\overline{e-f\times m+fn}}{e}$, dans notre équation $\frac{g}{h}\times n +$ $2L\frac{\overline{e-f\times m+fn}}{e} = \frac{g}{h}m + 2Lm + L\frac{p'}{q}$, il vient cette autre $\frac{ges+g\times\overline{f-e}\times m}{hf} + 2Ls = \frac{g}{h}m + 2L\frac{p'}{q}$; ou $\frac{ges}{2hf}$ $+ Ls = \frac{gem}{2hf} + Lm + \frac{1}{2}L\frac{p'}{q}$, qui eſt effectivement plus facile à conſtruire.

Figure 36. NOUS tracerons d'abord ſur l'axe BA (*fig.* 36) la logarithmique KHG, pour repréſenter celle dont la table des logarithmes peut être cenſée déduite: mais il n'importe de quelle grandeur ſoit la ſoutangente g, puiſque toutes les logarithmiques ont la même propriété par rapport aux logarithmes, & qu'on peut toujours ſuppoſer que leur ſoutangente eſt de 4342948 parties. Si nous prenons enſuite le point A pour l'origine des abſciſſes, & que nous faſſions l'eſpace AI égal au ſecond membre $\frac{gem}{2hf} + Lm + \frac{1}{2}L\frac{p'}{q}$ de notre équation, lequel eſt entiérement connu; nous n'aurons qu'à tirer du point I la ligne droite IO, de maniere que IM ſoit à la perpendiculaire MN dans le rapport de ge à

$2hf$; & du point d'interſection K de cette ligne droite & de la logarithmique, abaiſſant l'ordonnée KV perpendiculairement ſur l'axe AB, cette ordonnée ſera la valeur de s. Figure 36.

EN EFFET KV étant la valeur de s, & AV celle de Ls, à cauſe de la logarithmique GHK; & IV égale à $\frac{ges}{2hf}$, à cauſe de l'analogie, $2hf : ge :: MN : IM :: VK = s : IV = \frac{ge}{2hf} \times s$: on aura $\frac{ge}{2hf} \times s + Ls$ égale à $AV + VI$ ou à AI, qui a été déja faite égale à $\frac{gem}{2hf} + Lm + \frac{1}{2} L \frac{p'}{q}$; & nous aurons par conſéquent notre équation $\frac{ge}{2hf} \times s + Ls = \frac{gem}{2hf} + Lm + \frac{1}{2} L \frac{p'}{q}$ abſolument conſtruite. La valeur VK de s étant ainſi déterminée, il ne reſtera plus qu'à l'introduire dans l'équation $n = \frac{es + \overline{f-e} \times m}{f}$; & on aura la diſtance n qu'on ſe propoſoit de découvrir.

IL NE SERA peut-être pas inutile de dire ici comment on pourra faire aiſément l'eſpace IA égal à $\frac{ge}{2hf} \times m + Lm + \frac{1}{2} L \frac{p'}{q}$. Nous prendrons d'abord l'ordonnée DC égale à m, qui eſt la diſtance à laquelle on eſt du corps lumineux, lorſqu'il éclaire avec la force p'; nous prolongerons l'ordonnée DC vers Q, de maniere que $DQ = 2hf$, & du point Q nous tirerons $QR = ge$, paralléle-ment à l'axe AR, & nous menerons la ligne droite DR. Il eſt déja évident que SA ſera égale à $\frac{ge}{2hf} \times m + Lm$: car SC ſera égale à $\frac{ge}{2fh} \times m$, à cauſe de la proportion

Figure 36. $DQ = 2hf : QR = ge :: DC = m : SC$, & d'un autre côté CA eſt égal à Lm, à cauſe de la logarithmique KHG.

APRÉS CELA nous prendrons les deux ordonnées HE & GF égales à p' & à q, qui expriment le rapport qu'on veut qu'il y ait entre les forces de la lumiere reçue aux deux diſtances m & n ; & comme nous aurons $EA = Lp'$, & $FA = Lq$, il eſt clair que la partie EF de l'axe interceptée entre les deux ordonnées HE & GF, ſera égale à $Lp' - Lq = L\frac{p'}{q}$, & qu'ainſi la moitié de EF ſera égale à $\frac{1}{2} L\frac{p'}{q}$. D'où il ſuit, qu'il n'y aura toujours qu'à porter cette moitié de EF depuis S juſqu'à I, pour faire IA, ou $AS + SI = \frac{ge}{2hf} \times m + Lm + \frac{1}{2} L\frac{p'}{q}$, & pour déterminer le point I d'où la ligne IO doit partir. On peut remarquer encore qu'il n'y a qu'à tirer cette ligne IO parallélement à RD ; parce que DC eſt à SC, comme $2hf$ eſt à ge, & que KV doit être auſſi à IV dans le même rapport : ce qui montre que les triangles SDC & KIV ſont ſemblables, & que les angles DSC & KIV ſont égaux.

Trouver d'une maniere ſimple dans le cas particulier, dans lequel les rayons ne ſouffrent point de réfraction, une infinité de points où les deux Lumieres ont le rapport demandé.

ENFIN, ſi nous ſuppoſons que la lumiere ne ſouffre point de réfraction, en traverſant le corps tranſparent,

de même qu'elle n'en ſouffre point lorſqu'elle ne traverſe que l'air libre, les grandeurs e & f ſeront égales, & s que nous avons ſuppoſée égale à $\frac{\overline{e-f}\times m+fn}{e}$, ſe trouvera alors égale à n. D'où il ſuit que lorſqu'on a trouvé l'ordonnée $KV=s$, on a dans ce cas, la diſtance à laquelle il faut ſe mettre du corps lumineux, pour que q exprime la force de ſa lumiere. Et ſi nous ſuppoſons de plus que la logarithmique KHG eſt celle qui appartient au corps diaphane, & qui détermine ſa tranſparence, les ſoutangentes g & h ſeront égales, & DQ qui eſt en général à QR, comme $2hf$ eſt à ge, ſera ici double de QR, & par conſéquent DC ſera auſſi double de SC, de même que KV & IV. Figure 36.

AINSI, pour trouver dans le cas dont nous parlons, une infinité de diſtances m & n, telles que les forces de la lumiere ſoient dans le rapport donné de p' à q, ou de HE à GF, il n'y a qu'à porter en quel endroit on voudra de l'axe BA de la logarithmique KHG, la moitié de EF ou de $L\frac{p}{q}$: Et ſi des points I & S ou i & s, &c, qui ſont éloignés l'un de l'autre de la moitié de EF, on tire les lignes paralleles SD & IO, ou sd & io, de maniere que la perpendiculaire MN ou mn ſoit double de IM ou de im; & qu'ayant pris des points D & K ou d & k, dans leſquels les paralleles SD & IO, &c, coupent la logarithmique, l'on abaiſſe les ordonnées DC & KV, ou dc & ku, ces ordonnées

Figure 36. ſeront égales aux diſtances m & n, auxquelles il faudra ſe mettre du corps lumineux, pour que les forces de la lumiere ſoient dans le rapport preſcrit de p' à q. On voit auſſi qu'il ſera également facile de trouver l'une ou l'autre de ces diſtances, auſſi-tôt que l'on connoîtra l'une des deux.

SECONDE PROPOSITION.

Mettre un rapport preſcrit entre la Lumiere qu'on reçoit directement d'un Corps lumineux, & celle qu'on reçoit à la méme diſtance après qu'elle a traverſé un corps diaphane.

EXPLICATIONS.

NOUS SUPPOSONS qu'on n'eſt pas aſſez éloigné du corps lumineux, pour pouvoir négliger la divergence des rayons, & ſe prévaloir de quelques-uns des cas particuliers que nous avons déja examinés dans la Section précédente. Nous comparons les deux lumieres dans l'air libre; mais nous ſommes donc diſpenſés au moins d'avoir égard au léger défaut de tranſparence de ce milieu, à cauſe de l'éloignement médiocre où nous nous mettons du corps lumineux. Ainſi la lumiere directe diminuera ſimplement en raiſon inverſe du quarré de la diſtance; ſes deux diverſes forces dans les deux différents

Figure 35. éloignements égaux à AN & à AP (*fig.* 35) ſeront exprimées par $\frac{1}{AN^2}$ & $\frac{1}{AP^2}$. Les rayons du corps lumineux

neux, paſſent en même temps au travers du corps diaphane OX, & nous voulons qu'il y ait un rapport donné entre les deux lumieres que nous recevons à côté l'une de l'autre, la directe & celle qui eſt tranſmiſe par le corps diaphane. Figure 35.

NOUS déſignons par p & q ce rapport; nous nommons en même temps x la diſtance AP au corps lumineux, & u l'épaiſſeur du corps tranſparent, & nous employons les autres dénominations que ci-devant; c'eſt-à-dire e & f, pour les ſinus qui ont un rapport conſtant dans la réfraction; ce qui nous donnera $\frac{e-f}{e} \times u$ pour Aa, & nous marquerons par g & h les ſoutangentes de la logarithmique des tables ordinaires, & de la logarithmique qui eſt propre au corps tranſparent. La force de la lumiere directe reçue à la diſtance x ſera $\frac{1}{x^2}$; & puiſqu'elle doit être plus grande que celle qui ſort du corps diaphane dans le rapport de p & q, nous aurons $\frac{q}{px^2}$ pour l'expreſſion de cette ſeconde, ou pour la derniere ordonnée de la *gradulucique* du corps diaphane; & ſi conformément à ce que nous avons établi au commencement de cette Section, nous la multiplions par le quarré de la diſtance $x + \frac{f-e}{e} u$ au foyer virtuel a, nous aurons $\frac{q}{px^2}\left(\frac{ex+\overline{f-e}\times u}{e}\right)^2$, pour l'ordonnée PQ de la logarithmique VQ.

D'UNE AUTRE PART, la force de la lumiere directe

à la distance $AN = x - u$ est $\frac{1}{(x-u)^2}$, & c'est cette même force qu'a la lumiere en entrant dans le corps diaphane. Ainsi $\frac{1}{(x-u)^2}$ exprime aussi la premiere ordonnée de la gradulucique de ce corps; mais si nous marquons par i la fraction connue, qui exprime le rapport selon lequel ses deux surfaces font diminuer la lumiere, nous réduirons $\frac{1}{(x-u)^2}$ à $\frac{i}{(x-u)^2}$; & multipliant cette derniere quantité par le quarré de la distance AN, il nous viendra i pour la premiere ordonnée NV de la logarithmique qui assigne les diminutions que souffre la lumiere par le seul obstacle que mettent à son passage les parties intérieures du corps diaphane OX.

NOUS SUPPOSONS ensuite que les logarithmes des ordonnées $NV = i$, & $VQ = \frac{q}{px^2}\frac{(ex+\overline{f-e}\times u)^2}{e}$, soient cherchées dans les tables ordinaires ou dans la logarithmique qui s'y rapporte; nous les marquons par Li & $L\frac{q}{px^2}\frac{(ex+\overline{f-e}\times u)^2}{e}$, & nous faisons cette analogie; la soutangente g de cette premiere logarithmique est à celle h de la seconde, comme l'excès d'un logarithme sur l'autre, savoir $Li - L\frac{q}{px^2}\frac{(ex+\overline{f-e}\times u)^2}{e}$, est à $NP = u$, qui est la différence des mêmes logarithmes pris dans la logarithmique du corps diaphane. Nous aurons donc cette équation $\frac{gu}{h} = Li - L\frac{q}{px^2}\frac{(ex+\overline{f-e}\times u)^2}{e}$, qui se réduit à $\frac{g}{h}u = Li + Lp - Lq - 2L\frac{ex+\overline{f-e}\times u}{ex}$,

dans laquelle nous pouvons regarder tour-à-tour comme connue la diſtance x au corps lumineux, & l'épaiſſeur u du corps tranſparent, & chercher l'autre quantité. Nous parviendrons de cette ſorte à la ſolution de deux problêmes aſſez curieux, & qui pourront quelquefois ſe trouver utiles.

SOLUTIONS.

I.

L'épaiſſeur u *d'un Corps diaphane étant donnée, trouver à quelle diſtance* x *il faut ſe mettre du Corps lumineux* A (fig. 34), *pour que la Lumiere directe qu'on en reçoit, & celle qui paſſe au travers du Corps diaphane, ſoient dans le rapport de* p *à* q. Figure 34.

NOTRE ÉQUATION générale $\frac{g}{h}u = Li + Lp - Lq - 2L\frac{ex+\overline{f-e}\times u}{ex}$ ſe change en $L\frac{ex+\overline{f-e}\times u}{ex} = \frac{1}{2}Li + \frac{1}{2}Lp - \frac{1}{2}Lq - \frac{g}{2h}u$, dans laquelle le ſecond membre eſt parfaitement connu. Nous aurons donc auſſi le premier, & ſi nous le cherchons dans les tables ordinaires des logarithmes, nous connoîtrons parfaitement $\frac{ex+\overline{f-e}\times u}{ex}$. Sa valeur eſt cenſée k que nous fourniſſent donc les Tables, & en dégageant x nous aurons $x = \frac{(e-f)u}{e-ek}$, pour la diſtance à laquelle il faut ſe mettre du corps lumineux, pour que les deux lumieres reçues à côté l'une de l'autre, ayent le rapport de p à q.

II

La distance x *ou* AP, *à laquelle on veut se mettre du Corps lumineux* A *étant donnée, trouver l'épaisseur* u *ou* NP, *que doit avoir le Corps diaphane, pour qu'il y ait le rapport de* p *à* q *entre la lumiere directe & celle qui est transmise par le Corps diaphane.*

CE PROBLEME est encore du nombre de ceux qui ne peuvent être résolus que par tâtonnement ou par les séries; mais nous en obtiendrons la solution par une opération graphique, conforme aux constructions géométriques ordinaires. Nous changeons d'abord notre équation générale en $L\left(\frac{ex+\overline{f-ex}\times u}{e}\right)+\frac{g}{2h}u=\frac{1}{2}Lp+Lx+\frac{1}{2}Li-\frac{1}{2}Lq$, & supposant $\frac{ex+\overline{f-ex}\times u}{e}$ égale à une nouvelle inconnue s, nous en déduisons $u=\frac{ex-es}{e-f}$; que nous introduisons dans notre équation, & nous aurons $Ls+\frac{gex+ges}{2eh-2fh}=\frac{1}{2}Lp+Lx+\frac{1}{2}Li-\frac{1}{2}Lq$ ou $Ls+\frac{ges}{2eh-2fh}=\frac{1}{2}Lp+Lx+\frac{1}{2}Li-\frac{1}{2}Lq-\frac{gex}{2eh-2fh}$, dont le second nombre est entiérement connu, & qu'il est bien facile de construire.

Figure 36. TRAÇANT la logarithmique *KHG* (*fig.* 36), en prenant g pour sa soutangente, & en supposant $g=h$, ce qui rend les deux logarithmiques parfaitement égales;

nous fixons en A l'origine des abſciſſes & des logarithmes, & ayant fait AI égale à $\frac{1}{2}Lp + Lx + \frac{1}{2}Li - \frac{1}{2}Lq - \frac{gex}{2eh-2fh}$, nous n'aurons qu'à rendre $IM = 2e - 2f$, & $MN = e$. Conduiſant enſuite la droite INO, elle coupera la logarithmique dans le point K, qui nous donnera l'ordonnée KV pour la valeur de s, pendant que IS ſera $\frac{e}{2e-2f}s$, & que toutes les conditions de l'équation ſeront remplies. Or s étant découverte, & x étant donnée, la valeur de $\frac{ex-es}{2e-2f}$ nous apprendra l'épaiſſeur que doit avoir le corps diaphane, pour qu'il produiſe l'effet demandé.

TROISIEME PROPOSITION.

Deux Corps lumineux A *&* B, *étant ſitués à une certaine diſtance l'un de l'autre, dans un milieu par-tout également tranſparent, trouver le rapport qu'il y a entre leurs Lumieres, lorſqu'on les reçoit dans les points donnés* E, e, *&c, & trouver au contraire dans quels points* E, e, *&c, il faut recevoir ces Lumieres, lorſqu'on veut qu'il y ait entre elles une certaine relation donnée.* Figure 37. 38 & 39.

PRÉPARATIONS.

JE DÉSIGNE par a & b les forces abſolues de la lumiere des deux corps lumineux A & B, & par p & u la force avec laquelle ils éclairent dans un point comme

Fig. 37, 38 & 39. E, qui eſt éloigné de la diſtance $AE = m$ du premier corps lumineux A, & de la diſtance $BE = z$ du ſecond B.

PUISQUE les forces abſolues des deux flambeaux A & B, ſont dans le rapport de a à b; leurs lumieres, ſi on les recevoit à la même diſtance, ſeroient toujours dans le même rapport : car elles ſouffriroient une ſemblable diminution, tant par le défaut de tranſparence du milieu, que par la divergence des rayons. Si, par exemple, une des deux lumieres diminuoit de moitié dans une certaine diſtance, l'autre lumiere diminueroit auſſi de moitié, & elles ſeroient par conſéquent toujours l'une à l'autre dans le même rapport de a à b. Ainſi, ſi on retranche ſur la ligne BE l'eſpace BM égal à AE, & ſi on fait attention que nous avons nommé p la force de la lumiere du flambeau A, lorſqu'on la reçoit à la diſtance $AE = m$; nous aurons $\frac{bq}{a}$ pour la lumiere de l'autre flambeau B, lorſqu'on la reçoit en M à la même diſtance.

OR, c'eſt cette lumiere dont la force eſt exprimée en M par $\frac{bp}{a}$, qui parvenant en E, n'a en ce dernier point que la force u. Nous pourrons donc, conformément à ce que nous avons établi ci-devant, & à ce que nous avons fait dans les propoſitions précédentes, multiplier les deux forces $\frac{bp}{a}$ & u de la lumiere du flambeau B, par les quarrés des deux diſtances $BM = m$ & $BE = z$;

& nous aurons $\frac{bpm^2}{a}$, & uz^2 pour les deux ordonnées de la logarithmique qui marque les quantités totales de la lumiere qui parvient à diverſes diſtances du flambeau B. Fig. 37, 38 & 39.

MAIS ſi nous ſuppoſons enſuite qu'on prenne les logarithmes de ces deux ordonnées, dans les tables ordinaires des logarithmes, & qu'on retranche le plus petit du plus grand, nous aurons cette proportion; la différence $L\frac{bpm^2}{a} - Luz^2$ des logarithmes des deux ordonnées $\frac{bpm^2}{a}$ & uz^2, eſt à $ME = BM = z - m$, qui eſt à l'intervalle compris entre les ordonnées, comme la ſoutangente g de la logarithmique des tables, eſt à la ſoutangente h de la logarithmique qui appartient au milieu tranſparent dans lequel ſont les deux flambeaux. Cette proportion nous donnera $hL\frac{bpm^2}{a} - hLuz^2 = gz - gm$ ou $L\frac{bpm^2}{a} - Luz^2 = \frac{g}{h}z - \frac{g}{h}m$, qui ſe réduit à cauſe des propriétés des logarithmes, à $L\frac{b}{a} + Lp + 2Lm - Lu - 2Lz = \frac{g}{h}z - \frac{g}{h}m$.

SOLUTIONS.

I.

Trouver le rapport des Lumieres, lorſqu'on connoît celui des diſtances aux deux Corps lumineux.

L'ÉQUATION précédente eſt générale; elle peut nous ſervir également à trouver le rapport des deux lumieres p & u, lorſqu'on connoît les deux diſtances

AE & BE, & à trouver le rapport de ces diſtances, lorſqu'on connoît celui des lumieres. Pour le premier cas, dans lequel on connoît les deux diſtances m & z, nous aurons par la tranſpoſition, $Lp - Lu = \frac{g}{h} z + 2Lz - \frac{g}{h} m - 2Lm - L\frac{b}{a}$; & comme $Lp - Lu$ eſt par la nature des logarithmes égal à $L\frac{p}{u}$, il nous viendra l'équation $L\frac{p}{u} = \frac{g}{h} z + 2Lz - \frac{g}{h} m - 2Lm - L\frac{b}{a}$, qui exprime dans le cas préſent, en grandeurs entiérement connues, le logarithme du rapport requis des deux lumieres p & u.

Figure 37 & 38.

Que lorſque les deux Corps lumineux ſont ſitués dans les deux foyers d'une hyperbole, & que le ſpectateur ſe place ſur la circonférence de cette ligne courbe, le rapport entre les deux Lumieres ſe trouve dégagé de tout logarithme.

NOUS nous bornerons ici à un ſeul exemple, qui mérite une attention particuliere. Si tous les points E ſont ſur une hyperbole qui a les deux corps lumineux pour foyers; on ſait que c'eſt une des principales propriétés de cette ligne courbe, que toutes les diſtances $BE = z$, ſurpaſſent les diſtances $AE = m$ d'une quantité conſtante. La même choſe arrivera auſſi ſi tous les points E ſont ſur le prolongement même de la ligne droite BA, qui paſſe par les deux corps lumineux comme dans la figure 12. Cette propriété eſt commune à la ligne droite & à l'hyperbole; parce que cette ligne courbe dégénere

dégénere en ligne droite, lorſque ſon axe déterminé eſt égal à la diſtance de ſes deux foyers. Or ſi nous nommons e l'excès conſtant des diſtances BE ſur les diſtances AE, nous aurons dans tous les points E, $e+m$ pour la valeur de z; & ſi nous introduiſons cette valeur dans notre équation générale $L\frac{p}{u} = \frac{g}{h}z + 2Lz - \frac{g}{h}m - 2Lm - L\frac{b}{a}$, il nous viendra $L\frac{p}{u} = \frac{g}{h}\times\overline{e+m} + 2L\overline{e+m} - \frac{g}{h}\times m - 2Lm - L\frac{b}{a}$, qui ſe réduit à $L\frac{p}{u} = \frac{g}{h}\times e + 2L\frac{e+m}{m} - L\frac{h}{a}$.

MAIS cette équation peut encore ſe réduire, parce que le terme $\frac{g}{h}e$ étant conſtant & connu, nous pouvons le ſuppoſer égal au logarithme d'une grandeur f; & il nous viendra $L\frac{p}{u} = Lf + 2L\frac{e+m}{m} - L\frac{b}{a}$, qui ſe réduit à $L\frac{p}{u} = L\frac{fa}{b}\times\frac{\overline{e+m}^2}{m^2}$, & enfin à la formule $\frac{p}{u} = \frac{fa}{b}\times\frac{\overline{e+m}^2}{m^2}$, ou à $\frac{p}{u} = \frac{fa}{b}\times\frac{\overline{BE}^2}{AE^2}$.

AINSI, lorſqu'on reçoit la lumiere de deux corps lumineux A & B (*fig.* 38), & qu'on eſt ſitué en E ou en e ſur le prolongement de la ligne droite BA qui paſſe par ces corps, ou qu'on eſt ſur une hyperbole CEe, qui a ces deux corps pour foyers, on voit que le rapport des deux lumieres p & u eſt exprimé d'une maniere très-ſimple, & ſans mêlange d'aucun logarithme. Nous ajouterons qu'il ſuffit même de déterminer une fois, par quelque expérience, le rapport des deux lumieres Figure 38.

quelque point E, pour avoir aiſément la valeur de $\frac{f}{}$, qui ſervira enſuite à trouver par le calcul, le pport des deux lumieres à toutes les autres diſtances.

II.

rouver le rapport des diſtances aux deux Corps lumineux, lorſqu'on connoît la relation des deux Lumieres.

Figure 37 & 39.

SUPPOSONS maintenant que c'eſt le rapport ou la relation des deux lumieres p & u qui eſt donnée, & qu'il s'agiſſe de trouver le rapport des diſtances m & z, ou de déterminer tous les points E, e, &c. de la courbe CEe, dans leſquels les deux lumieres ont entr'elles la relation preſcrite. Nous réduirons d'abord, par la tranſpoſition, l'équation générale $L\frac{b}{a} + Lp + 2Lm - Lu - 2Lz = \frac{g}{h}z - \frac{g}{h}m$, à $\frac{g}{h}z + 2Lz = \frac{g}{h}m + 2Lm + L\frac{b}{a} + Lp - Lu$. Si nous introduiſons enſuite dans cette équation la valeur de u exprimée en p, que nous déduirons de l'équation particuliere qui marque la relation qu'on veut qui ſe trouve entre les deux lumieres, nous n'aurons qu'à regarder la diſtance $AE = m$ comme connue, de même que la force p qu'a en E la lumiere du flambeau A; & réſolvant l'équation en traitant z comme inconnue, nous trouverons la diſtance BE du point E au flambeau B.

IL N'Y AURA après cela qu'à décrire des points A

& *B* comme centres, des arcs de cercle, qui ayent les valeurs *m* & *z* pour demi-diametres; ces arcs détermineront par leur interſection le point *E* qu'on vouloit découvrir: & ſi on fait la même choſe pour toutes les autres diſtances $BE = m$, on trouvera tous les autres points *E* qui forment la ligne courbe *CEe*. Nous allons appliquer cette méthode à l'exemple ſuivant.

Déterminer tous les points E, e, *&c, où les forces* (p & u) *de la Lumiere des deux corps lumineux* A & B, *ſoient dans un rapport conſtant* (*de* c *à* e).

Figure 37 & 39.

PUISQUE les forces *p* & *u* des lumieres des deux flambeaux doivent être dans le rapport de *c* à *e*, nous aurons $\frac{ep}{c}$ pour la valeur de *u*; & l'introduiſant dans notre équation générale $\frac{g}{h} z + 2Lz = \frac{g}{h} m + 2Lm + L\frac{b}{a} + Lp - Lu$, il nous viendra $\frac{g}{h} z + 2Lz = \frac{g}{h} m + 2Lm + L\frac{b}{a} - Lp - L\frac{ep}{c}$, qui ne contient que *z* d'inconnue, & qui ſe réduit à $\frac{g}{h} z + 2Lz = \frac{g}{h} m + 2Lm + L\frac{b}{a} - L\frac{e}{c}$. Je diviſe de part & d'autre du ſigne d'égalité par 2, & je ſuppoſe pour une plus grande facilité que la ſoutangente *g* des tables des logarithmes eſt égale à la ſoutangente *h* de la logarithmique, qui appartient au milieu, dont nos flambeaux ſont environnés. Il eſt toujours libre de faire cette ſuppoſition, pourvu qu'on ne cherche pas enſuite les logarithmes dans la table ordinaire, mais qu'on ne les cherche que ſur la

logarithmique même dont h eſt la ſoutangente. Nous aurons donc $\frac{1}{2}z + Lz = \frac{1}{2}m + Lm + \frac{1}{2}L\frac{b}{a} - \frac{1}{2}L\frac{e}{c}$, & il ne nous reſte plus qu'à conſtruire cette équation; ce que nous pouvons faire en ſuivant la même méthode que nous avons miſe en uſage dans l'Article IV de la premiere propoſition.

Figure 36. NOUS TRACERONS ſur l'axe AB (*fig.* 36) la logarithmique HDK dont h ſoit la ſoutangente, & nous tirerons l'ordonnée DC égale à m ou à la diſtance AE de la figure 11. Prenant enſuite le point A pour l'origine des logarithmes, l'eſpace CA ſera le logarithme de m; & ſi nous faiſons $CS = \frac{1}{2}m$, & $SI = \frac{1}{2}L\frac{b}{a} - \frac{1}{2}L\frac{e}{c}$, il eſt ſenſible que IA, qui ſera compoſé de $IS = \frac{1}{2}L\frac{b}{a} - \frac{1}{2}L\frac{e}{c}$, de $SC = \frac{1}{2}m$, & de $CA = Lm$, ſera égal à $\frac{1}{2}m + Lm + \frac{1}{2}L\frac{b}{a} - \frac{1}{2}L\frac{e}{c}$, qui eſt le ſecond membre de notre équation. Ainſi, nous n'avons qu'à mener du point I la ligne IK parallélement à SD; & du point K abaiſſant l'ordonnée KV, cette ordonnée ſera la valeur requiſe de z. Car VA ſera le logarithme de z; & il eſt clair qu'à cauſe des paralleles IK & SD, l'eſpace IV ſera la moitié de VK, ou ſera égal à $\frac{1}{2}z$, de même que SC eſt la moitié de DC: d'où il ſuit que IA, que nous avons fait égal à $\frac{1}{2}m + Lm + \frac{1}{2}L\frac{b}{a} - \frac{1}{2}L\frac{e}{c}$, ſera auſſi égal à $\frac{1}{2}z + Lz$; & que nous aurons $\frac{1}{2}z + Lz = \frac{1}{2}m + Lm + \frac{1}{2}L\frac{b}{a} - \frac{1}{2}L\frac{e}{c}$.

ENFIN, pour trouver autant d'autres valeurs que nous le ſouhaiterons de m & de z, nous n'aurons toujours qu'à prendre ſur l'axe AB des points comme i & s, éloignés l'un de l'autre de la quantité $\frac{1}{2}L\frac{b}{a} - \frac{1}{2}L\frac{e}{c}$; nous tirerons de ces points s & i des lignes sd & ik paralleles à SD, ou de maniere que im ſoit la moitié de la perpendiculaire mn; & abaiſſant enſuite des points d & k, les deux ordonnées dc & kv, la ſeconde ſera la valeur de z, pendant que la premiere ſera celle de m. C'eſt pourquoi il n'y aura plus dans la figure 11 qu'à décrire, comme nous l'avons dit, des points A & B, comme centres des arcs de cercle, qui ayent ces valeurs de m & de z pour rayons, & on trouvera par leur interſection une infinité de points E, où la lumiere du flambeau A ſera à celle du flambeau B, dans le rapport conſtant de c à e, comme on ſe propoſoit de le faire. Figure 36.

SI ON VEUT que les deux lumieres paroiſſent toujours égales, il faudra ſuppoſer $c = e$; & la fraction $\frac{e}{c}$, devenant par cette ſuppoſition égale à l'unité, ſon logarithme $L\frac{e}{c}$ ſera égal à zero, & l'intervalle $\frac{1}{2}L\frac{b}{a} - \frac{1}{2}L\frac{e}{c}$, qui doit être entre les points I & S, ſe réduira à $\frac{1}{2}L\frac{b}{a}$. C'eſt-à-dire donc, que pour déterminer alors les intervalles is ou IS (*fig.* 36), il n'y aura qu'à prendre deux ordonnées HE & GF, pour repréſenter les forces abſolues b & a des deux flambeaux; & on fera is ou IS, &c, égal à la moitié de l'eſpace, qui eſt intercepté Figure 36.

Figure 36. entre ces ordonnées, & qui eſt égal à $Lb - La = L\frac{b}{a}$.

Remarques ſur les différents ſymptômes de la Courbe CEe (fig. 37 & 39).

ON PEUT remarquer auſſi que plus les valeurs cd & vk de m & de z ſont grandes, (*fig.* 36), plus l'excès de z ſur m eſt grand : excès qui doit néanmoins avoir un terme de grandeur, puiſque les paralleles comme sd & ik, ſont toujours à une égale diſtance l'une de l'autre. Il eſt en effet aſſez évident, que cet excès ne peut devenir que double de is ou qu'égal à $EF = L\frac{b}{a}$; & que ce n'eſt encore qu'à une diſtance infinie, ou que lorſque la logarithmique s'éloigne tout-à-fait perpendiculairement de ſon axe. On voit, par exemple, que vk ne ſurpaſſe pas ici cd d'une ſi grande quantité, parce que la logarithmique ne s'éloigne qu'obliquement de ſon axe; mais ſi elle s'en éloignoit perpendiculairement, vk ſurpaſſeroit alors cd de toute la diſtance qu'il y a entre les paralleles sd & ik, ſelon le ſens perpendiculaire à l'axe; & cette diſtance eſt double de is, ou égale a $L\frac{b}{a}$, à cauſe de la ſituation des deux paralleles.

CELA SUPPOSÉ, il eſt facile de diſtinguer les différentes courbures que doivent prendre les lignes CEe
Figure 37 & 39. des figures 37 & 39, ſelon que les deux corps lumineux ſont plus ou moins éloignés l'un de l'autre. Si les deux

flambeaux A & B ſont très-voiſins, & que leur diſtance ſoit plus petite que $L\frac{b}{a}$, l'excès de z ſur m, en augmentant de plus en plus, deviendra bientôt égal à cette diſtance BA; & il eſt évident que lorſqu'on fera alors convenir enſemble les valeurs de $z = BE$, & de $m = AE$, pour trouver quelque point E de la courbe CEe, on trouvera le point c qui ſera comme dans la figure 39, ſur le prolongement de la ligne BA. Il eſt clair auſſi que notre ligne courbe finira en cet endroit. Car toutes les autres valeurs de z & de m, qui ſeront plus grandes, & dont la différence ſurpaſſera BA, ne pourront point convenir enſemble, ou ne ſeront pas propres à former avec AB des triangles AEB: & elles ne pourront ſervir que pour quelqu'autre ſituation des deux flambeaux. La figure 39 nous repréſente la courbe CEe dans ce premier cas. Figure 37 & 39.

MAIS ſi on éloigne les deux flambeaux un peu plus l'un de l'autre, & que leur diſtance ſoit égale à $L\frac{b}{a}$, ou préciſément double de l'intervalle marqué par is ou IS dans la figure 36, l'excès de z ſur m, ne deviendra alors égal à la diſtance BA des deux flambeaux, que lorſque z & m ſeront infinies. Ainſi les deux branches de la courbe CEe, qui auront chacune un point d'inflexion, ne rencontreront la ligne droite BAc, qu'à une diſtance infinie, & elles auront alors par conſéquent cette ligne droite pour aſymptote. C'eſt-là un ſecond cas.

Figure 37 & 39. NOUS EN AURONS encore un troiſieme, ſi la diſtance BA des flambeaux eſt plus grande que $L\frac{b}{a}$, ou plus grande que le double de l'intervalle is ou IS de la figure 36. En effet, l'excès de z ſur m ſera alors toujours plus petit que BA: d'où il ſuit, qu'on pourra toujours faire convenir enſemble toutes les valeurs de $z = BE$, & de $m = AE$, pour déterminer de nouveaux points E de la courbe CEe, & que par conſéquent les branches de cette courbe iront continuellement en s'éloignant de la droite BAc, comme dans la figure 37, & à peu-près de la même maniere qu'une hyperbole s'éloigne de ſon axe. La comparaiſon de l'hyperbole convient ici naturellement; car notre courbe en devient effectivement une, lorſqu'à une diſtance infinie des deux flambeaux, l'excès de z ſur m, eſt parvenu à ſon terme de grandeur $L\frac{b}{a}$, & qu'il ne change plus. C'eſt ce qui eſt évident aux Lecteurs qui connoiſſent la nature de l'hyperbole, & qui ſavent que, ſi on prend la diſtance de chaque point de cette ligne courbe à l'un & à l'autre de ſes foyers, une de ces diſtances ſurpaſſe toujours l'autre d'une quantité conſtante. De ce que notre ligne CEe ſe confond avec l'hyperbole à une diſtance infinie, il s'enſuit qu'elle a dans ce cas l'hyperbole pour aſymptote: & il eſt facile de déterminer cette derniere ligne courbe; car on voit aiſément qu'elle a les deux corps lumineux A & B pour foyers, & que ſon axe déterminé doit être égal à $L\frac{b}{a}$.

Que

Que la Ligne courbe CEe (fig. 37 & 39), *n'a d'aſymptote que parce que le milieu n'eſt pas parfaitement diaphane.*

Figure 37 & 39.

ENFIN, nous ferons encore remarquer, avant de terminer cette Section, que la courbe *CEe*, ne ſeroit pas ſuſceptible de toutes ces variétés, ſi les deux flambeaux *A* & *B*, étoient dans un milieu parfaitement diaphane, ou ſi la lumiere ne diminuoit que par la ſeule divergence de ſes rayons. Car ſi, au lieu de l'équation $\frac{1}{2}z + Lz = \frac{1}{2}m + Lm + \frac{1}{2}L\frac{b}{a} - \frac{1}{2}L\frac{e}{c}$, on examine celle dont elle eſt déduite, $\frac{g}{h}z + 2Lz = \frac{g}{h}m + 2Lm + L\frac{b}{a} - L\frac{e}{c}$, afin de pouvoir chercher dans la logarithmique dont g eſt la ſoutangente, les logarithmes dont nous avons beſoin, & de pouvoir conſidérer en même temps dans ſon état naturel, l'autre logarithmique qui appartient au corps diaphane, & qui a h pour ſoutangente; on trouvera dans le cas dont il s'agit, que cette ſoutangente h eſt infinie; puiſque les ſoutangentes ſont proportionnelles, comme nous l'avons vu, aux tranſparences ſpécifiques des corps, & que le milieu qui environne nos flambeaux eſt infiniment tranſparent, ou ne cauſe pas la moindre altération à la lumiere.

IL SUIT de-là, que les termes $\frac{g}{h}z$ & $\frac{g}{h}m$ de notre équation, doivent alors s'évanouir; ainſi l'équation ſe

Figure 37 & 39.

réduira à $2Lz = 2Lm + L\frac{b}{a} - L\frac{e}{c}$, qui ſe réduit elle-même à $2L\frac{z}{m} = L\frac{bc}{ae}$, & à $L\frac{z^2}{m^2} = L\frac{bc}{ae}$, & enfin à $\frac{z^2}{m^2} = \frac{bc}{ae}$, & à $\frac{z}{m} = \sqrt{\frac{bc}{ae}}$. Cela nous fait voir que les diſtances m & z des points E de notre courbe CEe aux deux flambeaux A & B, ſont ici toujours l'une à l'autre dans un rapport conſtant, & que notre ligne courbe eſt alors géométrique. On peut s'aſſurer outre cela ſans beaucoup de peine, & on peut le voir auſſi dans le troiſieme exemple du huitieme Livre des Sections coniques de feu M. le Marquis de l'Hopital, qu'il n'y a que le cercle qui ait cette propriété.

QUATRIEME SECTION.

De la diminution que ſouffre la Lumiere, en traverſant les Corps qui ne ſont pas par-tout de même denſité.

NOUS PASSONS actuellement à la gradation de la lumiere dans les milieux qui ne ſont pas par-tout de même denſité. Ce nouvel examen ne doit pas être fort difficile; car il eſt naturel de penſer que les plus grandes ou les moindres condenſations produiſent dans un corps inégalement condenſé, préciſément le même effet quant à la multitude des rayons interceptés, que les plus grandes ou les moindres épaiſſeurs dans un corps par-tout de la

même denſité. La lumiere ne peut ſouffrir une égale altération, qu'en rencontrant un égal nombre de parties qui ſoient propres à intercepter les rayons ou à les détourner; mais pour que la lumiere rencontre un égal nombre de ces parties, il faut qu'elle traverſe de moindres ou de plus grandes épaiſſeurs, ſelon que le milieu eſt plus ou moins denſe.

IL SUIT DE-LA, que ſi dans un corps diaphane *ABCD*, (*fig.* 40) inégalement condenſé, les eſpaces *BF*, *FH*, *HL*, ſont équivalents aux épaiſſeurs *bf*, *fh*, *hl*, (*fig.* 31), du corps parfaitement homogene *abcd*, ou contiennent la même quantité de parties groſſieres de même figure & de même ſolidité; les ordonnées *RF*, *SH*, *TL*, &c, de la courbe *QVY*, qui marque la gradation de la lumiere dans le corps *ABCD*, ou qui lui ſert de *gradulucique*, ſeront parfaitement égales aux ordonnées *rf*, *sh*, *tl*, &c, de la logarithmique *qvy*, qui repréſentent les forces de la lumiere dans le corps parfaitement homogene *abcd*. De cette ſorte, la *gradulucique QVY* a toujours rapport à la logarithmique, quoiqu'elle n'en ſoit point une. Il eſt évident qu'elle n'en eſt point une, puiſque ſes ordonnées ne ſont pas à la même diſtance les unes des autres que dans la logarithmique; mais elle y a cependant toujours rapport, puiſque ſes ordonnées renferment toujours entr'elles, les mêmes maſſes de parties groſſieres.

Figure 40.

Figure 31.

Figure 40. ON EN DOIT conclure, que dans la circonſtance préſente, ce ne ſont pas les épaiſſeurs *BF*, *FH*, *HL*, &c, qui ſont proportionnelles aux différences des logarithmes des diverſes quantités de la lumiere, mais que ce ſont les maſſes de matiere contenues dans ces épaiſſeurs. Ainſi, nous avons cette analogie générale: *La maſſe de matiere renfermée dans une certaine épaiſſeur* BN *ou* AM, *eſt à la différence des logarithmes des deux quantités de lumiere* QB *&* VN, *comme la maſſe de matiere contenue dans toute autre épaiſſeur* BC, *eſt à la différence des logarithmes des quantités de lumiere* QB *&* YC. Par le moyen de cette ſimple analogie on réſoudra tous les problêmes qui ſe préſenteront ſur la gradation de la lumiere, auſſi-tôt que le corps lumineux ſera aſſez loin, pour qu'on puiſſe ſuppoſer que ſes rayons ſont paralleles. En un mot, on fera préciſément, comme dans la ſeconde Section, ſinon qu'on fera ici une expreſſe attention aux maſſes de matiere que la lumiere traverſe, parce que les diminutions qu'elle ſouffre dépendent abſolument de ces maſſes. Nous ne nous ſervions ci-devant que des ſimples épaiſſeurs; mais auſſi elles étoient alors proportionnelles aux quantités de matiere, à cauſe de la denſité uniforme du milieu.

IL N'EST PAS néceſſaire d'éclaircir ceci par des exemples; mais nous allons joindre quelques réflexions ſur la nature de la *gradulucique*. Pour nous mettre en

état de faire ces remarques, conduiſons la tangente *VT* (*fig.* 41), au point *V* de la *gradulucique QVY*, du corps *ABCD*; imaginons l'ordonnée *vn* infiniment proche de l'ordonnée *VN*, & conduiſons la petite ligne *vO* parallele à l'axe *BC*. Cette petite ligne ſera égale à l'épaiſſeur *Mm* ou *Nn* de la tranche *MNnm*, & elle retranchera ſur la premiere ordonnée *VN*, la petite partie *VO*, qui repréſente la petite diminution que ſouffre la lumiere dans le trajet de la tranche. Enfin, concevons ſur le même axe *BC*, mais en dehors, une autre courbe *ERF* dont les ordonnées *BE*, *NR*, *CF*, &c, expriment les divers degrés de denſité qu'a le corps *AC* en chaque endroit; c'eſt-à-dire, que la premiere ordonnée *BE* exprimera la condenſation dans *AB*, ou la quantité de parties groſſieres qui ſont arrangées ſur *AB*, & que pareillement l'ordonnée *NR*, exprimera la maſſe de parties groſſieres arrangées ſur *MN*: d'où il ſuit que la ſomme de toutes les ordonnées *BE*, *NR*, &c, ou que l'eſpace entier *BEFC* renfermé par la courbe *ERF* repréſentera la maſſe des parties groſſieres contenues dans le corps entier *ABCD*; & les ſegments, comme *BERN*, marqueront les maſſes de matiere contenues dans les parties comme *ABNM*. Figure 41.

CELA SUPPOSÉ, nous pouvons prouver, que *lorſque les rayons de lumiere ſont paralleles entr'eux, & qu'ils traverſent un milieu inégalement condenſé dans ſes tranches ſucceſſives*,

Figure 41. *les ſoutangentes de la gradulucique, ſont en chaque endroit en raiſon inverſe des denſités, ou, ce qui revient au même, qu'elles ſont en raiſon directe des dilatations.*

LA PETITE diminution VO que ſouffre la lumiere dans le trajet de la tranche $MNnm$, dépend de ces trois choſes, de la quantité VN de la lumiere qui ſe préſente pour traverſer cette tranche, de la denſité NR & de l'épaiſſeur Nn de la tranche. Il eſt clair qu'elle dépend de la quantité VN de la lumiere; car tout le reſte étant égal, plus il ſe préſente de rayons pour traverſer un milieu, plus il y en a qui le traverſent effectivement, & plus il y en a auſſi qui ſont interceptés. La petite diminution VO, dépend encore de la denſité NR & de l'épaiſſeur Nn; car plus cette denſité & cette épaiſſeur ſont grandes, plus la lumiere trouve de parties groſſieres ſur ſon chemin.

AINSI on voit que la diminution VO doit être toujours proportionnelle au produit $VN \times NR \times Nn$, & que nous pouvons la ſuppoſer égale à ce même produit diviſé par une certaine grandeur conſtante a^2. Mais la reſſemblance du petit triangle VOv & du grand VNT, nous donne cette analogie $VN : NT :: VO : Ov = Nn$, dont on tire l'équation $NT \times VO = VN \times Nn$; & ſi dans cette équation, on introduit $\frac{VN \times NR \times Nn}{a^2}$, à la place de la petite diminution VO, il nous viendra

$\frac{NT \times VN \times NR \times Nn = VN \times Nn}{a^2}$, qui ſe réduit à $NT \times NR = a^2$, Figure 47.
& qui nous apprend que la ſoutangente NT de la *gradulucique*, multipliée par l'ordonnée correſpondante NR de la courbe ERF, forme toujours un produit conſtant a^2, & delà il ſuit que les ſoutangentes NT ſont toujours en raiſon inverſe des denſités NR.

Qu'il eſt toujours facile de conſtruire la Courbe des diverſes denſités du milieu, lorſqu'on connoît ſa gradulucique.

SI ON CONNOISSOIT donc en quelle proportion la lumiere diminue dans un certain milieu, ou qu'on ſût la nature de la gradulucique QVY, il ſeroit très-facile de conſtruire géométriquement la courbe ERF, ou de découvrir la proportion que ſuivroient les condenſations. La gradulucique QVY étant connue, on auroit toutes les ſoutangentes ; & il n'y auroit qu'à faire les ordonnées de la courbe ERF en raiſon inverſe.

SI PAR EXEMPLE, la lumiere diminuoit de maniere que ſes diverſes forces fuſſent exprimées par les ordonnées d'une portion de parabole, dont K eſt le ſommet & BK l'axe, de quelque genre que ſoit cette parabole, ſes ſoutangentes ſeront toujours proportionnelles aux abſciſſes ou parties de l'axe KN, puiſque c'eſt là une des propriétés de toutes ces lignes courbes ; & les ordonnées de la ligne ERF, qui ſont en raiſon inverſe des ſoutan-

Figure 41. gentes de la gradulucique, ſeront donc auſſi en raiſon inverſe des parties NK de l'axe. Il ſuit delà que la courbe ERF des denſités ſera une portion d'hyperbole dont K ſera le centre & BK une des aſymptotes.

SUPPOSONS pour ſecond exemple, que la lumiere diminue en progreſſion géométrique, ou que la gradulucique ſoit une logarithmique; toutes les ſoutangentes ſeront égales, & ainſi les ordonnées de la courbe ERF qui doivent être en raiſon inverſe de ces ſoutangentes ſeront donc auſſi toutes égales entr'elles. Ce qui nous montreroit, ſi nous ne le ſavions déja, que le milieu doit être dans ce cas par-tout également denſe.

Qu'en général on peut employer les Logarithmes pour tracer la Gradulucique, lorſqu'on connoît les diverſes denſités du milieu.

IL EST TOUJOURS facile de découvrir de cette ſorte la nature de la courbe ERF, lorſqu'on connoît la gradulucique QVY: mais le problême inverſe eſt plus difficile; c'eſt-à-dire, qu'on a plus de peine à trouver la nature de la gradulucique lorſqu'on connoît les denſités. Il faut alors avoir recours à ce qu'on appelle *la Méthode inverſe des tangentes*. Les denſités étant connues, on ſaura la proportion que ſuivent les ſoutangentes de la gradulucique; mais il s'agira enſuite de déterminer la courbe par le moyen de ſes ſoutangentes. Lorſque la

la gradulucique ſe trouvera être une ligne géométrique, Figure 41.
on pourra réſoudre géométriquement toutes les queſtions qui ſe préſentent ſur la force de la lumiere, puiſqu'on connoîtra alors exactement & d'une maniere finie, la relation des ordonnées & des abſciſſes, ou la relation des forces de la lumiere & des diverſes épaiſſeurs du milieu. Mais le moyen le plus général & le plus commode dans la pratique, c'eſt de chercher les maſſes de matieres traverſées par les rayons, ou l'étendue des ſegments $BERN$, $BEFC$, &c, de la courbe des denſités, (ce qu'on pourra toujours faire, au moins par approximation), & on découvrira enſuite les ordonnées de la gradulucique en employant les tables des logarithmes, & en faiſant l'analogie que nous avons indiquée ci-devant.

SI CETTE analogie avoit beſoin d'être établie une ſeconde fois, nous n'aurions qu'à nommer x les épaiſſeurs variables BN du milieu; z les denſités NR; & y les forces correſpondantes VN de la lumiere. Le calcul différentiel nous fourniroit $\frac{y\,dx}{dy}$, pour l'expreſſion des ſoutangentes NT; & puiſque ces ſoutangentes ſont en raiſon inverſe des denſités z, ou que les unes multipliées par les autres doivent toujours former un produit conſtant, nous aurions $a^2 = \frac{z\,y\,dx}{dy}$, dont on déduiroit $\frac{a^2\,dy}{y} = z\,dx$, équation dans laquelle les variables ſont dégagées, & qui exprime généralement la relation de

Figure 41. la gradulucique QVY & de la courbe des denſités ERF. Mais le premier membre $\frac{a^2 dy}{y}$ de cette équation eſt une différentielle logarithmique dont aLy eſt l'intégrale; & le ſecond membre $z\,dx$ eſt l'expreſſion des petits trapezes élémentaires $NRrn$ de la courbe des denſités, ou l'expreſſion des maſſes de matiere contenues dans les petites épaiſſeurs $Nn = dx$. On trouve donc par l'intégration, conformément à ce que nous avons déja prouvé, que les logarithmes des diverſes forces de la lumiere ſont proportionnels aux ſegments $BERN$, ou aux maſſes de matiere traverſées par les rayons.

ENFIN il eſt évident que la courbe QVY repréſentera par ſes ordonnées, les forces ou les vivacités de la lumiere, toutes les fois que le corps lumineux ſera à une très-grande diſtance, & que les rayons ſeront ſenſiblement paralleles; car les forces de la lumiere ſont dans ce cas proportionnelles aux quantités de rayons qui traverſent ſans être interceptés. Mais ſi le corps lumineux eſt à une trop petite diſtance, pour qu'on puiſſe regarder ſes rayons comme paralleles, les ordonnées VN, YC, &c. de la courbe QVY, exprimeront bien encore les quantités de la lumiere qui parviendront en chaque endroit; mais comme ces quantités ſe diſtribueront dans de plus grands eſpaces, la lumiere ſera plus foible à proportion. Ainſi QVY ne ſera point alors la gradulucique; car QVY ne repréſente que les

ſeules diminutions cauſées par le défaut de tranſparence du milieu, au lieu que la lumiere diminue encore par la divergence de ſes rayons. C'eſt pourquoi il faudroit diviſer les ordonnées de *QVY*, par les quarrés des diſtances au corps lumineux, pour avoir dans ce cas, les ordonnées de la gradulucique. Il n'eſt pas néceſſaire d'expliquer tout ceci davantage.

II.

De la tranſparence de l'Atmoſphere.

NOUS ne pouvons gueres appliquer la théorie précédente qu'à l'Atmoſphere. Nous allons d'abord examiner pour cela, quel eſt l'ordre que ſuivent ſes denſités à différentes hauteurs ; nous chercherons enſuite les maſſes d'air que traverſent les rayons de lumiere qui nous viennent des aſtres ; nous acheverons le reſte par le moyen des tables des logarithmes.

Des denſités de l'Atmoſphere à différentes hauteurs au-deſſus du niveau de la Mer.

SOIT *BAC* (*fig.* 42 *&* 43) une portion de la ſurface de la terre dont *T* eſt le centre. Suppoſons que l'obſervateur eſt en *A*, & concevons ſur la verticale *AD*, une courbe *GER* dont les ordonnées *AG*, *FE*, *DR*, &c. repréſentent les denſités de l'air dans tous les endroits de l'Atmoſphere : *GA* marque la denſité Figures 42 & 43.

de l'air ici bas ; *EF* la repréſente à la hauteur *AF* au-deſſus de la terre, & ainſi de toutes les autres. L'étendue entiere *AGERDA* renfermée entre la courbe & ſon axe, exprimera donc la maſſe d'air totale qui eſt au-deſſus du niveau de la mer, de même que l'eſpace *REFD* nous marquera la quantité d'air qui eſt au-deſſus du point *F*.

Nous employerons proviſionnellement ſur ce ſujet le ſyſtême de M. Mariotte, qui fait les condenſations de l'air exactement proportionnelles aux peſanteurs dont il eſt chargé ; c'eſt-à-dire, que ſi la maſſe d'air repréſentée par l'étendue *DAGR* eſt double ou triple de la maſſe repréſentée par *DFER*, la denſité en *A* ſera double ou triple de celle qu'a l'air en *F*, ou, ce qui revient au même, *GA* ſera double ou triple de *EF*. Alors la courbe *GER* ſera une logarithmique ; car il eſt démontré que c'eſt une des propriétés de cette ligne courbe, & que c'eſt une propriété qui lui eſt particuliere, que les eſpaces *DAGR* & *DFER* qui ſont au-deſſus des ordonnées *GA* & *EF*, & qui s'étendent à une hauteur infinie, ſont égaux aux produits de ces ordonnées par la ſoutangente ; & delà il ſuit que les eſpaces *DAGR*, *DFER* ſont entr'eux comme les ordonnées *GA* & *EF*, puiſque la ſoutangente eſt toujours la même.

CETTE propriété eſt fondée ſur ce que les petits triangles EOe ſont continuellement proportionnels aux grands triangles EFX, formés par les ordonnées, par les tangentes EX & par les ſoutangentes FX, qui ſont conſtantes. Chaque petit trapeze ou rectangle élementaire $EFfe$, qui eſt le produit de Oe ou Ff par l'ordonnée EF, eſt continuellement égal au rectangle de la ſoutangente FX par EO. Ainſi il n'y a qu'à prendre une aſſez grande ſomme de petits trapezes ou de rectangles élementaires Ef, pour former un grand eſpace logarithmique $EFDR$, & il ſera égal au rectangle de la ſoutangente par l'excès de toute l'ordonnée EF ſur l'ordonnée RD; excès qui ſera formé d'un égal nombre de petits excès EO. Tout l'eſpace logarithmique qui eſt au-deſſus de EF ou de GA, ſera égal par la même raiſon, au produit de la ſoutangente de la logarithmique par l'ordonnée EF ou GA.

MAIS ce n'eſt pas aſſez de ſavoir que la courbe GER des denſités eſt une logarithmique, il nous faut en connoître l'eſpece, ou ce qui la diſtingue de toutes les autres; & c'eſt ce que nous ne pouvons pas faire d'une maniere plus naturelle, qu'en cherchant la grandeur de ſa ſoutangente. Comme il n'y a point au Croiſic de montagne, ni d'élévation, qui me permît de faire l'expérience du barometre, je me ſuis ſervi d'abord d'une obſervation faite en Provence ſur le Mont-Clairet, par feu M. de la Hire.

hautes montagnes de la terre, & y faire un très-grand nombre d'obſervations qui me mettroient en état de mieux déterminer la logarithmique dont les ordonnées expriment les diverſes denſités de l'Atmoſphere. Je me ſuis non-ſeulement tranſporté en tenant le barometre à la main ſur les plus hautes montagnes de la Cordeliere du Pérou qui étoient acceſſibles; je ſuis enſuite deſcendu exprès vers la mer du Sud, & je m'y ſuis confiné dans une Iſle déſerte pendant plus d'un mois & demi, pour attendre que je puſſe meſurer géométriquement la hauteur abſolue de ces poſtes élevés où j'avois fait mes obſervations.

AU LIEU que dans la partie inférieure de l'Atmoſphere les condenſations de l'air ſont tout-à-fait variables, elles ſont comme abſolument conſtantes au-deſſus de 7 à 8 cents toiſes de hauteur verticale; le barometre n'y change que d'une ligne & demie, ou même d'une ſeule ligne lorſqu'on eſt plus haut, & la ſoutangente de la logarithmique y eſt à très-peu-près de 4197 toiſes. C'eſt même ce qui m'a fourni une petite regle que je pourrois juſtifier par plus de 40 ou 50 exemples, pour découvrir, en ſe ſervant du barometre, la hauteur des montagnes les plus élevées; je penſe que pluſieurs lecteurs ne ſeront pas fâchés que je ſaiſiſſe, en l'inſerant ici, l'occaſion qu'elle me préſente de répandre un nouveau jour ſur quelques-unes des choſes que nous avons déja dites.

ordonnées *EF* & *RD*, puiſque ces ordonnées ſont proportionnelles aux eſpaces logarithmiques qui ſont au-deſſus, ou aux ſommes des denſités. Si on prend donc dans les tables ordinaires les logarithmes de *EF* & de *RD*, leur différence exprimeroit exactement la quantité verticale *DF*, dont le ſommet de la ſeconde montagne eſt moins élevé que celui de Pitchincha, ſi la logarithmique des tables étoit préciſément la même que celle *GER* de l'Atmoſphere. Mais il ſe préſente un moyen très-facile de réduire l'une à l'autre. On peut remarquer que ſi on écarte les trois dernieres figures de la ſoutangente 4342948 des tables, & qu'on retranche la 30me partie des autres figures, on trouvera 4197, qui eſt la valeur de l'autre ſoutangente exprimée en toiſes. Il n'y a donc qu'à faire auſſi les mêmes changements ſur les logarithmes des tables, pour obtenir ceux que fournit la logarithmique de notre Atmoſphere; & prenant enſuite l'excès *DE* de l'un ſur l'autre, on ſaura combien la premiere montagne eſt plus élevée que la ſeconde, combien Pitchincha eſt plus haute que tous les autres poſtes très-élevés, où on ſe ſera ſervi du barometre. Figure 42.

JE NE FAIS donc autre choſe que réduire en lignes la hauteur du mercure, & je cherche ſon logarithme dans les tables ordinaires, en même temps que j'y cherche celui de 191 lignes, qui eſt la hauteur du mercure ſur Pitchincha. Je retranche un logarithme de l'autre; &

Figure 42. il ne s'agit plus, pour convertir ces logarithmes artificiels donnés par les tables, en ceux que nous offre naturellement l'Atmoſphere, qu'à laiſſer à part les trois dernieres figures de la différence qu'on vient de trouver, & de retrancher la 30me partie des autres figures qui reſtent à gauche, & on aura DF pour l'excès de la hauteur de Pitchincha ſur la montagne dont il s'agit.

ON A OBSERVÉ, par exemple, la hauteur du mercure ſur le Pic de Ténérife de 209 lignes. Le logarithme de ce nombre eſt 2. 3201463, & celui de 191 lignes qui appartient au ſommet de Pitchincha eſt 2. 2810334. L'excès 391129 ſeroit la valeur de DF pendant que DR ſeroit proportionnelle à la hauteur du mercure ſur Pitchincha, & FE ſur le Pic, ſi la ſoutangente des tables étoit la même que FX, qui eſt de 4197 toiſes. Mais pour réduire un excès à l'autre, nous ſupprimons les trois dernieres figures de 391129, & nous diminuons d'une 30me partie le nombre 391 qui reſte à gauche; il nous vient 378 toiſes pour DF, qu'il n'y a donc qu'à retrancher de la hauteur 2434 toiſes de Pitchincha, & nous aurons 2056 toiſes pour celle du Pic de Ténérife *. Il eſt vrai que le P. Feuillée prétend que cette hauteur eſt de 2213 toiſes ; (*Voyez*

* On lit dans les Tranſactions Philoſophiques, année 1752, page 356, que le Docteur Thomas Heberden, ayant meſuré ſur le bord de la mer une baſe ſuffiſante, a déterminé la hauteur du Pic de 2566 toiſes Angloiſes (*fadoms*): que cette obſervation fut confirmée par deux autres faites enſuite, & même par deux meſures que M. Croſſe, Conſul Anglois, en avoit faites quelques années auparavant. Ces 2566 toiſes Angloiſes en font 2408 $\frac{1}{2}$ du Châtelet de Paris. *Note de l'Editeur.*

Mém. de l'Acad. année 1746, pag. 140); mais j'ai fait voir à la tête du livre de la figure de la Terre, que cet Obſervateur devoit s'être trompé en excès de 140 ou 150 toiſes, par la mauvaiſe diſpoſition qu'il donna à ſa baſe (a). Figure 42.

(a) On peut remarquer ici, que le P. Feuillée n'ayant pu monter juſques au ſommet du Pic, n'y a pas fait lui-même l'expérience du Barometre. *Note de l'Éditeur.*

IL Y A tout lieu de croire que la ſoutangente FX de la logarithmique, qui répond aux dilatations de la partie ſupérieure de l'Atmoſphere, eſt aſſez exactement de 4197 toiſes ſur toute la ſurface de notre globe; & delà il ſuit que la logarithmique eſt auſſi la même, & que chaque couche d'air eſt au-deſſus d'une certaine hauteur de la même denſité tout autour de la terre. Car notre régle réuſſit parfaitement en France, malgré notre grand éloignement de la zone torride, pourvu qu'on n'en faſſe d'application qu'aux montagnes les plus élevées. Il faut cependant pour des raiſons particulieres (b), qu'en ſe ſervant d'un barometre dont le tube ait à peu-près trois lignes de diametre intérieur, on ſe contente de bien nétoyer le mercure ſans le faire chauffer.

Des diverſes maſſes d'air que les rayons des aſtres ont à traverſer pour parvenir juſqu'à nous.

LORSQU'UN Aſtre eſt au Zénith, ſes rayons ont à traverſer, pour ſe rendre à nos yeux, toute la maſſe d'air qui eſt ſur la verticale AD, & qui eſt repréſentée par

(b) Ces raiſons ſont, que dans les obſervations de la hauteur du mercure que M. Bouguer a faites au Perou, & qui ſervent de fondement à ſa Regle, il s'eſt contenté de faire ſortir les plus groſſes bulles d'air par un renverſement alternatif du Tube, & de ramaſſer les plus petites avec un fil de fer, pour les chaſſer. *Note de l'Editeur.*

Figure 42. l'eſpace $RGAD$, & lorſqu'ils parviennent en F, ils n'ont encore pénétré que la maſſe exprimée par $REFD$, qui eſt la ſomme de toutes les denſités ſupérieures. Mais ſuppoſé que l'Aſtre ne ſoit pas ſi élevé, & qu'il nous paroiſſe par quelque ligne AMS, il faudra ſi nous voulons avoir la maſſe d'air traverſée par ſa lumiere, tranſporter les ordonnées de la courbe GER ſur la ligne AS en les lui appliquant perpendiculairement ; nous formerons de cette ſorte une nouvelle courbe LNV différente de la premiere; & ce ſera l'étendue $ALNVSA$, qui exprimera la maſſe d'air requiſe.

IL EST ÉVIDENT que la courbe LNV ſera différente de la premiere ; car les points M & S étant également éloignés du centre de la terre, que les points F & D, les ordonnées MN & SV ſeront égales aux ordonnées FE & DR ; mais ces ordonnées ne ſeront pas appliquées dans les deux courbes, aux mêmes parties des deux axes AS & AD. On n'a en effet qu'à concevoir AD, diviſé par la penſée en une infinité de petites parties égales à Ff, il eſt ſenſible que les petites parties correſpondantes Mm de l'axe BS de la ſeconde courbe, ne ſeront pas égales entr'elles. Les parties Mm ſeront d'autant plus grandes, qu'on les prendra plus proche du point A; c'eſt-à-dire, que le rayon de lumiere aura beaucoup plus de chemin à faire à proportion, dans la partie baſſe de l'Atmoſphere, que

dans la partie haute. Ainſi les maſſes d'air $ALVS$, $AGRD$, ne ſeront pas proportionnelles à la longueur des trajets SA, DA. Figure 42.

POUR repréſenter généralement, & ſans nous borner d'abord à conſidérer la courbe GER (*fig.* 42) comme une logarithmique, le rapport qu'il y a entre toutes ces maſſes d'air, nous nommerons a le demi-diametre TA de la terre, & abaiſſant TY perpendiculairement ſur le rayon de lumiere SA prolongé vers Y, nous nommerons b le ſinus AY de l'angle ATY, qui eſt égal à la hauteur apparente de l'aſtre, puiſqu'il eſt le complément de l'angle TAY, qui a pour meſure la diſtance de l'aſtre au Zénith: nous nommerons x les abſciſſes ou les parties variables AF de la hauteur verticale de l'Atmoſphere, ce qui nous donnera $a+x$ pour les diſtances variables FT ou MT au centre T de la terre; & enfin, déſignant par l'unité la premiere ordonnée AG qui marque la denſité qu'a l'air ici bas, nous prendrons $1-z$ pour l'expreſſion de toutes les autres denſités EF, RD &c, ou MN, SV, &c. C'eſt-à-dire, que ſi GQ eſt parallele à AD, & LH à AS, z exprimera KE, QR, &c, ou ZN, HV, &c.

CELA ſuppoſé, nous aurons $\sqrt{a^2+2ax+x^2-\overline{TY}^2} = \sqrt{\overline{TM}^2-\overline{TY}^2}$ pour la valeur de YM; & ſi nous faiſons attention que $a^2-\overline{TY}^2$, ou $\overline{TA}^2-\overline{TY}^2$ eſt

Figure 42. égal à $\overline{YA}^2 = b^2$, nous n'avons qu'à ſubſtituer b^2 à la place de $a^2 - \overline{TY}^2$ dans l'expreſſion $\sqrt{a^2 + 2ax + x^2 - \overline{TY}^2}$, & nous la réduirons à $\sqrt{b^2 + 2ax + x^2}$, qui eſt donc encore la valeur de YM. Je prends maintenant la différentielle de $\sqrt{b^2 + 2ax + x^2}$, & il me vient $\frac{adx + xdx}{\sqrt{b^2 + 2ax + x^2}}$, pour l'expreſſion de la petite partie Mm qui correſpond à la petite partie $Ff = dx$, ou qui eſt interceptée entre les mêmes arcs de cercle FM, fm.

AYANT trouvé la petite partie Mm, il eſt clair que ſi nous la multiplions par $MN = FE = 1 - z$, nous aurons $\frac{\overline{1-z} \times \overline{a+x} \times dx}{\sqrt{b^2 + 2ax + x^2}}$, pour le petit trapeze $MmnN$ qui exprime la maſſe d'air contenue dans le trajet infiniment petit Mm, & qui ſert d'élément à l'étendue $ALVS$. Ainſi $\int \frac{\overline{1-z} \times \overline{a+x} \times dx}{\sqrt{b^2 + 2ax + x^2}}$ eſt cette étendue; mais on ne peut pas trouver réellement cette intégrale, à moins de connoître la nature particuliere de la courbe GER, & de ſavoir la relation qu'il y a entre ſes abſciſſes x & ſes ordonnées $1 - z$. Cette relation étant donnée, on pourra réduire $\frac{\overline{1-z} \times \overline{a+x} \times dx}{\sqrt{b^2 + 2ax + x^2}}$, à ne contenir qu'une ſeule variable; & il ſera enſuite toujours poſſible de découvrir l'intégrale $\int \frac{\overline{1-z} \times \overline{a+x} \times dx}{\sqrt{b^2 + 2ax + x^2}}$, au moins par approximation.

IL FAUT remarquer, que nous négligeons ici la cour-

bure que la réfraction fait ſouffrir aux rayons de lumiere, quoique cette courbure les rende un peu plus longs. Il eſt certain que la réfraction aſtronomique eſt trop petite, pour que le rapport des ſinus d'incidence & de réfraction ſoit conforme à celui des denſités de l'air. La réfraction ſuit certainement un autre rapport; & peut-être auſſi qu'elle eſt cauſée par une matiere particuliere répandue dans l'Atmoſphere, comme l'ont déja ſoupçonné quelques Auteurs. Si on nomme u les condenſations qu'a cette matiere particuliere à différentes élevations x au-deſſus de la terre; k ſa plus grande condenſation, qui doit être celle d'ici-bas, & c le ſinus de complément de la hauteur apparente de l'aſtre, nous pourrions prouver qu'alors la petite partie Mm du rayon de lumiere SA, au lieu d'être $\frac{\overline{a+x}\times dx}{\sqrt{b^2+2ax+x^2}}$, eſt $\frac{u\times\overline{a+x}\times dx}{\sqrt{a^2u^2+2axu^2+x^2u^2-c^2k^2}}$. Or ſi nous multiplions cette valeur de Mm par les denſités $1-z$ de l'air groſſier, il nous viendra $\frac{u\times\overline{1-z}\times\overline{a+x}\times dx}{\sqrt{a^2u^2+2axu^2+x^2u^2-c^2k^2}}$, pour le petit trapeze élémentaire $MmnN$. Mais cette nouvelle conſidération rendroit le problême d'autant plus compliqué, qu'il eſt très-difficile de découvrir la relation que ſuivent entr'elles les condenſations u de la matiere réfractive; & d'ailleurs comme la plus grande réfraction aſtronomique n'eſt pas même de deux tiers d'un dégré, nous ne rendrions pas notre calcul beaucoup plus exact. C'eſt pourquoi nous négligerons la réfraction, & nous

Figure 42.

viendra $\frac{afdz}{b} - \frac{a^2f^2+b^2f^2}{b^3} \times z\,dz$ Figure 42.
$+\frac{\frac{1}{2}a^4f^4-\frac{1}{2}a^2b^2f^2-\frac{1}{2}ab^2f^3+\frac{1}{2}b^4f^2}{b^5} \times z^2\,dz$ — &c, & ſi on intégre terme à terme, on aura la ſuite infinie $\frac{afz}{b}$
$-\frac{\frac{1}{2}a^2f^2+\frac{1}{2}bf^2}{b^3} \times z^2 + \frac{\frac{1}{2}a^3f^3-\frac{1}{4}a^2b^2f^2-\frac{1}{2}ab^2f^3+\frac{1}{2}b^4f^2}{b^5} \times z^3 -$
&c, qui ſera par conſéquent la valeur de $\int \frac{\overline{1-z} \times \overline{a+x} \times dx}{\sqrt{b^2+2ax+x^2}}$, ou des eſpaces $SALV$, qui repréſentent les maſſes d'air que la lumiere des aſtres traverſe pour venir à nous.

AINSI, on n'aura plus qu'à ſubſtituer dans cette ſuite le rayon de la terre à la place de a, le ſinus AY de la hauteur apparente de l'aſtre à la place de b, la ſoutangente FX à la place de f, & l'unité à la place de z, & il viendra la maſſe d'air qui ſe trouve le long du rayon de lumiere SA. Il faut ſubſtituer l'unité à la place de z; parce que l'ordonnée $RD = 1 - z$ de la logarithmique GER, devient nulle à une diſtance infinie; ce qui ne peut arriver, que lorſque z eſt égale à 1. Si on ne ſuppoſoit z égale qu'à quelque partie de l'unité, comme à ZN ou à HV, on ne trouveroit pas la maſſe d'air contenue ſur le rayon entier, mais ſimplement ſur ſes parties AM ou AS.

LORSQUE l'aſtre eſt au zénith, le ſinus AY (b) ſe trouve égal au rayon AT (a), & alors tous les termes de la ſérie $\frac{afz}{b} - \frac{\frac{1}{2}a^2f^2+\frac{1}{2}b^2f^2}{b^3} \times z^2 +$ &c, s'évanouiſſent, excepté le premier, de ſorte que cette ſérie ſe réduit à fz, ou à $f \times 1$, lorſqu'on met l'unité à la place de z.

Figure 42. C'eſt ce qui nous montre que la lumiere traverſe, dans ce cas, la même quantité d'air que ſi elle traverſoit ici bas un eſpace de 3911 toiſes ou de 4197 toiſes, ou un eſpace égal à la ſoutangente *f*; & c'eſt auſſi ce qu'on peut vérifier fort aiſément. En effet, l'eſpace logarithmique *DAGR* étant égal au rectangle, qui a pour baſe *GA* ou l'unité, & pour hauteur la ſoutangente *f*, c'eſt une marque, que ſi l'Atmoſphere étoit par-tout de même denſité qu'ici bas, il ne s'étendroit pas à une ſi grande diſtance de terre, mais qu'il s'étendroit ſimplement à la hauteur *f* de 3911 & de 4197 toiſes; ainſi une ſemblable épaiſſeur d'air groſſier ſeroit équivalente à la hauteur qu'a actuellement l'Atmoſphere, & que traverſe la lumiere des aſtres lorſqu'ils ſont au zénith.

SI L'OBSERVATEUR étoit ſitué ſur une haute montagne, s'il étoit au haut de Pitchincha, par exemple, il eſt vrai que la hauteur de la partie ſupérieure de l'Atmoſphere ſeroit encore équivalente en fait de maſſe à une épaiſſeur d'air uniforme de 4197 toiſes; mais ce ſeroit en ſuppoſant que tout cet air uniforme n'eût que la même denſité qu'il a ſur Pitchincha; or cette denſité eſt beaucoup moindre que celle d'ici bas, puiſqu'elles ſont proportionnelles aux hauteurs du mercure dans le barometre. Elle eſt plus petite ſur cette montagne, qu'au niveau de la mer d'environ les deux cinquiemes, & d'environ un tiers à Quito, & dans divers endroits habités de la Cordeliere, qu'ici bas. Ainſi la lumiere des aſtres doit y

être ſenſiblement plus vive, & les objets terreſtres doivent y avoir plus de force, étant vus de grandes diſtances. C'eſt auſſi ce que je crois y avoir remarqué pluſieurs fois. Figure 41.

AU SURPLUS, ce n'eſt que dans le ſeul cas de la direction verticale, que notre ſérie devient finie; & dans tous les autres, il faut la pouſſer juſqu'à un certain nombre de termes, pour qu'elle donne aſſez exactement la valeur des maſſes d'air. Cet inconvénient eſt commun à toutes les ſéries; mais ce qui nous oblige d'en chercher encore ici une autre, c'eſt que lorſque le ſinus AY (b) eſt égal à zéro, ce qui arrive lorſque l'aſtre eſt dans l'horizon, tous les termes de la premiere $\frac{afz}{b} - \frac{\frac{1}{2}a^2f^2+\frac{1}{2}b^2f^2}{b^3}\times z^2+$ &c, deviennent infinis, de ſorte qu'on ne peut alors en tirer aucun uſage.

POUR TROUVER une autre ſuite qui pût ſuppléer au défaut de la précédente, j'ai fait attention, que lorſque l'aſtre eſt dans l'horizon, notre formule générale $\int \frac{\overline{1-z}\times\overline{a+x}\times dx}{\sqrt{b^2+2ax+x^2}}$ ſe réduit à $\int \frac{\overline{1-z}\times\overline{a+x}\times dx}{\sqrt{2ax+x^2}}$, parce que $b=0$. J'ai cherché enſuite les valeurs de $a+x$, de dx, & de $\frac{1}{\sqrt{2ax+x^2}}$ ou de $\overline{2ax+x^2}^{-\frac{1}{2}}$ comme ci-devant; & j'ai reconnu, en multipliant toutes ces valeurs par $1-z$, que $\frac{\overline{1-z}\times\overline{a+x}\times dx}{\sqrt{2ax+x^2}}$ ſe réduit à la ſuite infinie $\frac{\overline{af}^{\frac{1}{2}}\times dz}{\sqrt{2}\times z^{\frac{1}{2}}} - \frac{af+3f^2}{4\times 2af^{\frac{1}{2}}}\times z^{\frac{1}{2}}dz - \frac{7a^2f^2+18af^3-15f^4}{96\times\overline{2af}^{\frac{1}{2}}\times af}\times z^{\frac{1}{2}}dz$ — &c, dont l'intégrale telle qu'on la trouve terme à terme eſt, $\frac{2afz^{\frac{1}{2}}}{\overline{2af}^{\frac{1}{2}}} - \frac{af+3f^2}{6\times\overline{2af}^{\frac{1}{2}}}\times z^{\frac{3}{2}}$

Figure 42.

$$-\frac{7a^2f^2+18af^3-15f^4}{240\times 2af^{\frac{1}{2}}\times af}\times z^{\frac{5}{2}}-\frac{5a^3f^3+13a^2f^4-15af^5+7f^6}{448a^2f^2\times \overline{2af}^{\frac{1}{2}}}$$
$$\times z^{\frac{7}{2}}-\text{ \&c.}$$

OR ON PEUT par cette nouvelle ſuite découvrir non-ſeulement la maſſe d'air traverſée par la lumiere des aſtres qui ſont dans l'horizon; on peut découvrir auſſi, mais avec un peu plus de peine, les maſſes traverſées par les rayons qui nous viennent de toutes les autres hauteurs. La table ſuivante dans laquelle nous n'avons pas porté l'approximation extrêmement loin, indique ces maſſes. Nous n'avons pas cru devoir non plus nous donner la peine d'en refaire les calculs (*), en nous ſervant de la nouvelle valeur de la ſoutangente.

(*) C'eſt-à-dire, que la Table ſuivante, qui eſt la même, à très-peu près que celle qui fut publiée dans l'Eſſai de cet Ouvrage en 1729 *p.* 160, n'a pas été refondue ſur les nouvelles connoiſſances acquiſes depuis par M. Bouguer, ſelon leſquelles il eût fallu employer 4197 pour ſoutangente, au lieu de 3911, valeur déduite des Obſervations de M. de la Hire, faites en Provence. *Note de l'Éditeur.*

TABLE des maſſes d'air contenues dans l'Atmoſphere, & des forces qu'a la lumiere des Aſtres, après avoir traverſé ces maſſes.

Hauteurs apparentes des Aſtres.	Maſſes d'air exprimées par des épaiſſeurs équivalentes d'air groſſier d'ici bas.	Forces de la lumiere des Aſtres lorſqu'elle parvient à nous.	Hauteurs apparentes des Aſtres.	Maſſes d'air exprimées par des épaiſſeurs équivalentes d'air groſſier d'ici bas.	Forces de la lumiere des Aſtres lorſqu'elle parvient à nous.
Degrés.	*Toiſes.*		*Degrés.*	*Toiſes.*	
90	3911	8123			
80	3971	8098	15	14880	4535
70	4162	8016	14	15880	4301
66° 11′	4275	7968	13	17012	4050
65	4315	7951	12	18344	3773
60	4516	7866			
55	4776	7759	11	19908	3472
50	5104	7624	10	21745	3149
45	5530	7454	9	23975	2797
40	6086	7237	8	26672	2423
35	6813	6963	7	29996	2031
30	7784	6613	6	34300	1616
25	9191	6136	5	39893	1201
20	11341	5474	4	47480	802
19° 16′	11744	5358	3	58182	454
19	11890	5316	2	74429	192
18	12515	5143	1	100930	47
17	13220	4954	0	138823	6
16	14000	4753			

10000 exprime la force qu'a la Lumiere avant d'entrer dans l'Atmoſphere.

CETTE TABLE s'étend à toutes les directions plus ou moins inclinées depuis l'horizon juſqu'au zénith. Les maſſes d'air ſont marquées dans la ſeconde & la cinquieme colonne, & elles ſont donc exprimées par des épaiſſeurs équivalentes d'air groſſier d'ici bas, ou par des épaiſſeurs qui renferment la même quantité de parties d'air. Si on trouve, par exemple, 3911 toiſes vis-à-vis de 90 degrés, c'eſt parce que dans toute la hauteur de l'Atmoſphere, il y a, comme nous l'avons fait voir, la même maſſe d'air que dans une épaiſſeur de 3911 toiſes d'air groſſier d'ici bas. On trouve pareillement 138823 toiſes, vis-à-vis de 0 degrés de hauteur, parce que la lumiere des aſtres qui ſont dans l'horizon, a autant d'air à traverſer avant de parvenir à nous, que ſi elle faiſoit un trajet de 138823 toiſes dans notre air groſſier. Cette Table n'a pas beſoin ſur ce point d'une plus grande explication; mais il nous reſte à parler de la troiſieme & de la ſixieme colonne.

Des diverſes forces qu'a ici bas la Lumiere des Aſtres, ſelon qu'ils ſont plus ou moins élevés au-deſſus de l'horizon.

NOUS avons marqué dans ces deux colonnes les forces de la lumiere qui nous vient des aſtres, malgré le défaut de tranſparence de l'Atmoſphere. Les Lecteurs doivent ici ſe rappeller, comment nous avons découvert dans la ſeconde Section du premier Livre *, qu'une

* Page 84.

elle doit diminuer par un trajet de 3911 toiſes. Nous ferons pour cela cette analogie : 7469 toiſes ſont à 1723723, qui eſt la différence des logarithmes de 2500 à 1681, ou qui eſt le logarithme du rapport $\frac{2500}{1681}$, comme 3911 toiſes ſont à 902594, pour la différence des logarithmes des forces de la lumiere, ou pour le logarithme du rapport, ſelon lequel elles diminuent. De ſorte que ſi on ſuppoſe que la premiere force eſt exprimée par 10000, il n'y aura qu'à ôter 902594 du logarithme 4.0000000 de 10000, & il nous reſtera le logarithme 3.9097406 de 8123 ; ce qui nous apprend que la lumiere des aſtres, en traverſant verticalement l'Atmoſphere, ſe réduit de 10000 degrés à 8123, ou qu'elle ne perd pas tout-à-fait dans ce trajet la cinquieme partie de ſa force.

SI ON DEMANDE pareillement la diminution que cauſe l'Atmoſphere lorſque l'aſtre eſt à 5 degrés de hauteur, on n'a qu'à faire le calcul pour une épaiſſeur de 39893 toiſes ; & on trouvera que la diminution ſe fait dans le rapport de 10000 à 1201, & qu'ainſi il ne parvient à nous qu'environ la huitieme partie des rayons, tous les autres étant interceptés. Nous avons trouvé de la même maniere tous les autres nombres de la troiſieme & de la ſixieme colonne, qui nous indiquent non-ſeulement combien la lumiere que nous recevons eſt plus foible que celle qui ſe préſente en haut pour entrer dans l'Atmoſphere, mais auſſi combien les aſtres nous éclairent

davantage, lorſqu'ils ſont à une grande hauteur, que lorſqu'ils ſont à une petite. On voit, par exemple, que lorſqu'un aſtre a environ $17\frac{1}{3}$ degrés de hauteur, il nous éclaire deux fois plus, que lorſqu'il n'eſt élevé que de 8 degrés quelques minutes; & que dans le premier cas, il parvient à nous la moitié de ſa lumiere totale; aulieu que dans le ſecond, il ne nous en parvient que le quart.

ON PEUT avoir beſoin, dans une infinité de rencontres, d'une expreſſion générale des quantités de lumiere que nous recevons des aſtres à proportion de leur élévation apparente au-deſſus de l'horizon. Si dans la figure
Figure 44. 44, on nomme s les ſinus des angles ECH, $E'CH$ de ſes hauteurs apparentes, en prenant l'unité pour ſinus total, & que nous nommions y les quantités de lumiere LC, $L'C$ que nous recevons du même aſtre, ſelon qu'il eſt plus ou moins éloigné du zénith, la formule $y = 219\frac{1}{4}s - 210\frac{3}{4}s^2 + 72\frac{1}{2}s^3$, nous marquera aſſez exactement la relation des ſinus s & des forces y de la lumiere, dans la ſuppoſition que ſon intenſité eſt exprimée par 100., lorſqu'elle ſe préſente pour entrer dans l'Atmoſphere.

NOUS ajouterons encore par le même motif, qu'il y a tout lieu de croire, que l'action momentanée du ſoleil ſur un plan horizontal eſt ſimplement proportionnelle au nombre de ſes rayons & au ſinus d'incidence, & non pas

pas au quarré de ce ſinus. Cette chaleur momentanée du ſoleil eſt très-différente de celle qui réſulte de toutes les petites actions répétées, & de la partie qui s'en communique d'inſtant en inſtant aux corps voiſins : ſi on la nomme u nous aurons $u = 219\frac{1}{4}s^2 - 210\frac{3}{4}s^3 + 72\frac{1}{2}s^4$.

CINQUIEME SECTION.

Eſſai ſur les quantités de Lumiere réfléchies par les parties intimes des Corps diaphanes, ſur les diverſes intenſités des couleurs aëriennes, &c.

SI NOUS ne voulons rien omettre d'eſſentiel en traitant notre ſujet, il nous faut examiner la réflection que cauſent les molécules même du corps diaphane à la lumiere qui le traverſe, & qui eſt renvoyée en partie vers notre œil. L'effet de cette réflection eſt quelquefois peu conſidérable ; il peut auſſi ſe trouver fort grand ; il eſt produit par les ſeuls rayons que chaque tranche du corps diaphane intercepte ; car la lumiere qui paſſe ſans obſtacle continue ſon chemin : mais ſi la lumière interceptée par chaque tranche eſt comme infiniment petite, par rapport à celle qui eſt tranſmiſe, on doit conſidérer d'un autre côté, que la multitude des tranches eſt comme infinie, ce qui peut rendre la lumiere réfléchie très-comparable

à la directe. Il n'importe encore que la réflection dont il s'agit, ſoit produite par les parties groſſieres du corps diaphane, ou par quelque fluide contenu dans ſes pores. C'eſt toujours la même choſe pour nous, qui ſans adopter d'hypotheſe particuliere, nous contentons d'obſerver les faits, & d'en tirer les ſeules conſéquences abſolument immédiates. Nous examinerons d'abord les cas les plus ſimples, & nous nous éleverons enſuite à des recherches plus générales & plus compliquées.

I.

De la réflection produite par les parties intimes des Corps diaphanes, lorſque ces Corps ſont également éclairés par-tout, & également denſes dans toutes leurs parties.

Figure 45. NOUS REGARDONS un objet Z (*fig.* 45), au travers d'un corps diaphane AC, & cet objet eſt extrêmement proche de la ſurface BC, de même que l'œil O l'eſt de la face AD, afin que nous puiſſions négliger l'effet de la réfraction. Outre cela, toutes les parties du corps tranſparent, ſont également éclairées par un corps lumineux placé à côté, & elles ſont également denſes. Toutes ces conditions ſeront aſſez parfaitement remplies, ſi nous conſidérons vers l'horizon un objet au travers d'une épaiſſeur d'air de 2 ou 3 mille toiſes, ou même de 9 ou 10 mille, pendant que le ſoleil eſt conſidéra-

blement élevé. L'air ſera ſenſiblement de la même denſité ſur tout ce trajet, & il ſera auſſi ſenſiblement éclairé avec la même force, à cauſe de la grande hauteur de l'aſtre. Nous déſignons par r & a, le rapport de l'axe de la ſeconde déterminatrice des aſpérités de l'objet Z à ſon diametre ; nous aurons $\frac{r^2}{a^2}$ pour le quarré de cet axe pris pour l'unité, & nous pourrons lui attribuer d'autant plus de grandeur, que nous le verrons de plus loin, en ſuppoſant que nous regardons toujours une partie de l'objet qui ſoutend le même angle. Ainſi ce quarré ſera toujours au quarré de la diſtance à l'œil dans le même rapport; & nous aurions continuellement $\frac{r^2}{4a^2}$ pour l'intenſité de la lumiere de l'objet, ſi elle n'étoit altérée par le défaut de tranſparence du corps diaphane. Figure 45.

LA LOGARITHMIQUE KMT exprime par ſes ordonnées KI, ML, TR la gradation de la lumiere dans le milieu ; elle en eſt la gradulucique que nous ſommes toujours cenſés connoître parfaitement, auſſi-tôt que nous connoiſſons le corps diaphane en tant que tranſparent. Nous n'avons donc qu'à diminuer $\frac{r^2}{4a^2}$ dans le rapport de KI à TR, & nous aurons $\frac{r^2}{4a^2} \times \frac{TR}{KI}$ pour l'intenſité de la lumiere de l'objet Z, ou plutôt $-\frac{pr^2}{4a^2} \times \frac{TR}{KI}$, parce que les petites faces de l'objet ne réfléchiſſent pas tous les rayons qui les frappent, & que nous prenons p pour marquer le rapport ſelon lequel elles les atteignent.

Figure 45. NOUS PASSONS actuellement à la réflection produite par chaque tranche du milieu. Si nous nommons x la distance de chaque tranche à l'œil, la partie de chaque tranche, qui nous paroîtra couvrir l'objet Z, sera proportionnelle à x^2; & si nous comparons chaque molécule du milieu à une petite sphere, elles seront toutes équivalentes à un hémisphere dont x^2 seroit le quarré du rayon, & nous aurions donc conformément à l'analogie dont nous avons fait un si fréquent usage dans le second livre, $\frac{x^2}{4x^2}$ pour l'intensité de la lumiere réfléchie, si l'unité représentoit l'intensité de la lumiere directe. Mais cette derniere intensité n'étant pas exprimée par l'unité ou par la lumiere totale KI qui tombe sur chaque tranche, mais par la partie Kk qui est interceptée, & qui est plus petite que l'unité dans le même rapport que Kk est moindre que KI; l'intensité de la lumiere réfléchie ne doit être que $\frac{x^2}{4x^2} \times \frac{Kk}{KI}$, & il faut encore lui faire subir deux différents changements. En passant de L en I, elle doit diminuer dans le rapport de KI à ML, ou se réduire de Kk à Mm. Ainsi elle deviendra $\frac{Mm}{4KI}$ par le défaut de transparence du milieu. En second lieu, il y a toujours des rayons absorbés ou éteints entre ceux qui sont réfléchis; & si nous exprimons cette diminution par q, nous aurons $\frac{1}{4}\frac{Mm}{KI} \times q$ pour l'intensité de la lumiere réfléchie par les parties du milieu qui sont aux environs de L, & qui paroissent couvrir l'objet Z. Or comme on peut faire le même raisonnement pour

toutes les autres tranches, depuis *I* juſqu'en *R*, il s'enſuivra que nous aurons le quart de la ſomme de toutes les parties *Kk*, *Mm*, *Ss* &c, diviſées par *KI* & multipliées par *q*, pour l'intenſité de toute la lumiere réfléchie par le milieu, laquelle ſe mêle avec celle de l'objet; cette lumiere ſera donc $\frac{1}{4} q \times \frac{\overline{KI-TR}}{KI}$. Figure 45.

L'œIL & l'objet ſont cenſés être plongés dans le corps diaphane, ou être très-voiſins des deux ſurfaces qui le terminent; mais ce ſera encore un cas également ſimple, ſi la diſtance de l'œil à l'objet eſt très-grande par rapport à l'épaiſſeur du corps diaphane. D'ailleurs, il ne ſera jamais difficile d'avoir égard au changement d'intenſité cauſé par la tranſpoſition des foyers virtuels.

II.

De l'intenſité de la Lumiere de l'objet, & de celle qui eſt réfléchie par les parties intérieures du milieu, lorſque cette Lumiere traverſe le milieu pour les éclairer.

NOUS conſidérons maintenant un milieu qui eſt éclairé par une lumiere qui traverſe ſes différentes épaiſſeurs & qui s'affoiblit même dans ſon premier trajet. Nous ſuppoſons auſſi que l'objet eſt éclairé par une lumiere tranſmiſe qui enfile également le corps diaphane. La figure 46 nous repréſente la logarithmique *KMT*, Figure 46.

variables IL. Nommant en même tems y les ordonnées ML de la logarithmique, l'intenſité de la lumiere qui parvient à chaque tranche ne ſera pas exprimée par l'unité, mais par $\frac{y}{IK}$, & il faut remarquer de plus que c'eſt la ſeule petite partie interceptée Mm, qui fournit à la réflection, & qu'il ſuit delà, que c'eſt ſeulement $\frac{dy}{IK}$, qui exprime l'intenſité de la lumiere renvoyée vers nos yeux. Ainſi il ne nous manque plus rien pour faire notre proportion ordinaire. L'aſſemblage de toutes les molécules, qui dans chaque tranche renvoyent vers nous la lumiere, eſt équivalent à un hémiſphere dont x^2 eſt le quarré du demi-diametre; le quarré de la diſtance à l'œil eſt x^2, & l'intenſité de la lumiere eſt $\frac{dy}{IK}$; nous aurons donc $\frac{dy}{4IK}$, pour l'intenſité de la lumiere réfléchie, & qui parviendroit à l'œil, ſi elle n'étoit affoiblie dans ſon ſecond trajet depuis L juſqu'en I, dans un rapport égal à celui de KI à $ML=y$. Nous aurons donc $\frac{-ydy}{4\times IK^2}$ pour la petite lumiere élémentaire réfléchie, & $\frac{-y^2}{8\times IK^2}$ pour ſon intégrale, ou plutôt $\frac{1}{8}q\left(\frac{IK^2-RT^2}{IK^2}\right)$ en la complétant, & en prenant q pour déſigner combien chaque molécule du corps diaphane affoiblit de fois la lumiere qu'elle réfléchit. Figure 46.

TELLE eſt l'intenſité de la lumiere réfléchie par les parties intérieures du corps diaphane; & l'expreſſion en deviendra encore plus ſimple, ſi ce corps diaphane eſt d'une ſi grande épaiſſeur, qu'on puiſſe la regarder

Figure 46. comme infinie, & qu'on ne découvre abſolument aucun veſtige de ſon fond RV. Alors le quarré de l'ordonnée RT ſera comme nul, & on aura ſimplement $\frac{1}{8}q$ pour l'intenſité de la lumiere réfléchie par la maſſe entiere du corps diaphane.

III.

Obſervations ſur la Lumiere réfléchie par les parties intérieures du Cryſtal.

NE VOULANT pas laiſſer abſolument ſans application la théorie précédente, j'ai voulu examiner la réflection que produiſoient les parties intérieures d'un morceau de cryſtal, qui étant aſſez épais, affoibliſſoit la lumiere dans le rapport de 9 à 4. Ayant mis deux tablettes de plâtre à côté l'une de l'autre, je les regardai au travers de ce milieu, mais par des endroits aſſez éloignés l'un de l'autre, pour que je puſſe éclairer l'un par une aſſez forte lumiere, pendant que l'autre étoit au contraire dans une obſcurité aſſez parfaite. Cette différence en apportoit une très-réelle dans la diſtinction de la viſion. La partie obſcure du morceau de cryſtal me paroiſſoit ſenſiblement plus tranſparente; au lieu que la lumiere de l'autre moitié, bien loin de ſe joindre à celle de l'objet, l'effaçoit en partie; & ce que j'avois cru devoir être une addition de lumiere pour la tablette placée plus loin, en devenoit au contraire une diminution,

ou

ou comme une ſouſtraction. Je n'oſerois aſſurer que ce ſoit toujours abſolument la même choſe ; néanmoins le morceau de cryſtal avoit une légere teinte de blanc très-propre, ce ſemble, à ſe marier avec la blancheur des tablettes ; mais c'eſt ce qui ne ſe faiſoit pas, & je m'aſſurai qu'à meſure que je voyois mieux l'intérieur même du corps diaphane, je découvrois moins bien l'objet qui étoit au-delà. La lumiere qui éclairoit une des moitiés du cryſtal étoit environ 31 fois plus forte que celle qui éclairoit les deux tablettes de plâtre ; & pour rendre ces deux derniers objets d'une égale force, il me fallut augmenter d'environ une 7me partie, la lumiere de celui qui paroiſſoit au travers de la partie éclairée du corps tranſparent. Figure 45.

METTANT $\frac{24875}{10000}$ pour la valeur de $\frac{r^2}{a^2}$, qui convient au plâtre, & qui eſt le quarré de l'axe de la ſeconde déterminatrice de ſes aſpérités, ſubſtituant en même temps $\frac{5}{7}$ à p, & employant 9 & 4 pour exprimer l'affoibliſſement cauſé à la lumiere par le paſſage au travers du milieu, la petite formule $\frac{pr^2}{4a^2} \times \frac{TR^2}{KI^2}$, trouvée dans le premier article pour l'intenſité de l'objet, ſe convertit en 0. 905. La 7me partie de cette quantité eſt 0. 129 ; & c'eſt donc cette petite partie qui étoit égale à la lumiere ſeconde réfléchie par les parties intérieures du cryſtal, lorſqu'elles étoient éclairées par une lumiere 31 fois plus forte que celle qui tomboit d'abord ſur l'une & ſur l'autre tablette.

tranſparents, ne réfléchiſſent qu'une très-petite partie de la lumiere qu'elles arrêtent dans ſon paſſage.

IV.

Conjectures ſur la tranſparence de l'Eau de mer.

ON NE PEUT pas douter que les parties intérieures de l'eau ne réfléchiſſent auſſi une lumiere très-ſenſible, & on en voit pluſieurs effets très-remarquables. Pour peu que la ſurface de ce milieu ſoit agitée ou forme de petites ondes, les rayons qui en traverſent la ſurface, ſouffrent diverſes réfractions; ils s'écartent de leur direction commune, & tranſmettant à l'œil une image moins parfaite, la viſion en doit néceſſairement être troublée. On jette quelquefois ſur l'eau une certaine quantité d'huile, elle s'y étend; & comme ſes parties ont plus de ténacité que celles de l'eau, qu'elles ſont plus entrelacées les unes avec les autres, elles ſont moins propres à recevoir un mouvement d'ondulation ou interrompu par l'action du vent; elles forment une ſurface plus unie, & par l'eſpece de repos qu'elles ſe procurent & qu'elles cauſent à l'eau même, elles font qu'on en découvre mieux le fond.

UN AUTRE MOYEN dont on peut éprouver encore le degré de bonté, c'eſt de ſe ſervir, pour regarder dans l'eau, d'un tuyau qu'on y enfonce par l'extrémité inférieure, & qu'on ferme avec une glace bien tranſparente.

Figure 45. Cet expédient fait qu'on évite toute l'agitation de la ſurface de l'eau, & qu'on ſuſpend l'effet de toutes les réfractions irrégulieres ; mais malgré tout cela, on ne voit pas juſqu'à une grande profondeur, & ce qui en empêche, ce ſont, comme il eſt bien certain, les rayons réfléchis par les parties intérieures du milieu, qui renvoyent en haut plus de lumiere que n'en réfléchit le fond même, quoiqu'il ſoit quelquefois couvert de ſable ou de cailloux blancs.

LORSQUE le ſoleil eſt fort haut, & qu'on eſt en pleine mer, ces rayons réfléchis par les parties même du milieu, produiſent quelquefois un ſpectacle très-remarquable. On apperçoit, ſi on eſt ſur quelque galerie du vaiſſeau, une infinité de rayons qui partent de l'image du ſoleil qu'on ne voit pas, & qui eſt cachée ſous le corps de la carene. Une infinité de parties de l'eau contribuent à former cette image ; & comme elles ſont toutes exactement ſituées de la même maniere par rapport au point qui tient lieu de centre ou de corps lumineux, & qu'elles ſont frappées avec la même incidence, elles fourniſſent des traînées de lumiere qui ont toute l'apparence de rayons par leur continuité. On ne peut pas douter que cette lumiere ſeconde ne mette ordinairement le plus grand obſtacle à l'inſpection du fond, lorſqu'on eſt ſitué en haut ; & je ſuis perſuadé que le meilleur de tous les moyens, pour s'en débarraſſer, c'eſt

de placer exactement dans l'ombre un grand eſpace du milieu, en le couvrant de quelque ſurface opaque, comme d'une toile cirée. Il faut ménager dans cette ſurface vers une de ſes extrémités, une ouverture dans laquelle on puiſſe introduire l'eſpece de lunette dont nous avons parlé, qu'on doit diſpoſer obliquement, afin que ſa direction étant en diagonale, tout le chemin des rayons viſuels ſe faſſe dans l'ombre, pendant que l'endroit du fond qu'on obſerve ſera parfaitement éclairé.

MAIS j'ai déja eu occaſion de dire, qu'il n'étoit pas abſolument néceſſaire de prendre toutes ces précautions, pour voir le fond de la mer juſqu'à 20 ou 25 braſſes, ou juſqu'à près de 100 ou 125 pieds. Il ſuffit pour cela que pluſieurs circonſtances ſoient favorables, le ſoleil élevé, la mer tranquille & ſon fond très-blanc. La formule $\frac{pr^2}{4a^2} \times \frac{RT^2}{IK^2}$ (*fig.* 46) nous donne alors l'intenſité de ſa lumiere, & il n'y auroit d'inconnue dans cette expreſſion, que le rapport entre les deux ordonnées extrêmes *IK* & *RT* de la logarithmique qui ſert de gradulucique à l'eau de mer, s'il nous étoit permis de prendre à peu-près pour la valeur de *p* celle que nous avons trouvée pour le plâtre, comme cela paroît aſſez vraiſemblable. Nous aurons donc $\frac{1}{5} \times \frac{24875\,RT^2}{40000\,IK^2}$ ou $\frac{2487}{10000} \times \frac{RT^2}{IK^2}$ pour l'intenſité du fond; & ſi nous ſuppoſons que les molécules de l'eau marine ne réfléchiſſent, comme le cryſtal, que la 235me partie de la lumiere qu'elles reçoivent, Figure 46.

pas par-tout de même denſité, & que la lumiere qui l'éclaire eſt inégale. Nous deſcendrons outre cela dans un aſſez grand détail, pour réſumer ou pour éclaircir la plûpart des choſes que nous avons déja dites.

LA LIGNE *OH* (*fig.* 47) repréſente le rayon viſuel, & nous le ſuppoſons accompagné de différentes courbes, dont les ordonnées expriment toutes les particularités dont il s'agit. Les ordonnées *GB*, *HC* de la premiere courbe *ABC*, marquent l'intenſité de la lumiere qui éclaire les points *G* & *H*. Les denſités du milieu ſont exprimées dans ces mêmes points par les ordonnées *GE*, *HF* de la courbe *DEF*. Ainſi les quantités de matiere contenues ſur le rayon viſuel, ſont exprimées par les aires *OGED*, *OHFD*. Ces mêmes quantités de matiere ſont marquées par les ordonnées *GI*, *HL* de la troiſieme courbe *OIL*; c'eſt-à-dire, que les ordonnées de celle-ci ſont proportionnelles aux aires de la précédente, qui répondent aux mêmes abſciſſes, & qui commencent en *O*. Enfin, *MPS* eſt une logarithmique qui a ſes abſciſſes *ON*, *OR* égales & paralleles aux ordonnées de la précédente; & cette courbe ſert de gradulucique, lorſque la lumiere traverſe les maſſes d'un milieu, qui ſeroit également denſe par-tout, & dont les épaiſſeurs *ON*, *OR* &c, ſont égales à *GI*, *HL* &c. Figure 47.

NOUS déſignons les longueurs variables *OG* du

Figure 47. rayon viſuel, ou les abſciſſes de nos premieres courbes par x

Les intenſités BG de la lumiere qui éclaire chaque point G du rayon viſuel, par . . . . . s

Les denſités GE du milieu, par . . . . . u

Les ordonnées GI de la courbe OIL, qui ſont proportionnelles aux aires DG de la courbe précédente, par . . . . . z

La premiere ordonnée MO de la logarithmique MPS, par . . . . . e

La derniere ordonnée SR de cette courbe, par . f

Ses ordonnées variables NP, par . . . . y

Sa ſoutangente, par . . . . . h

Enfin, le nombre de fois dont la lumiere eſt affoiblie par la réflection ſur chaque molécule du milieu, par . . . . . q

TOUT cela ſuppoſé, on voit que nous nous diſpenſons par le moyen de notre troiſieme courbe OIL, de faire une continuelle attention aux diverſes denſités du milieu, puiſque nous les réduiſons à des épaiſſeurs équivalentes d'une denſité uniforme. La lumiere doit ſouffrir le même affoibliſſement en parcourant GI ou HL, que ſi elle traverſoit OG ou OH; car les maſſes du milieu contenues ſur le rayon viſuel depuis G ou H juſqu'en O ſont $\int u dx$, & elles ſont exprimées par $1 \times GI$, $1 \times HL$, ou en général $1 \times z$. Le Lecteur voit

voit auſſi clairement, que pour avoir l'intenſité de la lumiere, qui eſt ſuſceptible de réflection vers l'œil, nous n'avons qu'à faire cette analogie $y : s :: dy : \frac{s\,dy}{y}$; puiſque comme nous avons eu occaſion d'y faire attention diverſes fois, ce n'eſt pas la lumiere qui traverſe le milieu, dont la réflection ſe fait vers l'œil, mais celle dont le cours eſt arrêté; & cette partie n'eſt que dy ou PQ, par rapport à $PN = y$. Figure 47.

ENFIN, lorſque nous jettons la vue ſelon OH, elle n'embraſſe pas ſimplement les molécules qui ſont ſur cette ligne, elle s'étend tout autour, en comprenant une certaine étendue qui eſt proportionnelle au quarré x^2 des diſtances OG, OH; & ſi nous continuons à comparer chaque petite molécule du milieu à une petite ſphere, nous pourrons conſidérer la ſurface x^2, comme la baſe du grand hémiſphere qui tient lieu ou qui remplace tous les petits. Notre analogie ordinaire prendra donc la forme $x^2 : \frac{1}{4}x^2 :: \frac{s\,dy}{y} : \frac{s\,dy}{4y}$, & nous aurions par conſéquent $\frac{s\,dy}{4y}$ pour l'intenſité de la lumiere réfléchie par chaque tranche, ſi elle n'étoit affoiblie le nombre de fois q, par le défaut de la réflection qui abſorbe ou qui éteint pluſieurs rayons, & ſi elle n'étoit diminuée outre cela dans le rapport de MO à PN ou de e à y par ſon trajet depuis le point G juſqu'en O, trajet qui eſt équivalent à celui ON, dans un milieu également denſe par-tout. Ainſi nous aurons $\frac{q\,s\,dy}{4e}$ pour

Figure 47. l'intenſité de la lumiere renvoyée vers l'œil par chaque tranche du milieu, & l'intégrale $\int \frac{qsdy}{4e}$, pour la quantité totale de cette lumiere.

NOUS POUVONS changer cette expreſſion générale en une autre qui ne ſera pas moins utile en pluſieurs rencontres. Les ordonnées $GI = z$ étant proportionnelles aux aires $DG = \int u dz$, nous avons $u dx = dz = Ki$, & la logarithmique MPS dont h eſt la ſoutangente, nous donne $dy = \frac{ydz}{h} = \frac{yudx}{h}$. Or en ſubſtituant cette derniere valeur de dy dans l'expreſſion générale des quantités de lumiere réfléchies par le milieu, il nous viendra $\int \frac{\frac{1}{2}qsyudx}{eh}$, pour l'expreſſion de la lumiere réfléchie totale, qui eſt parfaitement identique avec la premiere $\int \frac{qsdy}{4e}$.

VI.

Diverſes applications des formules de l'Article précédent aux couleurs aériennes.

QUELQUE ſimples que ſoient les formules générales que nous venons de donner, l'application en ſeroit quelquefois longue & pénible à cauſe des calculs dans leſquels elles engageroient, & il vaudra quelquefois mieux ſe contenter d'en ſuivre l'eſprit dans différents cas particuliers.

SUPPOSÉ, par exemple, que nous regardions le haut de l'atmoſphere, lorſque le Soleil eſt très-voiſin du zénith, ce ſera un des cas particuliers de notre problême, où nous ferons mieux de nous conformer ſimplement à la méthode. Le milieu eſt d'une denſité variable, de même que l'intenſité de la lumiere qui l'éclaire. Les maſſes d'air que la lumiere traverſe, en deſcendant d'en haut pour parvenir à chaque tranche, ſeront exprimées par les ordonnées AB, GE de la logarithmique BER (*fig.* 48), dont la ſoutangente eſt de 3911 toiſes, ou plus exactement de 4197 au moins vers le haut de l'atmoſphere, ce qui a contribué à mettre de la différence entre les nouvelles maſſes d'air que je donnerai après, & celles que j'ai employées dans l'autre Section. Les ordonnées d'une autre logarithmique MPS repréſentent les quantités de lumiere. La premiere ordonnée OM marque celle qui ſe préſente pour entrer dans l'atmoſphere, DC marque celle qui parvient en A, après avoir traverſé une maſſe d'air équivalente à AB; l'ordonnée NP eſt l'intenſité de la lumiere qui parvient en G, après avoir traverſé une maſſe d'air équivalente à EG; & enfin RS eſt la force de la lumiere lorſqu'elle nous arrive ici bas, après avoir traverſé verticalement toute l'épaiſſeur de l'atmoſphere qui eſt donc équivalente à OR. Figure 48.

LORSQUE la lumiere eſt parvenue à la tranche EG,

eſt au-deſſus du point A; car ce ſera à $c\Delta$, que ſe réduira chaque partie de lumiere réfléchie d'en haut vers le ſpectateur A qui eſt placé plus bas. Figure 48.

SUPPOSONS au contraire, que du ſommet A de la montagne on regarde en bas, tous les objets inférieurs paroîtront avec une certaine obſcurité; la lumiere du ſoleil ne leur parviendra que diminuée preſque d'une cinquieme partie, comme le marque la Table qui eſt vers la fin de la Section précédente; & ſans compter l'affoibliſſement qu'elle ſouffre par la réflection ſur les corps terreſtres, elle eſt par tout ſon trajet depuis O juſqu'en A, en remontant, encore diminuée dans le rapport de DC à RS; car tel eſt le rapport ſelon lequel la lumiere s'affoiblit en traverſant une maſſe d'air équivalente à DR.

A L'ÉGARD de la couleur aérienne, il eſt très-facile de l'évaluer. La lumiere du ſoleil qui parvient en G n'eſt plus exprimée que par NP, au lieu qu'elle l'étoit d'abord par OM; & c'eſt la partie Qp qui par la réflection eſt renvoyée en haut vers le ſpectateur A. Cette partie Qp dans le trajet GA, traverſe la maſſe d'air ND, excès de EG ſur BA, & elle doit diminuer dans le rapport de DC à NP; c'eſt-à-dire, qu'en nommant y l'ordonnée NP, nous aurons $-\frac{ydy}{DC}$ ou plutôt $\frac{qydy}{4DC}$, pour la lumiere qui parvient des environs de

Ayant d'abord ſuppoſé le ſoleil vers l'horizon, j'ai cherché, par les ſéries de l'autre Section, les maſſes d'air que les rayons de lumiere avoient à traverſer pour éclairer les particules d'air, ſituées ſur la verticale AD des figures 42 & 43. Ces maſſes d'air ayant été calculées, j'ai découvert les intenſités de la lumiere dans les divers points D, F, A, &c, qui ſont indiquées par s dans nos formules. Quant aux denſités u du milieu, elles ſont données immédiatement par les ordonnées de la logarithmique GOR, & ces mêmes ordonnées ſont proportionnelles aux aires $REFD$; leurs défauts à GA ſont par conſéquent proportionnels aux autres aires $EGAF$, & ce ſont ces défauts qui ſont déſignés par z dans nos formules. Enfin la logarithmique qui ſert de gradulucique à l'air, nous fournit les valeurs de y, & cette logarithmique a, comme on le ſait, 18818 toiſes pour ſa ſoutangente h. Le calcul étant achevé, il m'eſt venu $\frac{784}{10000}$ pour la valeur de $\int \frac{\frac{1}{4} q r y u dx}{eh}$, ou pour la couleur aérienne du ciel regardé vers le zénith, pendant que l'unité exprime la force qu'a la lumiere du ſoleil, en nous parvenant ici bas. Figures 42 & 43.

J'AI SUPPUTÉ à peu-près de la même maniere les couleurs aériennes horizontales, en ſuppoſant le ſoleil vers le zénith, & il m'eſt venu $\frac{11714}{10000}$, la lettre q déſignant préciſément le même rapport que dans l'autre calcul, & l'angle d'incidence étant auſſi exactement le même,

puiſque l'angle formé par les rayons incidents & les rayons viſuels, eſt également droit. Je ne me ſuis pas contenté, dans cette ſeconde recherche, de déterminer la couleur aérienne pour toute l'épaiſſeur de l'atmoſphere, je les ai calculées pour diverſes épaiſſeurs, & je les ai marquées dans la table ſuivante, où les diſtances ſont exprimées en grandes lieues de 20 au degré.

Diſtances en lieues.	Maſſes d'air exprimées en toiſes d'air d'une denſité uniforme.	Intenſité de la Couleur aérienne.
$2\frac{1}{2}$	7115	$\frac{778}{10000}\,q$
5	14231	$\frac{1289}{10000}\,q$
10	28257	$\frac{1967}{10000}\,q$
15	41931	$\frac{2268}{10000}\,q$
20	55096	$\frac{2410}{10000}\,q$
30	79307	$\frac{2\cdot 25}{10000}\,q$
45	109099	$\frac{2565}{10000}\,q$
60	130548	$\frac{2572}{10000}\,q$
90	153128	$\frac{2575}{10000}\,q$
180	169518	$\frac{2575}{10000}\,q$

IL SUFFIT de jetter les yeux ſur les nombres de cette petite Table, pour ſe trouver en état de rendre raiſon de deux manieres très-différentes, dont nous perdons de vue les objets terreſtres les plus gros, lorſqu'ils ſont extrêmement éloignés. Si une montagne d'une très-grande maſſe eſt couverte de bois, & eſt à 29 ou 30 lieues de diſtance, elle ne renverra que très-peu de lumiere vers le ſpectateur; car outre que le verd des forêts réfléchit une lumiere peu vive, les feuilles des arbres ſont ſéparées par des ombres qui ne renvoyent abſolument aucun rayon. Mais ſi l'atmoſphere eſt bien ſerein, la montagne ſera couverte de toute la lumiere aérienne renvoyée par la maſſe d'air compriſe

compriſe entre l'objet & l'œil de l'obſervateur; & cette couleur ſera exprimée par $\frac{2525}{10000}q$, pendant que celle de toute l'atmoſphere, ou celle du ciel qu'on verra à côté, le ſera par $\frac{2575}{10000}q$. Or quoique la différence ne ſoit que d'une 51me partie, elle ſera ordinairement aſſez forte pour être apperçue, pourvu qu'on y ſoit attentif. Si la montagne étoit encore plus voiſine, il y auroit une plus grande inégalité de nuances entre les deux différentes couleurs aériennes; l'objet en conſervant toujours ſa même forme, paroîtroit donc comme un nuage un peu plus denſe; ſa couleur ſeroit un peu plus foncée par rapport à celle du ciel; au lieu que ſur le point de diſparoître dans le cas dont nous parlons, elle prendra l'apparence d'un nuage très-leger & très-tranſparent, ou, ce qui revient au même, on verra vis-à-vis de la montagne, comme l'azur du ciel couvert d'une légere gaze.

SI LA MONTAGNE n'étoit éloignée que de 18000 ou 20000 toiſes, on verroit peut-être quelque choſe de ſa couleur verte; ſa lumiere ſeroit alors affoiblie dans le rapport de 1000 à 346 par le défaut de tranſparence de l'air, & nous ſavons donc que c'eſt ce défaut de tranſparence, qui conjointement avec la couleur aérienne, cauſe la diminution de force ou d'éclat dans les objets qu'on regarde immédiatement. En même temps que la montagne renverroit un plus grand nombre de rayons, la couleur aérienne auroit moins d'intenſité, & les deux

couleurs s'affoibliroient réciproquement. Ce ſeroit un problême très-important à décider, mais qui ne peut ſe réſoudre que par l'expérience, que de ſavoir ſi ce mêlange de couleur que fait alors la Nature, n'eſt pas rendu aſſez exactement par les couleurs matérielles employées par nos Peintres, lorſqu'ils les mêlent proportionnellement. Le défaut de tranſparence de l'air régleroit la doſe de verd qu'il faudroit introduire dans le mêlange, & l'autre partie ne le ſeroit pas moins par le rapport de la couleur aérienne. Je ne puis rien affirmer ſur un pareil ſujet; mais je ſuis perſuadé qu'il eſt bon de hazarder des conjectures, pour peu qu'on ſoupçonne qu'elles puiſſent devenir utiles, lorſqu'on ne les propoſe qu'avec les ménagements convenables.

CES OBJETS qui ſont ſur le point de diſparoître dans l'éloignement, ne ſont vus, pour ainſi dire, que d'une maniere *négative*; mais d'autres ſont vus d'une maniere *poſitive*, quoique de plus loin, lorſque la lumiere qu'ils nous renvoyent, eſt plus forte que celle qui nous vient des parties du ciel dont ils ſont environnés. Si une montagne très-ſombre eſt à 45 ou 50 lieues de diſtance, la couleur azur dont elle ſera couverte, ſera exprimée par $\frac{2565}{10000}\,q$ ou $\frac{2567}{10000}\,q$, qui différe ſi peu de $\frac{2571}{10000}\,q$, couleur aérienne du ciel, que la différence ſeroit abſolument inſenſible. Mais que la montagne ſoit couverte de ſable très-blanc, ou de neige, elle pourra

devenir très-viſible. Quelques Obſervateurs ont prétendu qu'on pouvoit voir les objets terreſtres d'un très-gros volume encore de plus loin ; mais je ſais qu'on hazarde ſur ces ſortes de ſujets, une infinité de faits dont on ne s'eſt pas toujours ſuffiſamment aſſuré par l'expérience. Je me fixe à 45 lieues ; on voit de cette diſtance du Golfe de Guayaquil, Chimboraço, une de plus hautes montagnes du Pérou, & peut-être du monde, laquelle a tout ce qu'il faut pour être diſtinguée de très-loin. Son ſommet préſente un très-gros volume, & nul obſtacle ne peut le cacher à un Obſervateur éloigné, puiſqu'étant campé au bas de la neige dont il eſt perpetuellement couvert, c'eſt-à-dire, étant placé environ 800 toiſes plus bas que le ſommet, j'ai vu le ſoleil ſe coucher environ 2 degrés au-deſſous de l'horizon apparent (*).

LA NEIGE n'abſorbe pas vraiſemblablement le tiers ou le quart des rayons qui la frappent. Elle ſe laiſſe principalement pénétrer par les rayons verds ; mais ſi nous ſuppoſons qu'elle n'affoibliſſe la lumiere que dans le rapport de 4 à 3, qu'outre cela, le quarré de l'axe de la ſeconde déterminatrice de ſes aſpérités, eſt $\frac{r^2}{a^2} = \frac{24875}{10000}$ comme pour pluſieurs autres ſurfaces ; & ſi nous

(*) Cette montagne a 3217 toiſes de hauteur verticale au-deſſus du niveau de la mer. C'eſt ſur une de ſes croupes que j'ai trouvé que le fil à plomb étoit ſujet à une déviation de $7''\frac{1}{2}$ vers la Montagne, comme je l'ai rapporté dans le Livre de la Figure de la Terre, ou plutôt à une déviation beaucoup plus grande, lorſqu'on s'en rapporte à toutes les obſervations d'une certaine exactitude. *Voyez l'Article 57 des Mémoires de Trévoux de* 1751, *premier volume de Mai.*

conſidérons que le trajet de 45 lieues affoiblit la lumiere environ 327 fois, nous aurons $\frac{1}{701}$ pour l'intenſité de la lumiere que nous renvoye la montagne, dont une partie eſt effacée par la lumiere aérienne $\frac{2565}{10000}\,q$ avec laquelle elle ſe mêle. Que ce ſoit réellement un retranchement, la différence $\frac{1}{701} - \frac{2565}{10000}\,q$ eſt encore plus forte que la couleur aérienne $\frac{2575}{10000}\,q$ du ciel, puiſqu'on diſtingue parfaitement la couleur blanche de la neige. Ainſi il faut que $\frac{1}{701} - \frac{2565}{10000}\,q$ ſurpaſſe au moins $\frac{2575}{10000}\,q$ d'une 60me partie, ce qui nous donneroit $\frac{1}{363}$ pour la valeur de q, ou pour une de ſes limites, c'eſt-à-dire, que les molécules d'air ne nous renverroient au plus que la 363me partie des rayons qu'elles interceptent : il y a même tout lieu de croire qu'elles en renvoyent encore moins, ce qui doit augmenter la diſtinction de l'objet, lorſqu'il eſt vu comme dans la circonſtance préſente, poſitivement par ſa propre lumiere.

VIII.

Remarques ſur les différents moyens de déterminer la partie de la Lumiere renvoyée par les particules d'air.

MAIS quoique nous ſoyons bien ſûrs que la détermination précédente ne ſoit pas dénuée de tout fondement, & qu'on puiſſe l'adopter au moins à titre d'explication, nous avouons ingénuement qu'elle n'eſt gueres

immédiate, & qu'il peut s'y gliſſer diverſes erreurs, qui en ſe compliquant, ſont capables d'un effet conſidérable. Les Phyſiciens qui jugeroient cette matiere digne de leurs recherches, pourroient, pour mieux s'aſſurer de l'intenſité des couleurs aériennes, les comparer immédiatement à la lumiere de la lune; ou s'ils vouloient encore, ils les recevroient ſur des tablettes en même temps qu'ils feroient tomber la lumiere du ſoleil à côté, & ils en chercheroient le rapport, comme nous avons tenté de le faire. Il ſeroit à propos de ſe ſervir des couleurs priſmatiques, comme de termes de comparaiſon, ou d'employer au moins des tablettes peintes de différentes couleurs, comme nous croyons l'avoir déja recommandé quelque part. Ces attentions ne ſeroient pas moins eſſentielles, quand même on ſe borneroit à l'examen de quelque cas particulier. Suppoſé qu'il ne fût queſtion que des couleurs aériennes horizontales, on placeroit d'abord le ſoleil au zénith; on calculeroit enſuite l'intenſité de cette couleur en imaginant l'aſtre de plus bas en plus bas, dans le même vertical, & toujours également éloigné de 90 degrés du rayon viſuel. L'angle d'incidence ſeroit toujours de 45 degrés, & toutes les différences qu'on trouveroit par le calcul, & qu'on vérifieroit enſuite par l'obſervation, ne viendroient que du défaut de tranſparence de l'atmoſphere, & de ce qu'il ſe fait une ſéparation réelle dans la lumiere; les rayons rouges pénétrant beaucoup plus loin, & les rayons bleus

parvenir aux points *M* & *S*; il n'y a que vers *A* où leur chemin eſt fort long, ils y ont le demi-diametre de l'horizon apparent à ſuivre, au lieu que dans les autres points, ils n'ont que de ſimples ſinus à parcourir. Mais puiſqu'alors la couleur aérienne eſt beaucoup plus foible, c'eſt une preuve que la valeur de *q* eſt dans ce cas particulier extrêmement petite. Au ſurplus, il n'y aura toujours, pour l'évaluer, qu'à comparer l'obſervation avec le réſultat trouvé par le calcul, & il n'y aura qu'à faire la même choſe pour les autres angles d'incidence, qui, comme nous l'avons déja dit, font augmenter *q* à meſure qu'ils diminuent au-deſſous de 45 degrés; car la réflection n'eſt jamais plus vive que dans les angles d'incidence, pour ainſi dire, infiniment petits. Cette plus grande lumiere réfléchie eſt formée principalement de rayons bleus, & peut-être eſt-elle augmentée par des rayons qui ſouffrent quelque légere réfraction. Figure 43.

CECI nous fournit l'explication d'un phénomene très-ſingulier, auquel les Peintres n'ont pas manqué d'être très-attentifs, & qui nous a procuré un Mémoire de M. de Buffon, mais dont perſonne que je ſache, n'a donné la raiſon phyſique; les ombres le matin & le ſoir prennent une teinte très-bleue, & celle d'une bougie produit à peu-près le même effet, lorſqu'elle tient lieu du ſoleil, qui n'eſt point encore levé, & qui eſt ſur le point de paroître. Ce phénomene eſt cauſé par la couleur

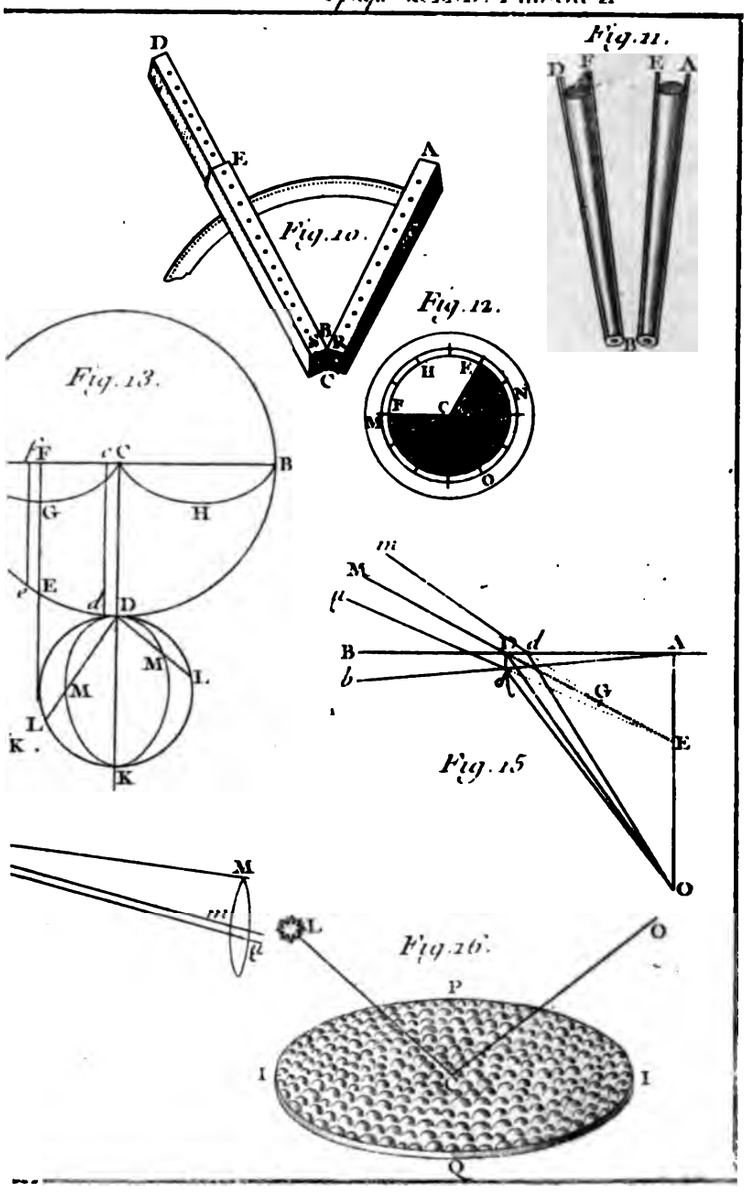
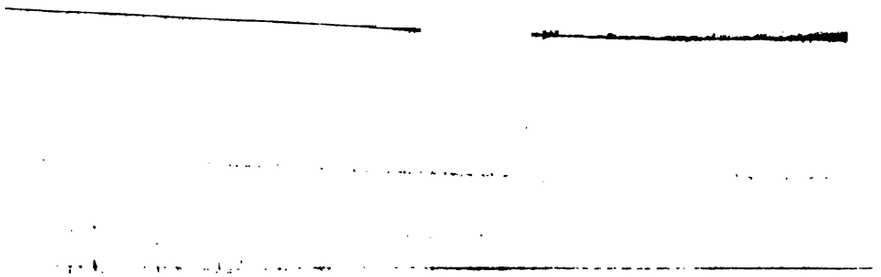
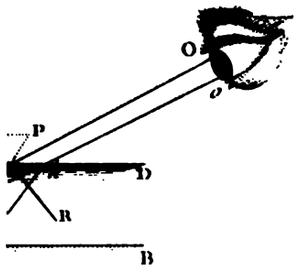


Fig. 10.
Fig. 11.
Fig. 12.
Fig. 13.
Fig. 15
Fig. 16.





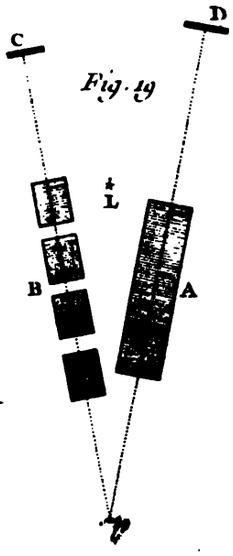


Fig. 19

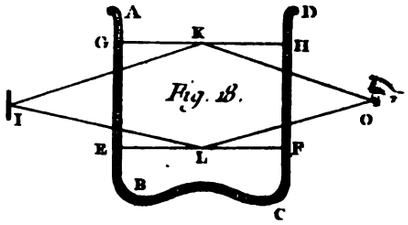


Fig. 18.

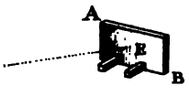
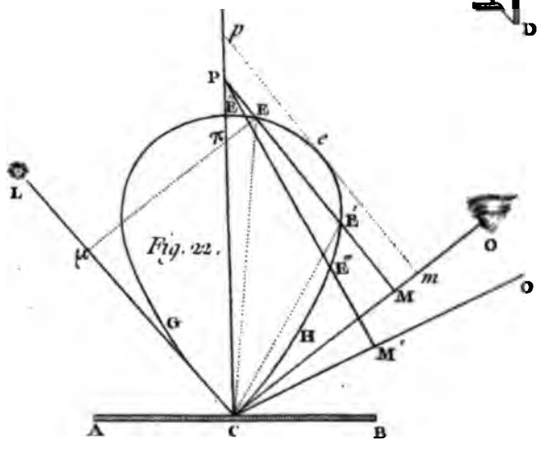
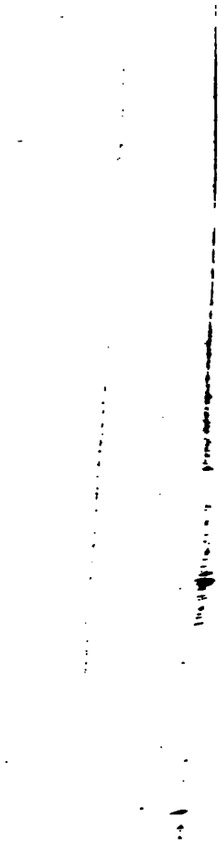
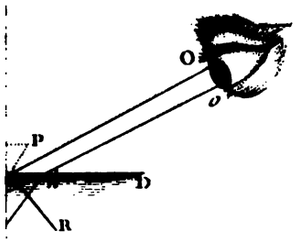


Fig. 20







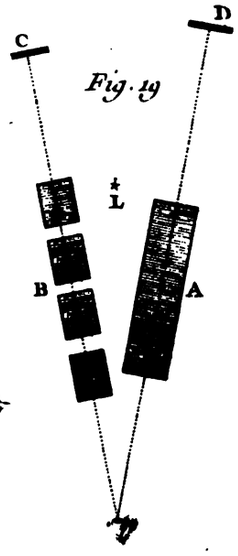


Fig. 19

B

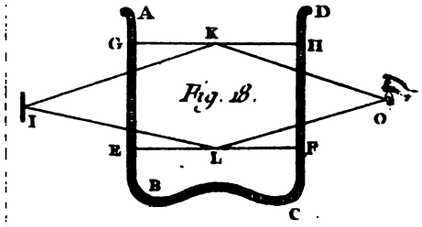


Fig. 18.

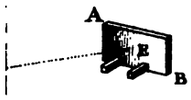
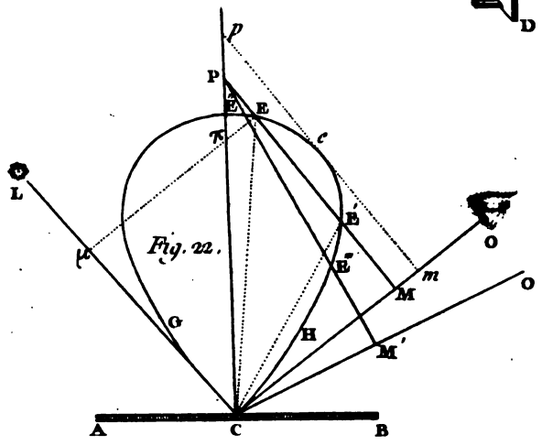


Fig. 20



Optique de M. B. Planche 1re

Fig. 32.

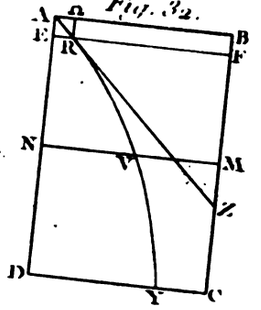
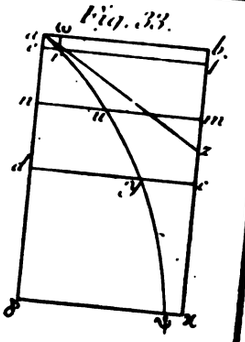


Fig. 33.



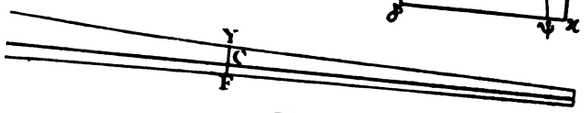
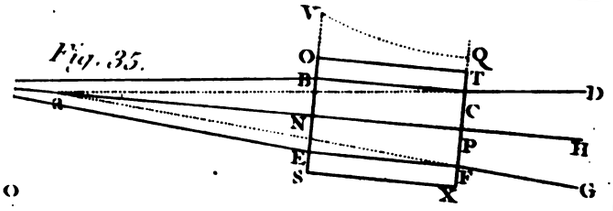


Fig. 35.



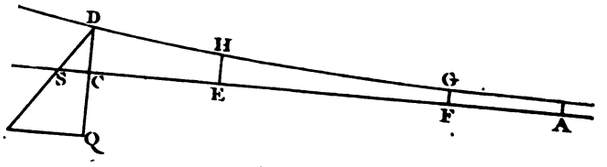
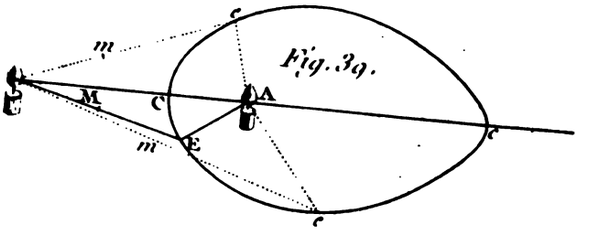
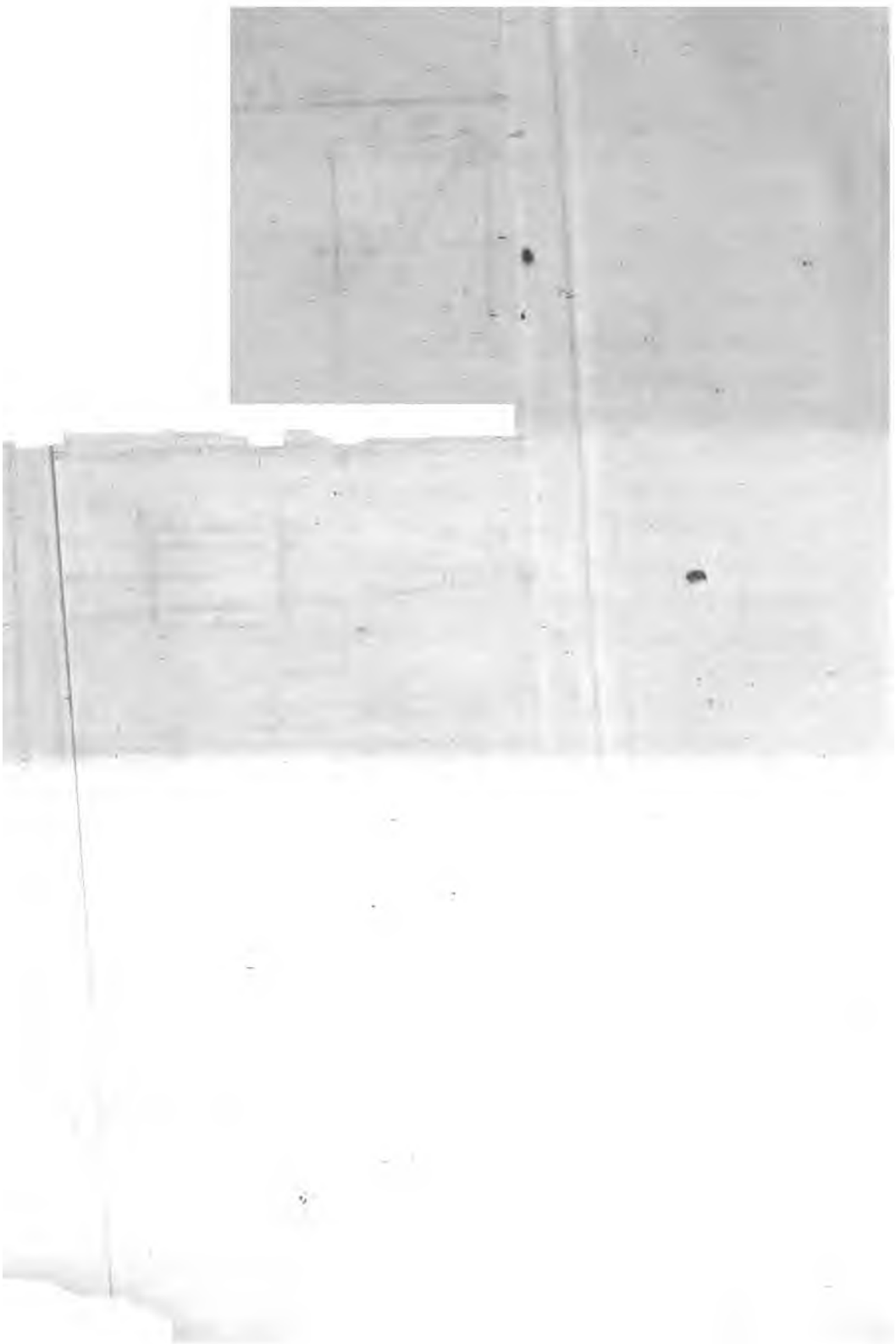


Fig. 38

Fig. 39.





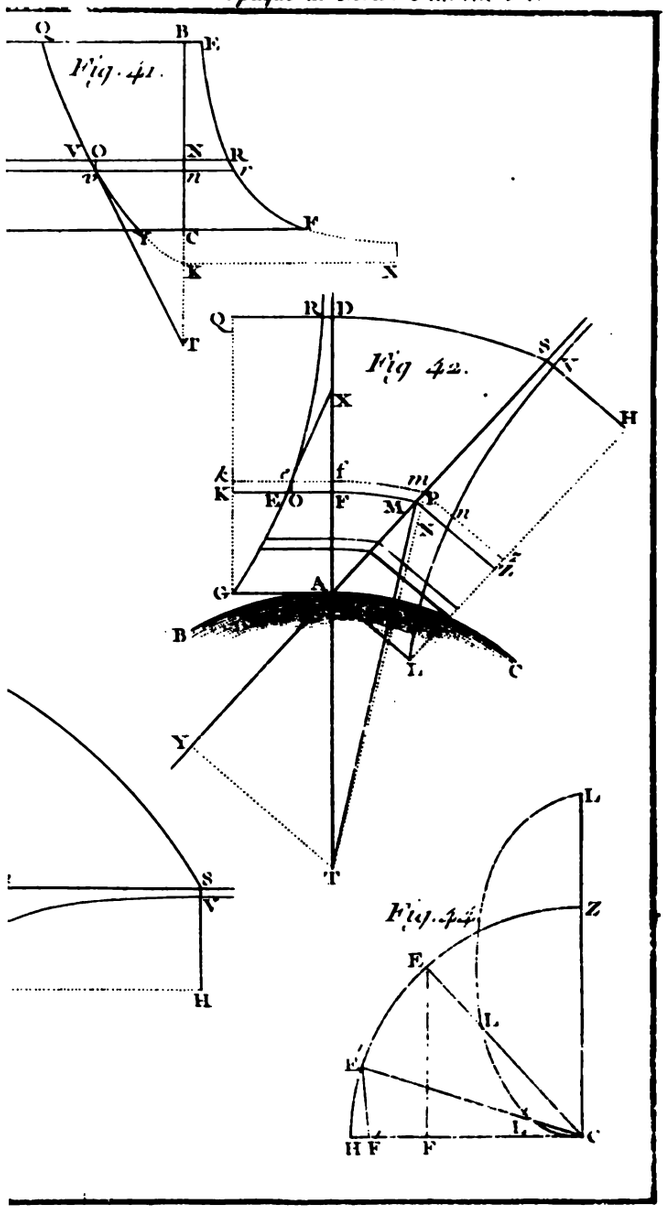
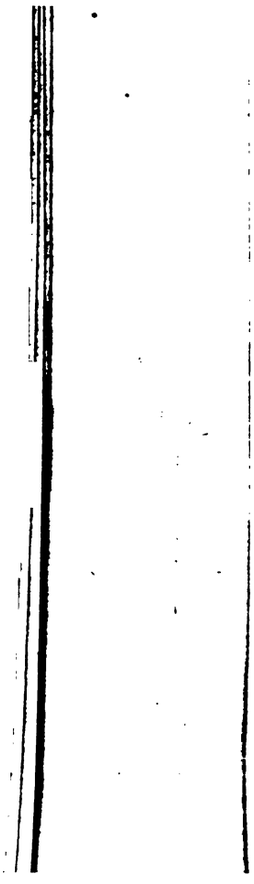


Fig. 41.
Fig 42.
Fig. 43.



Optique de M.B. Planche VII

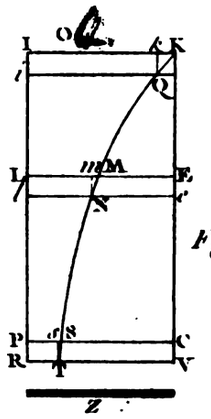
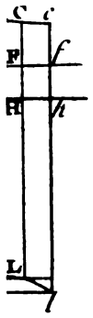


Fig. 46.



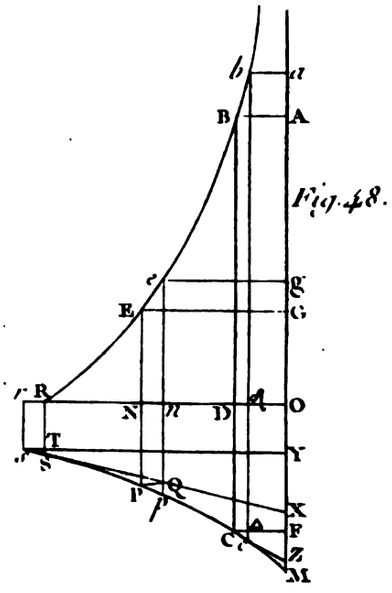


Fig. 48.

Optique de M.B. Planche VII

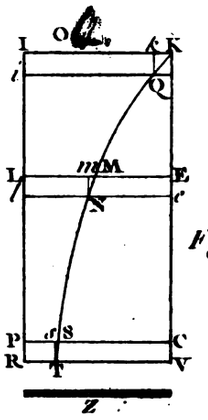
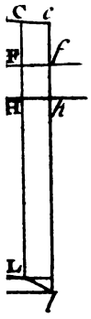


Fig. 46.



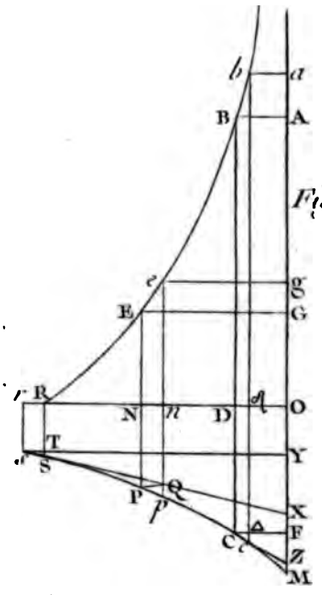


Fig. 48.